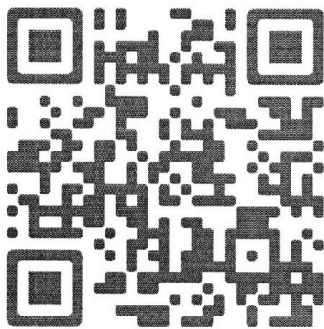
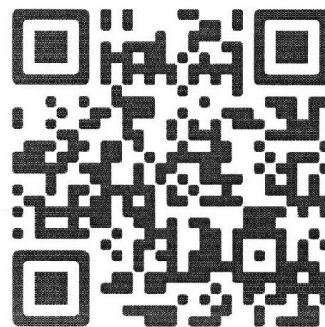




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Пегя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$x, y \geq 0 \quad x, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\begin{aligned} x &\neq 4 \\ y &\neq -4 \\ x &\neq 0 \\ y &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-4)(y+4)} \right) = 0$$

$$(x+y+3) \frac{(xy+4x-4y-16-xy)}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$x+y+3=0$
невозможно, т.к.
 x и y больше 0
по условию

или $xy+4x-4y-16-xy=0$

$$4x-4y-16=0$$

$$\boxed{x=y+4}$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 12xy = (y+4)^3 - y^3 - 12y(y+4) = \\ &= \cancel{y^3} + \cancel{12y^2} + \cancel{48y} + 64 - \cancel{y^3} - \cancel{12y^2} - \cancel{48y} = 64 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: $M=64$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\cancel{2} \sin\left(\frac{\pi(y-x)}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi(y+x)}{2}\right) \sin \pi y = \cancel{2} \cos\left(\frac{\pi(y+x)}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi(y-x)}{2}\right) \cdot$$

$\cdot \cos \pi y$

$$\cos\left(\frac{\pi(y+x)}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\pi(y-x)}{2}\right) \sin \pi y - \cos\left(\frac{\pi(y-x)}{2}\right) \cos \pi y \right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi(y+x)}{2}\right) \left(-\frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} + \pi y\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} - \pi y\right) \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} + \pi y\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} - \pi y\right) \right) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi(y+x)}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} + \pi y\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2}(y+x) = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{\pi}{2}(3y-x) = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} \begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+x = 1+2k \\ 3y-x = 1+2n \end{cases} \begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

Пары действительных чисел, которые переходят:

$$\begin{pmatrix} x; 1+2k-x \end{pmatrix}_{k \in \mathbb{Z}} \quad \begin{pmatrix} x; \frac{x+1+2n}{3} \end{pmatrix}_{n \in \mathbb{Z}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

x - кол-во одних квадратиков

в начале месяца
4 билета

Вероятность, что получит
один из билетов $\frac{4}{x}$
вероятность, что получит
второй тоже $\frac{3}{x-1}$

$$\varphi_0 = \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} = \frac{12}{x(x-1)}$$

→ вероятность, что получит
оба в начале меся-
ца

в конце месяца
4+y билета

Вероятность, что
оба получат ана-
логично

$$\varphi = \frac{4+y}{x} \cdot \frac{3+y}{x-1}$$

по условию $\varphi_0 = \frac{\varphi}{11}$

$$\frac{12 \cdot 11}{x(x-1)} = \frac{(4+y)(3+y)}{x(x-1)}$$

$x \neq 0$
 $x \neq 1$ (т.к. есть хотя бы 2 однокв-ка)

