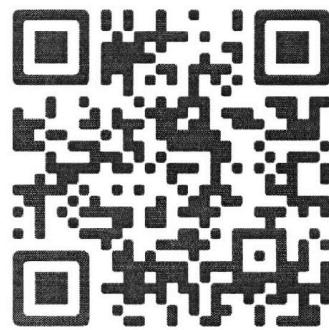


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 1111 \cdot a = 11 \cdot 101 \cdot a.$$

$$ABC = x^2 = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot B \cdot C.$$

a - какое-то четырёхзначное число $\Rightarrow \text{НОД}(11; a) = 1$
 $\text{НОД}(101; a) = 1$

$$\Rightarrow B \cdot C \leq 11 \cdot 101.$$

11 и 101 - простые, $C < 100 \Rightarrow B \leq 101$

Если $B \leq 11$, то $B \mid 11 \cdot 101 \Rightarrow B \geq 1111$, но B -
 четырёхзначное $\Rightarrow B \nmid 1111 \Rightarrow C \leq 11 \Rightarrow B = 101 \cdot B$
 $C = 11 \cdot C$

Пусть $B < 1000 \Rightarrow B < 10$
 $C < 100 \Rightarrow C < 10 \Rightarrow B \neq C$ - четырёхзначное.

Если B есть четырёхзначное число $b=6$ \Rightarrow единственной возможной
 варианце

если C есть четырёхзначное число $c=3$ \Rightarrow единственной возможной
 варианце

$$B = 606, C = 33$$

$$ABC = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 606 \cdot 33 = x^2$$

$$18a = y^2 \quad (x, y, z \in \mathbb{Z})$$

$$2a = z^2$$

$$a = k^2 \cdot 2 < 10 \Rightarrow \text{подходит } k^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{получаем тройки } \boxed{(2222; 606; 33) \cup (8888; 606; 303)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \quad x>0, y>0 \Rightarrow x+y+5 \neq 0$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x &= y + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) = y^3 + 6y^2 + 12y + \\ &+ 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \boxed{M=8.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha) (\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) - (\cos \pi y \cdot \cos \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x) = 0$$

$$\cos 2\pi x$$

$$\cos \pi(x-y)$$

$$\cos 2\pi x = \cos \pi(x-y)$$

$$2\pi x = \pi(x-y) + 2\pi n$$

$$2\pi x = \pi(y-x) + 2\pi n$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x+y = 2n \\ 3x-y = 2n \end{cases}$$

лесе подходящие пары

δ)

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi.$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$\arcsin \alpha \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \geq \pi$$

также при $\arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2}$

$$\arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\left[\text{при } \frac{x}{6} = 1 \quad \frac{y}{2} \neq 1 \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+y=2n & \text{если } x \leq 2, \text{ то } y \geq 2 \\ 3x-y=2n & \text{если } x \geq 2, \text{ то } y \leq 2. \end{cases}$$

Для $x = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4\}$ подходит любой
 $y = \{-2; 0; 2\} \Rightarrow$ получается $6 \cdot 3 = \underline{18 \text{ пар}}$

Для $x = 6$ подходит $y = \{-2; 0\} \Rightarrow \underline{2 пары}$

Для $x = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5\}$ подходит
 $y = \{-1; 1\} \Rightarrow$ получается $6 \cdot 2 = \underline{12 \text{ пар}}$

Всего $18 + 12 + 2 = 32 \text{ пары}$

Ответ: 32 пары



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего ~~есть~~ одиннадцать билетиков было x .

Изначально ~~есть~~ общее кол-во способов распределить билетов — $C_x^4 = \frac{x!}{4!(x-4)!}$

Если и Петя, и Валя получили билеты, то
остаётся отдать 2 билета $x-2$ можно \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{кол-во таких способов } C_{x-2}^2 = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!}$$

Тогда изначальное вероятность

$$P_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} \cdot \frac{4!(x-4)!}{x!} = \frac{12}{(x-1)x}$$

Пусть в конце месяца было уже y

билетов. Аналогично посчитаем вероятность

$$P_2 = \frac{C_{x-y}^{y-2}}{C_x^y} = \frac{(x-y)!}{(y-2)!(x-y)!} \cdot \frac{y!(x-y)!}{x!} = \frac{(y-1)\cdot y}{(x-1)\cdot x}$$

$$P_2 = 6P_1 \Rightarrow \frac{(y-1)\cdot y}{(x-1)\cdot x} = \frac{72}{(x-1)\cdot x}$$

$$y^2 - y = 72$$

$$(y-9)(y+8) = 0, y > 0 \Rightarrow y = 9$$

Ответ: 9.

