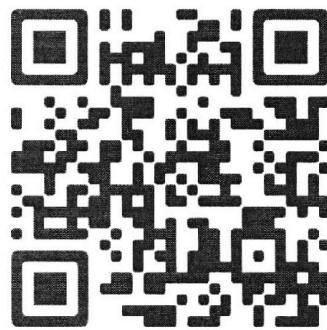


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двухзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$ABC = n^2, \quad n \in \mathbb{N}.$$

$$A = \overline{aaaa} = (1000 + 100 + 10 + 1)a = 1111a \quad (a \neq 0)$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$ABC = n^2 \Rightarrow n : 101, \text{ т.к. } n^2 = ABC : 101$$

$\Rightarrow n : 101$, т.к. 101 - **простое число**.

$$\Rightarrow n^2 : 101^2.$$

$$ABC = n^2 : 101^2$$

$$\Rightarrow 101 \cdot 11 \cdot a \cdot B \cdot C : 101^2$$

$$\Rightarrow B : 101, \text{ т.к. } (11, 101) = 1, \quad (a, 101) = 1, \\ \text{т.к. } a - \text{ цифра } (a \neq 0)$$

$$(C, 101) = 1, \text{ т.к. } C - \text{ двухзначное число}$$

$$\Rightarrow C < 101, \text{ при этом } C \geq 10 \Rightarrow (C, 101) = 1, \\ \text{т.к. } 101 - \text{ простое.} \quad \Rightarrow B : 101, \text{ т.к.}$$

равенство $ABC = n^2$ неверно.

~~$$\text{также } \Rightarrow B = \overline{b0b}, \text{ при } b = 7, \text{ т.к. } b \text{ в } B \text{ есть } \geq 1 \text{ цифра } 7. \Rightarrow B = 707$$~~

$$ABC = 101 \cdot 11 \cdot a \cdot 7 \cdot 101 \cdot C = n^2 \Rightarrow n^2 : 11$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow h : 11 \Rightarrow n^2 : 11^2$ (м.к. 11 - простое число)
 $(101, 11) = 1, (\alpha, 11) = 1$, м.к. $\alpha \in [1, 9]$, а 11 - простое число
 $(7, 11) = 1 \quad \Rightarrow C : 11$, where разделение
 n^2 невозможно, м.к. левая часть

$Ab = n'$ невозможно, т.к. левая часть имеет степень возведения 11-ого, а правая ≥ 2 . $\Rightarrow C = \overline{CC}$,
 $\Rightarrow C = 1$, т.к. в C есть ≥ 1 цифра +
 $\Rightarrow C = 11$.

$$\begin{aligned} & \Rightarrow ABC = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7\alpha = n^2, \quad n^2 \vdots 7 \\ & \Rightarrow n \vdots 7, \text{ m.k. } 7 - \text{простое число.} \Rightarrow \\ & n^2 \vdots 7^2, \text{ тк. } (101, 7) = 1, \quad (11, 7) = 1 \Rightarrow \\ & 7\alpha \vdots 7^2 \Rightarrow \alpha = 7, \text{ m.k. } \alpha \in [1, 9]. \\ & (\Rightarrow a \vdots 7) \quad \Rightarrow A = 1111 \cdot 7 = 7777. \end{aligned}$$

$$A=7777, B=707, C=11$$

$$ABC = 7^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (7 \cdot 11 \cdot 101)^2 = u^2 \text{ при } u = 7 \cdot 11 \cdot 101.$$

Ombem: (7777; 707; 11)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x > 0, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy \quad (x \neq 4) \quad (y+4 > 0)$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{x+y+3}{xy}$$

$$K = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} = \frac{(x-4)+(y+4)+3}{(x-4)(y+4)} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)} = \frac{x+y+3}{xy} \quad (x+y+3 > 0)$$

$$\Rightarrow (x-4)(y+4) = xy$$

$$\Rightarrow \cancel{xy} - 4y + 4x - 16 = \cancel{xy}$$

$$\Rightarrow 4x = 4y + 16 \Rightarrow x = y + 4$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= y^3 + 3 \cdot y^2 \cdot 4 + 3 \cdot y \cdot 16 + 4^3 - \cancel{y^3} - 12y^2 - 48y =$$

$$= 12y^2 + 48y + 64 - 12y^2 - 48y = \underline{\underline{64}}$$

~~Решение~~

Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из ~~4~~ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y =$$