$$12 \cdot 11 = (4+y)(3+y)$$

$$12 \cdot 11 = 12 + y^2 + 7y$$

$$y^2 + 7y - 120 = 0$$

по теореме Виета

$$y = -15 \quad \boxed{y = 8}$$

п.к., т.к.
 $y > 0$

всего было выдано: $4+8 = 12$ билетов

ОТВЕТ: 12



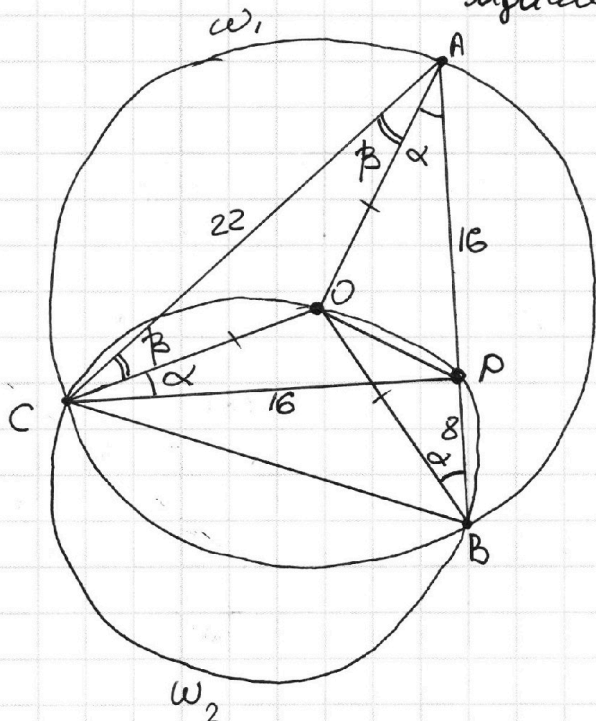
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5 $AC=22$ $AP=16$ $BP=8$



Решение: 1) $AO = CO = OB = R$

$\triangle AOC$, $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ — равнобедренные треугольники

$$\angle CAO = \angle ACO = \beta$$

$$\angle BAO = \angle OBA = \alpha$$

проведём OP , CP

$$\angle OBP = \angle PCO = \alpha$$

(вписанные углы, которые опираются на одну дугу)

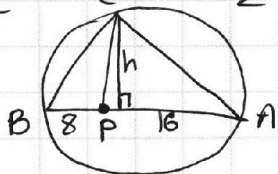


$$\angle ACP = \beta + \alpha = \angle CAB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ACP \text{ — равнобедренный} \Rightarrow CP = AP = 16$$

$$2.) \begin{cases} S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} h \cdot AP = 16 \\ S_{\triangle BCP} = \frac{1}{2} h \cdot BP = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$S_{\triangle ACP} = 2 S_{\triangle BCP}$$



$$3.) S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACP} + S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ACP} + \frac{1}{2} S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} S_{\triangle ACP}$$

$$4.) \text{ по ф-ле Герона: } S_{\triangle ACP} = \sqrt{p(p-AP)(p-CP)(p-AC)}$$

$$p = \frac{AC+CP+AP}{2} = \frac{16+16+22}{2} = 27$$

$$S_{\triangle ACP} = \sqrt{27(27-22)(27-16)(27-16)} = \sqrt{3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11} = 33\sqrt{5}$$

$$5.) \left(S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2} S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} \cdot 33\sqrt{5} = \frac{99\sqrt{5}}{2} \right) \text{ Ответ: } S = \frac{99\sqrt{5}}{2}$$

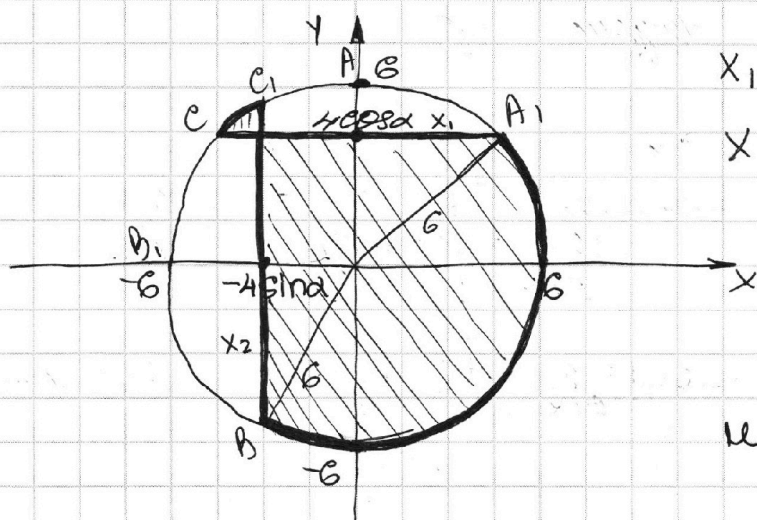


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1 = \sqrt{36 - 16 \cos^2 \alpha}$$

$$x_2 = \sqrt{36 - 16 \sin^2 \alpha}$$

длина "жирных
дуг" равна

$$2\pi R = 12\pi - \text{длина "тонких" дуг}$$

Периметр будет макси-
мальным при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (1сл)