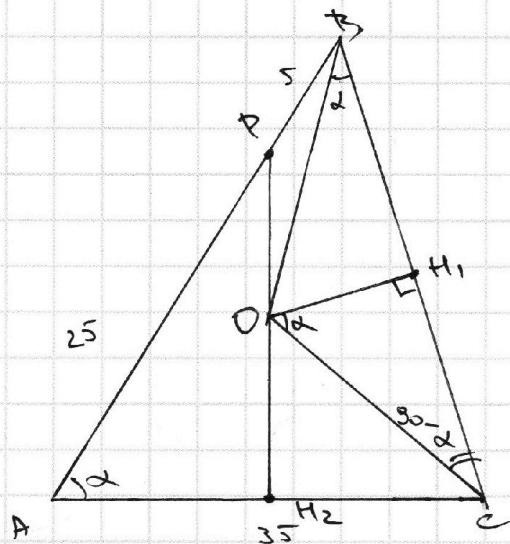


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. O - центр $\omega_1 \Rightarrow OB = OC$. Тогда $OH_1 \perp BC$,
нужно угол $H_1OC = \alpha = \angle BOH_1$ (т.к. $OB = OC \Rightarrow OH_1$ -
- бисс. $\angle BOC$, мешанка и Всегда) $\Rightarrow \angle OCH_1 = 90 - \alpha$.

$\angle BAC$ омнг на зуло BC в ω_2 , $\angle BOC$ - центральный
зул $\Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \alpha$

$OPBC$ - висак. в $\omega_2 \Rightarrow \angle OPB + \angle OCB = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OPB = 90 + \alpha \Rightarrow \angle OPA = 90 - \alpha$. Тогда $\angle PO$
го неф. с AC в т. H_2 Из суммы углов $\triangle PH_2A$

$\angle PH_2A = 90^\circ \Rightarrow OH_2$ - высота в $\triangle AOC$. $AO = OC \Rightarrow AH_2 = H_2C =$
 $= \frac{35}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AP = 25 \\ AH_2 = \frac{35}{2} \Rightarrow PH_2 = \sqrt{25^2 - \frac{35^2}{4}} = \frac{5\sqrt{51}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{PH_2}{AP} = \frac{\frac{5\sqrt{51}}{2}}{2 \cdot 25} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} (25+5) \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \boxed{\frac{105\sqrt{51}}{2}}$$

Ответ: $\frac{105\sqrt{51}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение $x^2 + y^2 \leq 169$ — все точки, лежащие

внутри окружности с центром в

направле координат и радиусом 13.

Решение $(x - 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$

$$x = -5\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$y = -5\sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\begin{cases} x < -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y > -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y < -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

означим $|5\sqrt{2} \sin \alpha| = n$

$$|5\sqrt{2} \cos \alpha| = m$$

~~тогда возможны 4 случая~~

Возможных 4 случаев знаков $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$

~~При каждом из них~~

Они каково из них покажем приложу

он на координатной плоскости



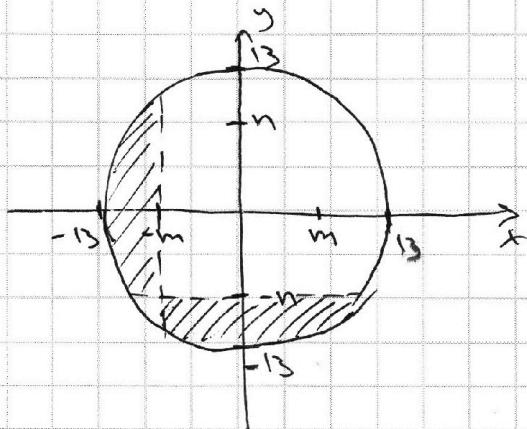
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

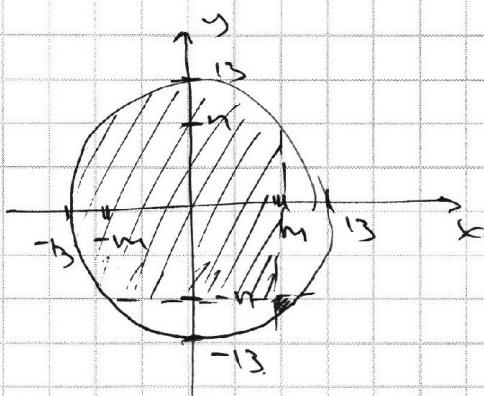
СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