$$= (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \\ + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \pi y - \sin^2 \pi y = -(\sin \pi x \sin \pi y + \\ + \cos \pi y \cos \pi x)$$

$$\Leftrightarrow \cos(2\pi y) = -\cos(\pi y - \pi x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi y + (\pi y - \pi x) = 2\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi y = 2\pi k + \pi + (\pi y - \pi x), k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\pi y - \pi x = 2\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z} \\ \pi y + \pi x = 2\pi k + \pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y - x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \\ y + x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x+2k+1}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x + 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x; \frac{x+2k+1}{3} \right), k \in \mathbb{Z} \\ \left(x; -x+2k+1 \right), k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} \left(x; \frac{x+2k+1}{3} \right), k \in \mathbb{Z} \\ \left(x; -x+2k+1 \right), k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

?

$$\begin{cases} \left(x; \frac{x+2k+1}{3} \right), k \in \mathbb{Z} \\ \left(x; -x+2k+1 \right), k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(x, y) -пара целых чисел $\Rightarrow x \in \mathbb{Z}$
(\arccos определен от -1 до 1)

$$\frac{x}{\sqrt{y}} \in [-1; 1] \Leftrightarrow x \in [-y; y]$$

$$y \in \mathbb{Z}, \frac{y}{\sqrt{y}} \in [-1, 1] \Leftrightarrow y \in [-y, y]$$

$$\arccos\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) \in [0; \pi], \arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{y}}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{y}}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$$

но $\arccos\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{y}}\right) > -\frac{\pi}{2}$ следовательно,

что $\arccos\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) \neq 0$ и $\arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{y}}\right) \neq \frac{\pi}{2}$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

и.к. б означают углы

$$\arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$$

~~аргумент~~ $\Rightarrow \arccos\left(\frac{x}{7}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) > -\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \arccos\left(\frac{x}{7}\right) \neq 0 \\ \arcsin\left(\frac{y}{4}\right) \neq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ y \neq 4 \end{cases}$$

\Rightarrow На исходном можно пары $(7; 4)$,
а оставшиеся подсчитаны.

~~Всего пар (x, y) , удовлетворяющих
общим условиям можно $15 \cdot 9 - 1 = 134$,~~

и.к. $x \in [-7, 7], y \in [-4, 4] \Rightarrow$ ~~аргумент~~

~~x может принимать $7 - (-7) + 1 = 15$~~

~~значений, а y может принимать $4 - (-4) + 1 = 9$ значений.~~

~~и.к. подсчитаны~~
~~пары $(x; -x+2k+1)$ ($k \in \mathbb{Z}$), что можно~~
~~высчитать модуль пары $(x; y)$, $x \in \{-7, 7\}$,~~
 ~~$y \in \{-4, 4\}$, или, чтобы x и y были~~
~~одной единицы (~~и~~ x и y берутся одинаковыми)~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметили, что и в паре

$(x, \frac{x+2k+1}{3})$ числа одеваются близко
разной четности, ведь тогда

$$x - \frac{x+2k+1}{3} = 2t, \quad t \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x - 2k - 1 = 6t \Rightarrow 2x = 2k + 1 + 6t$$

\Rightarrow четные числа графто нечётному.

Конечно.

\Rightarrow Построили ~~множество~~ такое
пары (x, y) , где x и y разной
четности $x \in [-7, 7]$, $y \in [-4, 4]$,

кроме пары $[7; 4]$, при этом все
~~остальные~~ пары исключены.

Всего получим пар $\geq 8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 - 1 =$

$$= 67.$$

(~~множество~~ 8-членов -7 до 7 ,
 7 -член. они -7 до 7 ,
 5 -член. они -4 до 4 ,
 4 -член. они -4 до 4)

Ответ: 67.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Куда кол-во однодневных лотошников - N .