и $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ (2сл)

$\tan \alpha = 1$

$4 \cos \alpha = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

1сл. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ Р однаковая при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и $\alpha = \frac{5\pi}{4}$

$$P_{\max} = 2x_1 + 2x_2 + \left(12\pi - 2 \cdot 6 \cdot \arccos \frac{4 \cos \alpha}{6} - 2 \cdot 6 \cdot \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{6} \right)$$

длина 2-х дуг B.C и C.A

длина 2-х дуг AA₁ и BB₁

$$P_{\max} = 4\sqrt{36 - 16 \cdot \frac{1}{2}} + \left(12\pi - 12 \arccos \frac{\sqrt{2}}{3} - 12 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

$\alpha = \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$

$$M = P_{\max} = 8\sqrt{7} + 12 \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{3} - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6

$\varphi(\alpha)$

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 36$ — окружность $R=6$ $O(0;0)$
нам подходит то, что
внутри

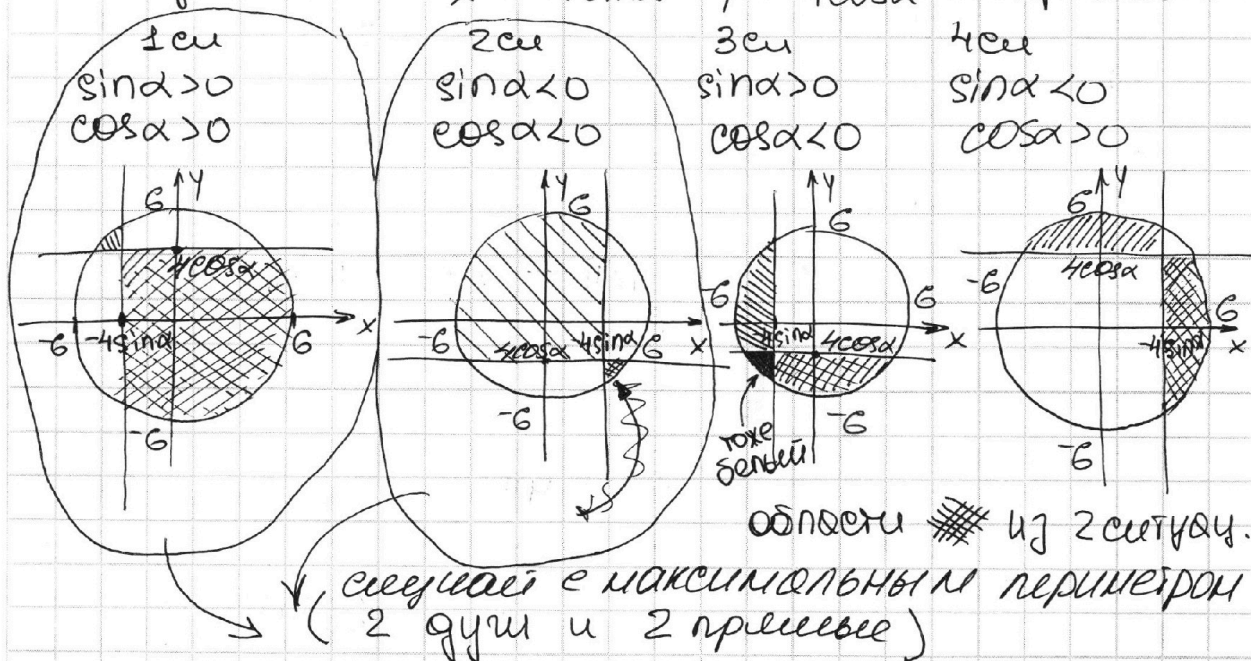
(1) 2 ситуации: чтобы произведение было ≤ 0 , скобки должны быть разных знаков