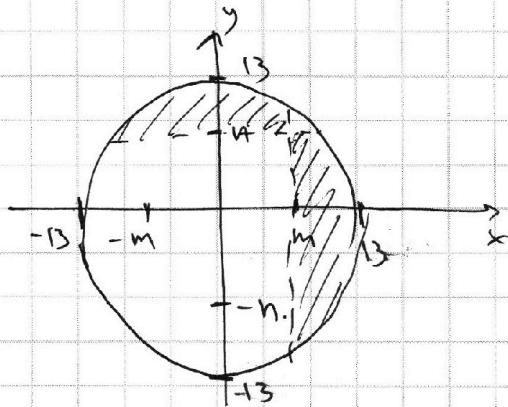
1) $\sin \alpha \geq 0$
 $\cos \alpha \geq 0$



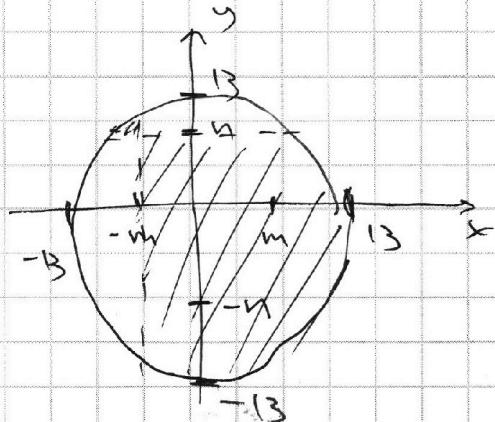
2) $\sin \alpha \geq 0$
 $\cos \alpha \leq 0$



3) $\sin \alpha \leq 0$
 $\cos \alpha \leq 0$



4) $\sin \alpha \geq 0$
 $\cos \alpha \geq 0$



~~Решение для первого~~

Случай 1 и 3 и 2 и 4 симметричны.

Они каково случаи неравенств огибают

Будем вспоминать из отрезков и дуг

окружности

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

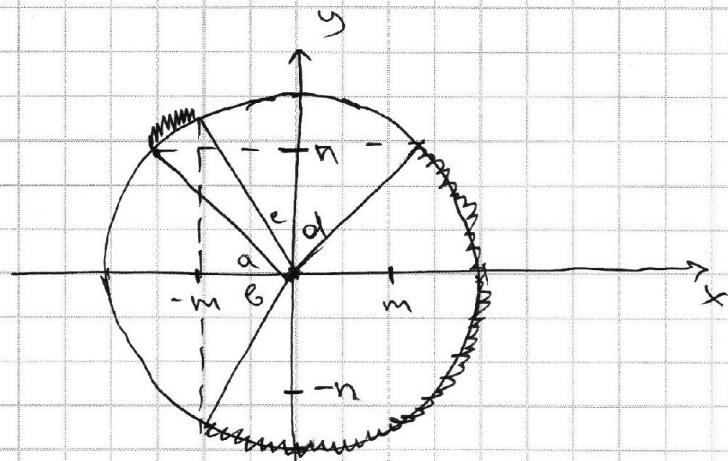


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём сумму длин дуг окружности для одного из случаев



Обозначим некоторые углы на рисунке как a, b, c и d .

Тогда

$$\sin a = \frac{n}{13}$$

$$\sin c = \frac{m}{13}$$

$$b + c = 90^\circ$$

$$\cos b = \frac{m}{13}$$

$$\cos d = \frac{n}{13} \Rightarrow$$

$$a + d = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 180^\circ = \pi$$

Сумма длин закрашенных дуг равна

$$(2\pi - (a + b + c + d))R = \pi R = (\pi - (a + b + c + d))R$$

?

Две любых синусов в окружности θ , сумма длин дуг будет равна πR , ($R=13$)



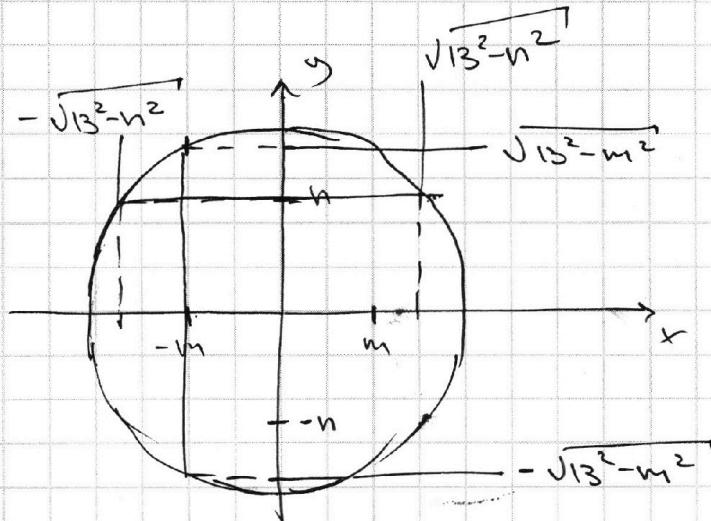
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
Ч ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда найдём сумму длин оставшихся сторон.