Куда в конце месяца оказались, что было выделено $k \geq 5$ лотошников.

$$(N \geq k \geq 5)$$

P_0 - вероятность лотошникам вместе попасть на концерт в начале месяца, а P_1 - вероятность лотошникам попасть на концерт вместе в конце месяца.

$$P_0 = \frac{\binom{N}{k}^2}{\binom{N}{N}} = \frac{\cancel{(N-2)(N-3)}}{\cancel{2 \cdot 1}} \cdot \frac{\cancel{N(N-1)(N-2)(N-3)}}{\cancel{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot N}{N(N-1) \cdot \cancel{2 \cdot 1}} =$$

$$= \frac{12}{(N-1)N}$$

~~$P_0 = \frac{\binom{N}{k}^2}{\binom{N}{N}}$~~

т.к. все исходы равновероятны,
 $\binom{N}{k}^2$ исходов где оба лотошника попали вместе, а $\binom{N}{N}$ -общее кол-во исходов)

$$\underline{P_1 = 11 P_0}$$

$$P_1 = \frac{\binom{N}{k-2}^2}{\binom{N}{N}} = \frac{\cancel{(N-2)!}}{\cancel{(k-2)! (N-k+2)!}} = \frac{(N-2)! (N-k)! k!}{N! \cdot \cancel{(k-2)!} \cdot \cancel{(N-k)!}} =$$

$$= \frac{(N-2)! (N-k)! k!}{N! \cdot (N-k)! \cdot k!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(N-2)! \cdot k(k-1) \cdot (\cancel{k-2})!}{N(N-1)(\cancel{N-2})! \cdot (\cancel{k-2})!} = \frac{k(k-1)}{N(N-1)}$$

(и.к. все исходы равновероятны,
 C_N^k - общее кол-во исходов, а C_{N-2}^{k-2} -
 кол-во исходов, где одна машина
 получила брак)

$$p_1 = 11p_0 \Leftrightarrow \frac{k(k-1)}{N(N-1)} = \frac{11 \cdot 12}{N(N-1)}$$

$$\Leftrightarrow k^2 - k = 11 \cdot 12$$

$$\Leftrightarrow k^2 - k - 11 \cdot 12 = 0 \Leftrightarrow (k-12)(k+11) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k=12 \\ k=11 \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=12 \\ k=-11 \end{cases}, \text{ но } k \geq 5$$

$$\Rightarrow k=12. \quad (k=12 - подходит, и.к. \\ 12 \geq 5, \quad \frac{12 \cdot 11}{N(N-1)} = \frac{11 \cdot 12}{N(N-1)})$$

Ответ: 12.

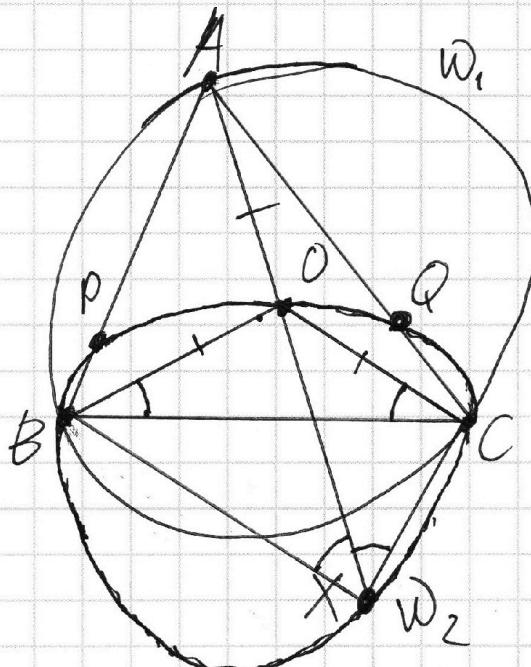


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP = 16$$

$$BP = 8$$

$$AC = 22$$

$$S_{\triangle ABC} - ?$$

$$(AO) \cap W_2 = \{Q\}$$

$\angle OBC = \angle OXC$, как висячие углы,
отмеченные на одну
линию.

$\angle OBC = \angle DCB$, т.к. $\triangle BOC - \text{rt/б},$ т.к.

$$OB = OC = OA = R - \text{радиус } W_1.$$

$$(AC) \cap W_2 = \{Q\}$$

$$AP \cdot AB = AQ \cdot AC \quad (\text{сменю точки } A \\ \text{относительно } W_2)$$

$$\Rightarrow AP \cdot (AP + BP) = AC \cdot AQ$$

$$\Rightarrow AQ = \frac{16 \cdot 24}{22} = \frac{8 \cdot 24}{11}$$

$$\text{тогда } \angle BAC = \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2\alpha \quad (\text{как центральный и вписанный угол, опирающиеся на одну дугу})$$

$$\angle DBC + \angle BOC + \angle OCB = 2\angle OBC + 2\alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OBC = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle OXC = \angle OBC = 90^\circ - \alpha$$