Так как сумма длин этих сторон

$$l = 2\sqrt{13^2 - m^2} + 2\sqrt{13^2 - n^2}$$

$$m^2 = 50 \cos^2 \alpha.$$

$$n^2 = 50 \sin^2 \alpha.$$

~~$$\frac{l}{2} = \sqrt{13^2 - m^2} + \sqrt{13^2 - n^2}$$~~

$$\frac{l}{2} = \sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha} + \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{l^2}{4} = 169 - 50 \cos^2 \alpha + 169 - 50 \sin^2 \alpha +$$

$$+ 2\sqrt{(169 - 50 \cos^2 \alpha)(169 - 50 \sin^2 \alpha)} \approx$$

↓

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{e^2}{4} = 338 - 50 + 2\sqrt{16g^2 - 50 \cdot 16g(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} + 2500 \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4} &= 288 + 2\sqrt{20113} + 625 \cdot (4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = \\ &= 288 + 2\sqrt{20113} + 625 \cdot \sin 2\alpha \end{aligned}$$

~~Периметр~~ максимальный $\Rightarrow e$ максимально
 $\Rightarrow \frac{e^2}{4}$ максимально $\Rightarrow \sin 2\alpha$ максимален.

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha_{\max} &= 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{\alpha_{\max} = \frac{\pi}{4} + \pi k} \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\frac{e^2}{4}_{\max} = 288 + 2\sqrt{20113} + 625$$

$$\frac{e^2}{4}_{\max} = 288 + 144 = 432.$$

5

$$e_{\max} = 2\sqrt{432} = 24\sqrt{3}$$

$$M = 13\pi + e_{\max} = 13\pi + 24\sqrt{3}$$

6

$$\text{Объем: } M = 13\pi + 24\sqrt{3}$$

$$\alpha_{\max} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

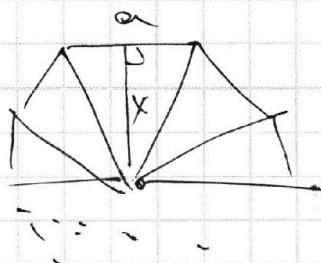
 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Существует много касающихся всех граней и всех вершин \Rightarrow плоскость верхнего основания параллельна плоскости книжки. Оди основания - верхнее и низшее. Такие стороны верхнего основания a , стороны книжки - $a+2b$.

Разобьем верхнее основание на равные треугольники с одной вершиной в центре



также высота этих треугольников x

\therefore Тогда получаем

Верхней грани

$$S_1 = \frac{1}{2} a \times n$$

Нижней боковой грани - грани основания инициальной. S_2 касается всех граней \Rightarrow \Rightarrow проекция S_2 на любую боковую грани - окружность \Rightarrow



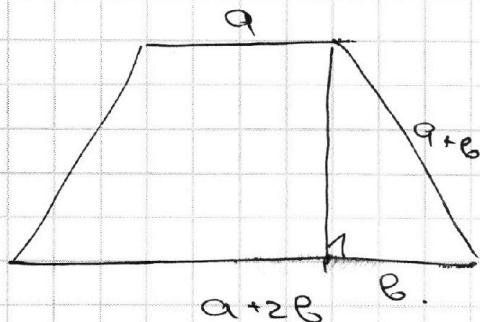
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ боковая грани - описанная главной граничес с основаниями a и $a+2b$



⇒ боковая грани
главная $\frac{a+a+2b}{2} = a+b$

Рассмотрим проекцию в на плоскость, перпендикулярную основанию и плоскости, между которыми проекции оснований и проекции граничес симметричны, верхнее основание которой будем $2x$, а нижнее $-2x \cdot \frac{a+2b}{a}$ (в силу подобия оснований или инвариантности)

Чтож в будем проецировать туда как окружности ⇒ эта граничес симс. ⇒ ее боковая сторона главная

$$\cancel{x^2} \frac{2a+2b}{2} \left(2x + 2x \frac{3a+2b}{a} \right) = x \frac{2a+2b}{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также эти треугольные сферы будем в октаэдрической

форме с учётом какой информации \Rightarrow

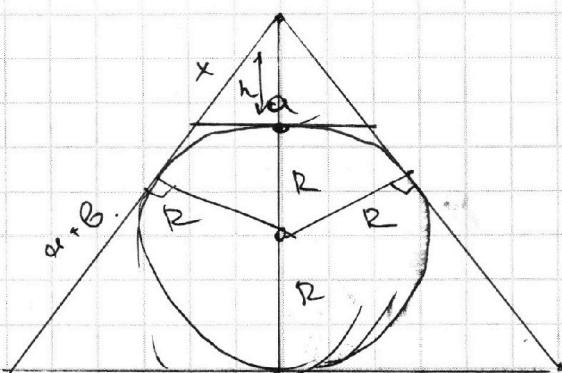
$$\Rightarrow \text{Площадь } \text{Боковой } \text{грани } \text{октаэдра} = x \cdot \frac{2a+2b}{a} \cdot \frac{a+a+2b}{2} = x \cdot 2 \cdot \frac{(a+b)^2}{a}$$

||

Площадь Боковой поверхности син

$$S_2 = 2 \times n \frac{(a+b)^2}{a}$$

~~Найдем боковое ребро одной Боковой грани по пересечению~~



$a+2b$

$$\text{из подобия. } \frac{\frac{a+b+x}{x}}{\frac{h+2R}{h}} = \frac{a+2b}{a} \Rightarrow$$

$$\therefore \frac{a+b}{x} = \frac{2R}{h} = \frac{2b}{a}$$

$$h = \frac{a}{b} R$$

$$x = (a+b) \cdot \frac{a}{2b}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
Ч ИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Денис Михалев
7 - Технология
(a + b + c)²



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

X

$$C_{x-2}^2 = a = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

$$C_{x-2}^{y-2} = 6a = \frac{(x-2)(x-3) \cdots (x-y+1)}{1 \cdot 2 \cdots (y-2)}$$

$$\frac{(x-4)(x-5) \cdots (x-y+1)}{3 \cdot 4 \cdots (y-2)} = 6$$

$$\frac{(x-2)!}{2! \cdot (x-4)!}$$

$$\frac{(x-2)!}{(y-2)! \cdot (x-y)!} = 6 \cdot \frac{(x-2)!}{2! \cdot (x-4)!}$$

$$\frac{(x-4)!}{(y-2)! \cdot (x-y)!} = 3$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} \cdot 6 = \frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y}$$

$$\frac{(x-2)!}{2! \cdot (x-4)!} \cdot \frac{4! \cdot (x-4)!}{x!} = \frac{12}{(x-1) \cdot x}$$

$$\frac{(x-2)!}{(y-2)! \cdot (x-y)!} \cdot \frac{4! \cdot (x-4)!}{x!} = \frac{(y-1) \cdot y}{(y-1) \cdot x} = \frac{72}{(x-1) \cdot x}$$

$$y^2 - y - 72 = 0$$

$$(y-9)(y+8) = 0$$

$$y = 9.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

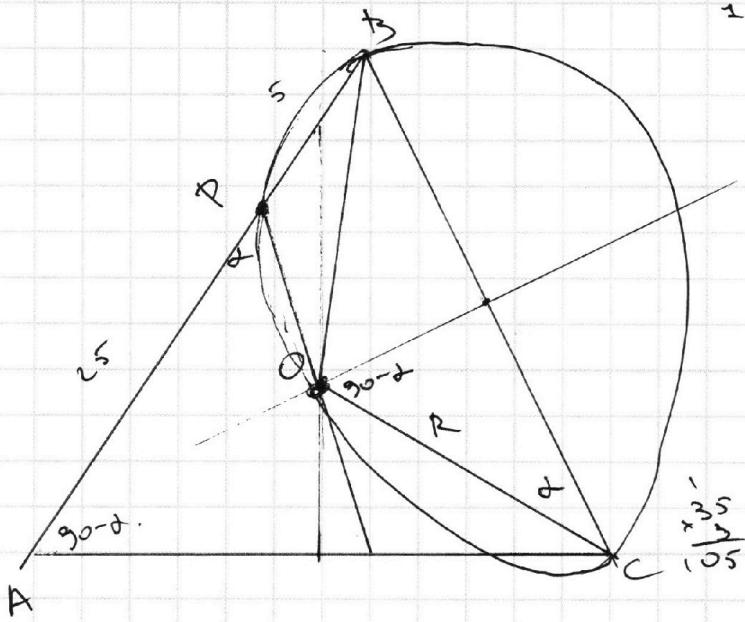
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{30 \cdot 35\sqrt{51}}{20} = \frac{3 \cdot 35\sqrt{51}}{2}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2500} \\ - 1225 \\ \hline 1275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1275} \\ - 125 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{25} \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ 625 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 2225 \end{array}$$



35.