Пусть $\angle ABC = \beta$, тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 2\beta$
(как вписанный и центральный угол, опирающиеся на одну дугу).

$$\angle COX = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 2\beta$$

(как смежные)

$$\begin{aligned} \angle BOX &= \angle BOC - \angle COX = 2\alpha - (180^\circ - 2\beta) = \\ &= 2\alpha + 2\beta - 180^\circ \quad (\text{затем вычитается угол } \angle BCX) \\ \cancel{\angle BCX} &= \cancel{\angle BOX} = 2\alpha + 2\beta - 180^\circ \quad (\text{окончательно на одну дугу}) \\ (\angle BCX &= \angle BOX) \end{aligned}$$

~~$$\angle OCX = \angle BCX + \angle OCB =$$~~

$$= 2\alpha + 2\beta - 180^\circ + 90^\circ - \alpha = 2\beta + \alpha - 90^\circ$$

Из треугольника \sin угла $\angle OCX$:

$$\frac{OX}{\sin(\angle OCX)} = \frac{OC}{\sin(\angle OXC)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{OX}{\sin(2\beta + \alpha - 90^\circ)} = \frac{R}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow OX = \frac{R \sin(2\beta + \alpha - 90^\circ)}{\sin(90^\circ - \alpha)} \quad AO = R$$

$$AX = OX + AO =$$

$$= OX + R$$

$$AP \cdot AB = AO \cdot AX \quad \left(\begin{array}{l} \text{исследование угла } A \\ \text{окончательное выражение} \end{array} \right)$$

$$AB = AP + BP = 24$$

$$\Rightarrow 16 \cdot 24 = R \cdot (R + OX) = R \left(R + R \frac{\sin(2\beta + \alpha - 90^\circ)}{\sin(90^\circ - \alpha)} \right) =$$

$$= R^2 \left(1 + \frac{\sin(2\beta + \alpha - 90^\circ)}{\sin(90^\circ - \alpha)} \right) = 24 \cdot 16$$

By T. consider angle $\angle ABC$:

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{AC}{2R} = \frac{2R}{2R} = \frac{1}{R}$$

$$\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{R^2}} =$$

$$\sin(2\beta + \alpha - 90^\circ) = -\cos(2\beta + \alpha)$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow R^2 \left(1 + \frac{\sin(2\beta + \alpha - 90^\circ)}{\sin(90^\circ - \alpha)} \right) = R^2 \left(\cos \alpha + (-\cos(2\beta + \alpha)) \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~RRR~~

$$\Rightarrow R^2 \left(\frac{\cos \alpha + \cos(2\beta + \alpha)(-1)}{\cos \alpha} \right) =$$

$$= R^2 \left(\frac{\cos \alpha - \cos(2\beta + \alpha)}{\cos \alpha} \right) = 24 \cdot 16$$

$$\cos(2\beta + \alpha) = \cos 2\beta \cdot \cos \alpha - \sin 2\beta \sin \alpha$$

$$\cos(2\beta) = 1 - 2 \sin^2 \beta = 1 - 2 \cdot \frac{11^2}{R^2}$$

$$\sin(2\beta) = 2 \sin \beta \cos \beta = 2 \cdot \frac{11}{R} \cdot \frac{\sqrt{R^2 - 121}}{R}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R^2 \left(1 - \frac{\cos(2\beta + \alpha)}{\cos \alpha} \right) &= R^2 \left(1 - \frac{\cos \alpha \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot 121}{R^2} \right)}{\cos \alpha} \right) \\ + \frac{2 \cdot \frac{11}{R} \cdot \frac{\sqrt{R^2 - 121}}{R} \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} &= R^2 - R^2 \left(1 - \frac{2 \cdot 121}{R^2} \right) + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\sin \alpha \cdot \frac{22 \sqrt{R^2 - 121}}{R^2} \cdot R^2}{\cos \alpha} = 2 \cdot 121 + \frac{\sin \alpha \cdot 22 \sqrt{R^2 - 121}}{\cos \alpha}$$

$$= 16 \cdot 24 \quad \Rightarrow 242 + 22 \tan \alpha \cdot 22 \sqrt{R^2 - 121} = 384$$