$$BC = 2R \cos \alpha.$$

$$2500 - 1225 \alpha$$

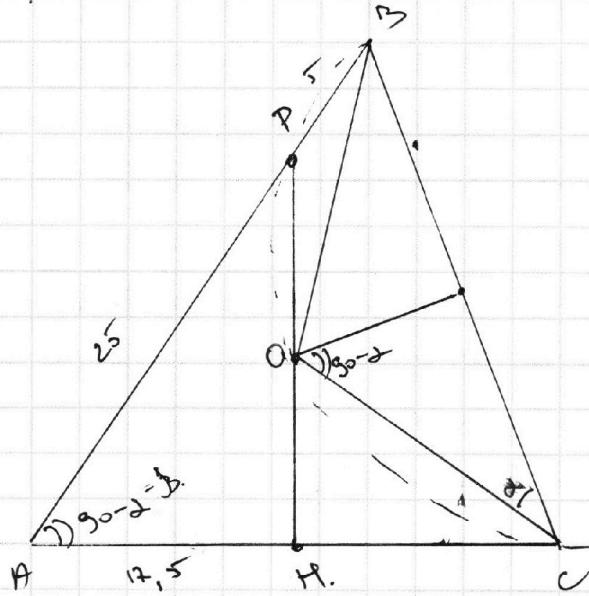
$$25^2 - \frac{35^2}{4} = \begin{array}{r} \cancel{2500} \\ - 1225 \\ \hline 1275 \end{array}$$

$$\sqrt{1275} = \frac{5\sqrt{51}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{51}}{2 \cdot 25} = \frac{\sqrt{51}}{50}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{50} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \cdot 35\sqrt{51}}{2} = \\ &= \frac{105\sqrt{51}}{2}. \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~хххх~~

$$x < -5\sqrt{2} \cos \alpha.$$

~~ххх~~

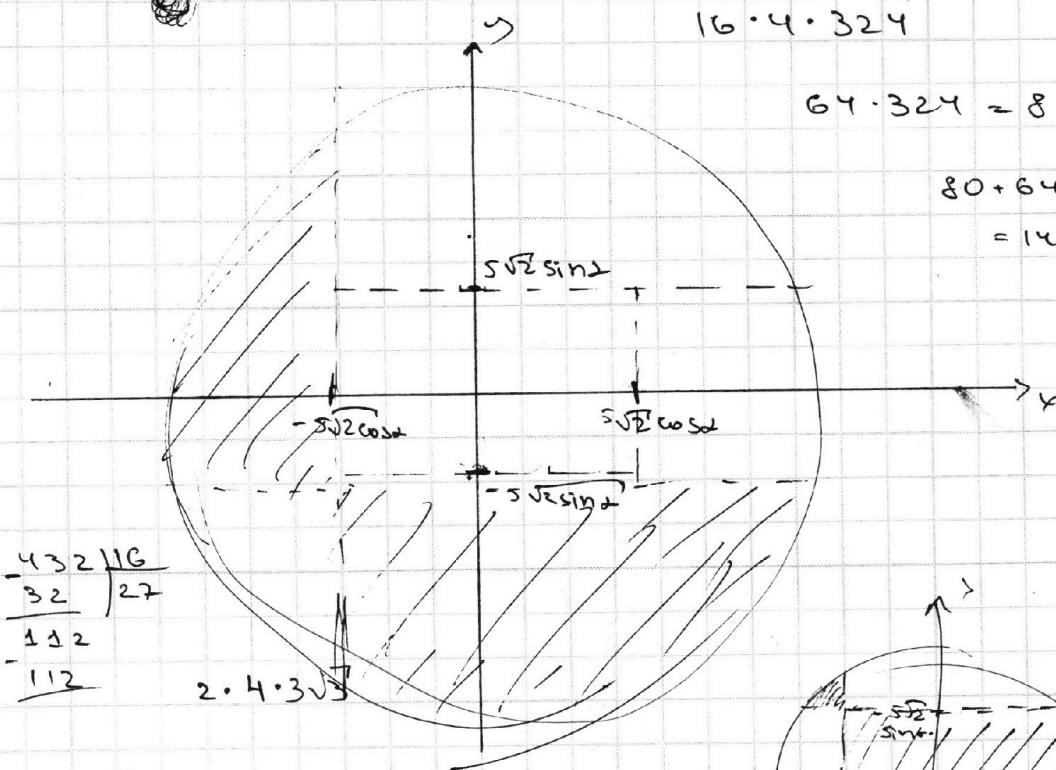
$$\begin{array}{r} 1236 \mid 4 \\ 12 \\ \hline 09 \\ \hline 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ + 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$16 \cdot 4 \cdot 324$$