$$16 \cdot 24 = 240 + 24 \cdot 6 = 884 \quad \Rightarrow 142 = 22 \tan \alpha \sqrt{R^2 - 121} \quad (1)$$

$$\Rightarrow (\tan \alpha \cdot \sqrt{R^2 - 121})^2 = \left(\frac{71}{11}\right)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = (R^2 - 121) = \frac{71^2}{11^2}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle(ACB)} = 2R \quad (\text{из т. синусов для } \triangle ABC)$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAC =$$

$$= 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{84}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{R}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$$

$$= \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{R^2 - 121}}{R} + \frac{11}{R} \cos \alpha = \frac{12}{R} \quad | \cdot R$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \sqrt{R^2 - 121} + 11 \cos \alpha = 12 \quad (2)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \sqrt{R^2 - 121} = \frac{71}{11} \quad \text{из (1)}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \sqrt{R^2 - 121} = \frac{71}{11} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{71}{11} \cos \alpha + 11 \cos \alpha = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\Rightarrow \frac{x_1 + 121}{11} \cos \alpha = 12$~~

$$\Rightarrow \frac{x_2}{11} \cos \alpha = x_2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{11}{16}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

(н.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$, то $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$)

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{11^2}{16^2}} = \sqrt{\frac{16^2 - 11^2}{16^2}} = \frac{\sqrt{225}}{16} =$$

$$= \frac{15}{16}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \sin(\angle BAC) =$$

$$= \frac{24 \cdot 28}{8} \sin \alpha = 11 \cdot 24 \cdot \frac{15}{16} =$$

$$= \frac{99}{2} \sqrt{15}$$

Ответ:

$$\frac{99 \sqrt{15}}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

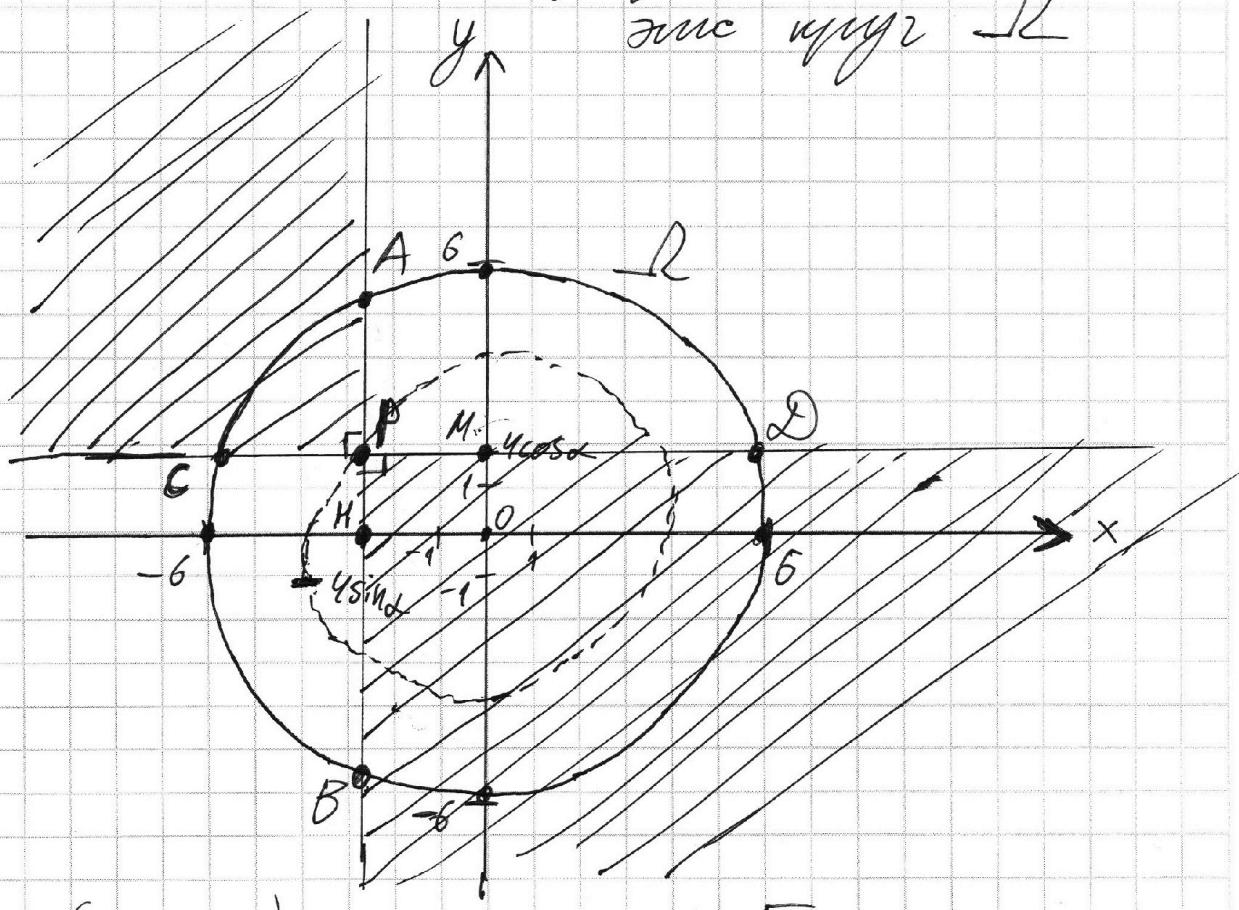
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 36$ — круг с центром $(0; 0)$
и радиусом 6, окрас
этис круга \mathcal{D}



$$(x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 4\cos\alpha; x \leq -4\sin\alpha \\ y \leq 4\cos\alpha; x \geq -4\sin\alpha \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Эта шпарта обрадует фигуру, замощенную квадратами на графике.

P - можно переделать квадрат

$$x = -4 \sin \alpha \text{ и } y = 4 \cos \alpha$$

$\varphi(\alpha)$ - пересечение круга Ω с замощением однаковыми квадратами, что переделать фигуры

$$P(\alpha) \text{ равен } AP + PB + PC + PD + l(AC) + l(BD)$$

$l(AC)$ и $l(BD)$ - длина меньших дуг \widehat{AC} и \widehat{BD} соответственно.

$$\angle APC = 90^\circ = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2} \quad \begin{array}{l} \text{рассматриваются} \\ \text{меньшие} \\ \text{дуги} \end{array}$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow l(AC) + l(BD) = \frac{8\pi R}{8} = \pi R, \quad R=6$$

$$\Rightarrow l(AC) + l(BD) = 6\pi$$

■ $P_{\varphi(\alpha)}$ - периметр $\varphi(\alpha)$

$$P_{\varphi(\alpha)} = AP + PB + PC + PD + l(AC) + l(BD) = AB + CD + 6\pi$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_{(12)} = AB + CD + 6\pi$$

Матка $P \in W$, W - окружность

с центром $(0, 0)$ и радиусом 4 ,

$$\text{м.н. } (4\cos\alpha)^2 + (4\sin\alpha)^2 = 16(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 16,$$

а P имеет координаты $(-4\sin\alpha; 4\cos\alpha)$

Значит, матка P лежит на окружности

$$AB + CD \text{ для матки } P \in W.$$

$$R=6, r=4 \quad \text{dist}^2(P, O) = 16, R^2 = 36$$

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = 36 - 16 = 20 = R^2 - r^2 = R^2 - \text{dist}^2(P, O)$$

(матка P описана вписанной

окружности, являющейся границей

окружности Ω)

~~$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = \text{dist}^2(P, O) - R^2 = -20.$$~~

$$\Rightarrow PB = \frac{20}{PA}, PD = \frac{20}{PC} \quad (AB = 2BH) \\ (CD = 2CM)$$

~~$$AB + CD = \frac{20}{PA} + PA + \frac{20}{PC} + PC$$~~

$$CD^2 = 4(R^2 - (4\cos\alpha)^2) = 4(R^2 - 16\cos^2\alpha)$$

(из т. трапеция для $\triangle COM$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = \sqrt{4(R^2 - (-4\sin\alpha))^2} = \sqrt{4(R^2 - 16\sin^2\alpha)} \quad (\text{из т. квадрата дист})$$

$$AB = \sqrt{4(R^2 - 16\sin^2\alpha)} = \sqrt{4(36 - 16\sin^2\alpha)} \quad (\Delta OHB) \\ (AB > 0)$$

$$CD = \sqrt{4(R^2 - 16\cos^2\alpha)} \Rightarrow CD = \sqrt{4(36 - 16\cos^2\alpha)} \quad (CD > 0)$$