$$64 \cdot 324 = 8 \cdot 18$$

$$\begin{array}{r} 80 + 64 = \\ = 144. \end{array}$$

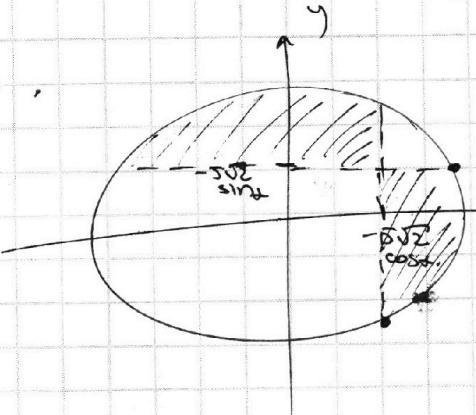
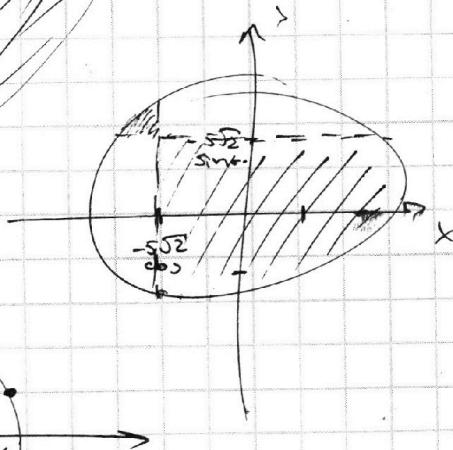


$$\begin{array}{r} 432 \mid 112 \\ 32 \quad | 27 \\ \hline 112 \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ + 144 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \mid 8 \\ 40 \quad | 54. \\ \hline 32 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 50 \cos^2 \alpha \\ - \sqrt{163 - 50 \cos^2 \alpha} \\ \hline 2 \sqrt{163 - 50 \cos^2 \alpha} + 2 \sqrt{163 - 50 \sin^2 \alpha} \end{array}$$

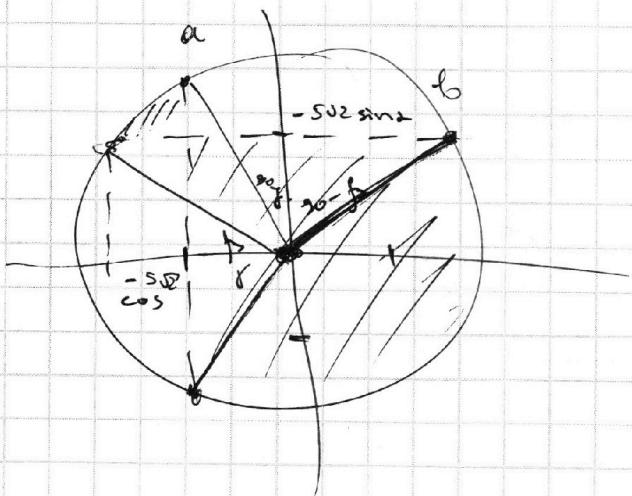


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$169^2 =$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ -24 \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$a = 2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}$$

$$20736$$

$$b = 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$$

$$\frac{-5\sqrt{2}\sin\alpha}{13} = \sin\beta.$$

~~$$\frac{5\sqrt{2}\cos\alpha}{13} = \cos\beta.$$~~

$$\frac{5\sqrt{2}\cos\alpha}{13} = \cos\beta.$$

2.

~~$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 113 \\ \hline 1521 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 20736 \end{array}$$

$$P_1 = \varphi_1 R + a + b$$

$$P_2 = (2\pi - \varphi_1)R + a + b$$

$$P_1 + P_2 = 2\pi R + 2(a + b)$$

$$P_1 - P_2 = (2\varphi_1 - 2\pi)R$$

$$\begin{array}{r} 20736 \\ -20 \\ \hline 73 \\ -4 \\ \hline 33 \\ -32 \\ \hline 16 \\ -16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5984 \\ -4 \\ \hline 55 \\ -32 \\ \hline 23 \\ -16 \\ \hline 7 \\ -4 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1296 \\ -4 \\ \hline 1256 \\ -1256 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$20736 = 16 \cdot 1296$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x = y + 2.$$

$$M = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y - 8$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x - (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x.$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x.$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x - (\cos \pi y \cdot \cos \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x) = 0$$

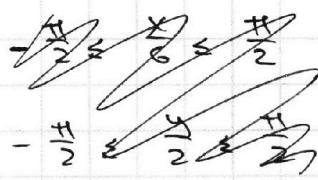
$$\cos 2\pi x = \cos \pi(x-y)$$

$$2\pi x = \pi(x-y) + 2\pi n.$$

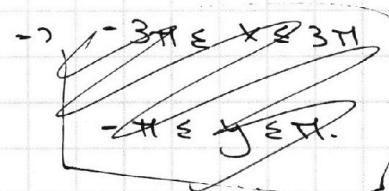
$$2\pi x = \pi(y-x) + 2\pi n.$$

$$\begin{cases} \pi(x-y) = 2\pi n \\ \pi(3x-y) = 2\pi n \end{cases}$$

$x+y = 2n$
 $3x-y = 2n$



$$-6 \leq x \leq 6$$



$$6 \quad 0 \cdot -2$$

$$-2 \leq y \leq 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

аааа

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ - \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ \hline 41 \\ - 35 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$1333 - 13 = 100$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ - \cancel{1} \cancel{0} \cancel{4} \\ \hline 71 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ - \cancel{1} \cancel{0} \cancel{2} \\ \hline 91 \end{array}$$

33 606.

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ - \cancel{1} \cancel{3} \cancel{1} \\ \hline 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ - \cancel{8} \cancel{4} \cancel{3} \\ \hline 23 \end{array}$$

20 = x²

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}.$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy + 2x - 2y - 4.$$

$$2x - 2y = 4$$

$$x - y = 2$$

$$\cancel{x} \cancel{-} \cancel{y} = \cancel{2}$$

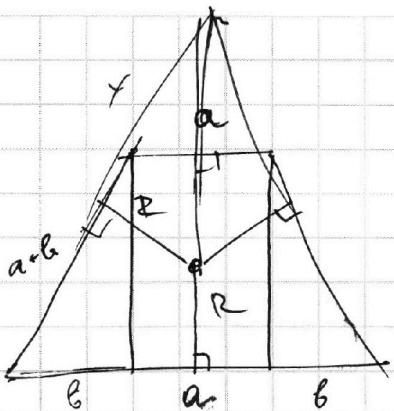
$$x^3 - y^3 - 6xy.$$



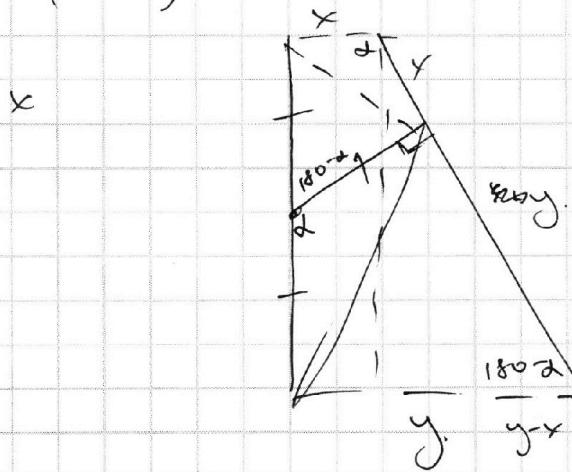
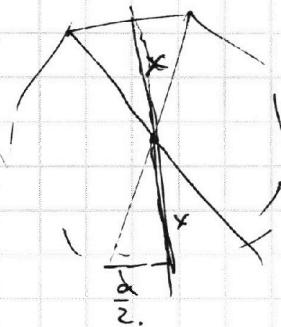
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$H^2 + \left(\frac{Q}{2} + e \right)^2 =$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{a}{2} = 2n =$$

$$\therefore \frac{1}{2} x a n.$$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{a+2b}.$$

$$\overline{J(a+b)^2 - b^2} =$$

$$= x + y.$$

$$y = x \cdot \frac{a+2b}{a}$$

$$S_2 = \left(x + x \cdot \frac{ax+2b}{a} \right) \cdot (ax+b)$$

" "

$$x \cdot \frac{2(ax+b)}{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 2ab = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{a+2b}$$

$$y = x + x \cdot \frac{2b}{a}$$

$$\frac{y}{x} = 1 + \frac{2b}{a}$$

$$a^2 + 2ab = x^2 + 2x^2 + 2y^2 \stackrel{?}{=} a^2$$

$$2R^2 - 2R^2 \cos \alpha = 2y^2 + 2y^2 \cos \alpha$$

$$2R^2 + 2R^2 \cos \alpha = 2x^2 + 2x^2 \cos \alpha$$

$$R^2(1-\cos \alpha) = y^2$$

$$R^2(1+\cos \alpha) = x^2$$

$$R = (x+y) \cdot \sin \alpha$$

$$(x+y)^2(1-\cos^2 \alpha)(1+\cos \alpha) = x^2$$

$$(x+y)^2(1-\cos^2 \alpha)(1-\cos \alpha) = y^2$$

$$x^2 + y^2 = 2(x+y)^2$$

x ↳

x+y ↲