$$AB = 2\sqrt{36 - 16\sin^2\alpha}$$

$$CD = 2\sqrt{36 - 16\cos^2\alpha}$$

$$AB + CD = 2\left(\sqrt{36 - 16\sin^2\alpha} + \sqrt{36 - 16\cos^2\alpha}\right) \\ (36 - 16\sin^2\alpha > 0, \quad 36 - 16\cos^2\alpha > 0)$$

$$\frac{AB + CD}{2} \leq \sqrt{\frac{AB^2 + CD^2}{2}} \quad (\text{из неравенства Коши})$$

$$\Rightarrow AB + CD \leq \sqrt{2} \cdot \sqrt{AB^2 + CD^2} = \\ = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4 \cdot (36 - 16\sin^2\alpha) + 4 \cdot (36 - 16\cos^2\alpha)} = \\ = \sqrt{2} \cdot 2 \sqrt{72 - 16} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{56} = 2 \cdot 2 \sqrt{28} = \\ = 8\sqrt{7}. \quad (16\sin^2\alpha + 16\cos^2\alpha = 16)$$

I

I

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_{\varphi(\alpha)} = AB + CD + 6\pi \leq 8\sqrt{7} + 6\pi$$

$$M = P_{\varphi(\alpha)} = AB + CD + 6\pi \leq \underline{8\sqrt{7} + 6\pi}$$

Таблицы дошли до конца, ищем

$$AB = CD \Rightarrow (2\sqrt{36 - 16\sin^2\alpha})^2 = (2\sqrt{36 - 16\cos^2\alpha})^2$$

$$\Rightarrow 4(36 - 16\sin^2\alpha) = 4(36 - 16\cos^2\alpha)$$

$$\Rightarrow 16\sin^2\alpha = 16\cos^2\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \cos\alpha \\ \sin\alpha = -\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2\pi k \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k \pm \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2\pi k - \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k + \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Заменим, что
все эти решения
подходят, тогда
имеем $\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$

Ответ: $8\sqrt{7} + 6\pi$;

$$\Rightarrow AB = CD, \text{ а.к.}$$

$$\begin{cases} \alpha = 2\pi k - \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k + \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = 2\pi k + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$AB = 2\sqrt{36 - 16\sin^2\alpha}$$

$$CD = 2\sqrt{36 - 16\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow P_{\varphi(\alpha)} = 8\sqrt{7} + 6\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$O_1U_i^2 = X^2 \sin^2(\angle O_1PA_i) = h^2 - 2hx + x^2 + R^2 - \frac{a^2}{4}$$

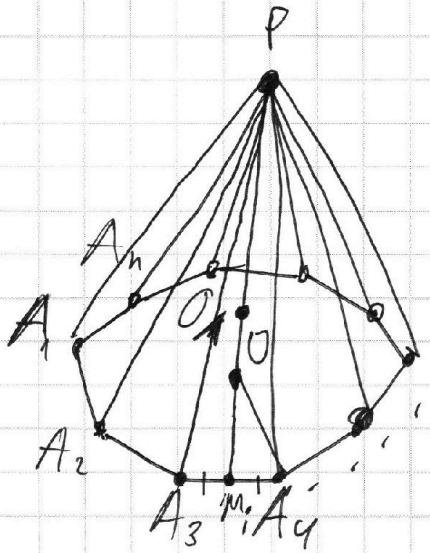


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



A_1, A_2, \dots, A_n - правильный n -угольник.

O - центр $A_1A_2\dots A_n$.

PO - высота $PA_1A_2\dots A_n$.

В любом правильном многоугольнике можно
вписать окр.

Чему равен радиус вписанной окр.
на (PO) .

тогда $PO = h$

тогда центр $\mathcal{O} = O_1$, центр $\omega = O_2$.

$$\text{dist}(O_1, PA_i) = O_1M_i; \quad \text{чтобы } A_iA_{i+1} = a$$

$$\text{тогда } OA_i = R$$

$$U_i = \text{pr}_{(PA_i)}(O_1)$$

$$O_1U_i = O_1M_i;$$

$$\text{тогда } PO_1 = x$$

$$O_1U_i = x \sin(\angle O_1PA_i)$$

$$O_1M_i^2 = (h-x)^2 + R^2 - \frac{a^2}{4}$$