1.) $x \leq -4\sin\alpha$ 2.) $x \geq -4\sin\alpha$
 $y \geq 4\cos\alpha$ $y \leq 4\cos\alpha$

~~с точки зрения периметра~~

Рассмотрим все случаи в первой ситуации:

$x = -4\sin\alpha$ $y = 4\cos\alpha$ — прямые



оба случая с наибольшим периметром абсолютно аналогичны с точки зрения M , но в них разные α . Рассмотрим 1сл



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

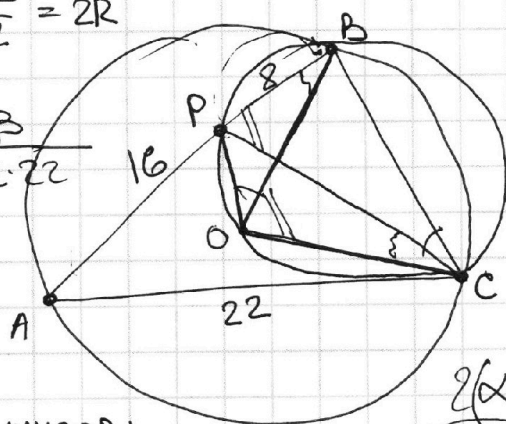
$$\sin(\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4})$$

$$\cos(\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4}) > \cos(-\frac{\pi}{2})$$

$$\frac{\cos \alpha}{24} = \frac{\cos \beta}{22} = 2R$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\cos \beta}{22 \cdot 2 \cdot 22}$$

$$\sin(90-\alpha) = \frac{\sin(90-\beta)}{22} = \frac{\sin(90-\delta)}{x} = 2R$$



$$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

теорема синусов:

$$\frac{\sin \beta}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{22}$$

$$\frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\cos \alpha}{24}$$

$$\tan \beta = \frac{R}{22}$$

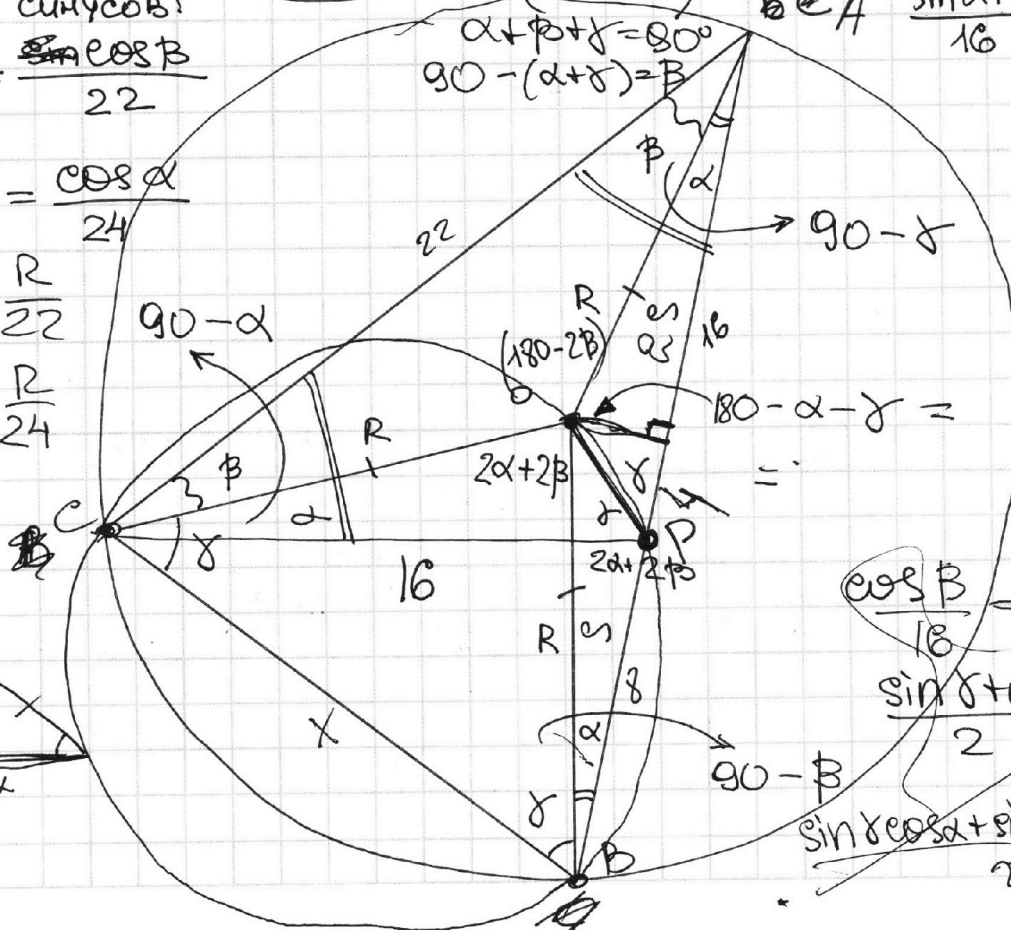
$$\tan \alpha = \frac{R}{24}$$

$$2(\alpha+\beta+\gamma) = 180^\circ$$

$$\alpha+\beta+\gamma = 90^\circ$$

$$90 - (\alpha+\gamma) = \beta$$

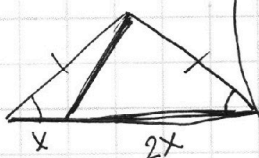
$$\frac{\sin \alpha + \beta}{16} = \frac{\sin 2\gamma}{22}$$



$$\frac{\cos \beta}{16} = \frac{\sin(90-\alpha)}{8}$$

$$\frac{\sin \delta + \alpha}{2} = \sin \delta$$

$$\sin \delta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \delta = \frac{\sin 2\gamma}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\sin (2(\alpha + \beta))}{X}$$

$$\frac{\cos \alpha}{24} = \frac{\cos \alpha}{24} = \frac{\cos \beta}{22} = 2R$$

$$\frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\sin 2\alpha}{24}$$

$$\sin (180 - 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\frac{\sin \beta}{R} = \frac{\cos 2\beta}{22}$$

$$\frac{24}{R} = 2 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{12}{R}$$

$$R = 12$$

$$2R \cos \alpha = 24$$

$$2R \cos \beta = 22$$

$$12 \cdot 12 \cdot (9) + 22 = 24$$

$$22 = 12 + 10 = 2$$

$$\frac{22 + 9 + 9}{2} = \frac{2 + 9 + 9}{2} = 2$$

$$(2 - d)(9 - d)(9 - d) = 24$$

$$24 \cos \frac{\alpha}{2} = 24 \cos \frac{\beta}{2}$$

$$24 \cos \frac{\alpha}{2} + 24 \cos \frac{\beta}{2} = 24$$

$$24 \cos \frac{\alpha}{2} = 24 \cos \frac{\beta}{2}$$

$$X = 2R \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{R} = \frac{\sin (2(\alpha + \beta))}{X}$$

$$\frac{\cos \alpha}{X} = \frac{1}{2R}$$

$$\frac{\sin \alpha + \beta}{X} = \frac{\cos \beta}{22} = \frac{\cos \alpha}{24}$$

$$\frac{\sin \alpha + \beta}{X} = \frac{11}{22R} = \frac{1}{2R}$$

$$\sin \alpha + \beta = \frac{X}{2R}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$x^3 - y^3 - 12xy - ?$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$(x+y+3) \left(\frac{(x-4)(y+4) - xy}{xy(x-4)(y+4)} \right) = 0 \quad x, y > 0$$

$$(x+y+3)(xy+4x-4y-xy-16) = 0 \quad \begin{matrix} x \neq 4 \\ y \neq -4 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{matrix}$$

$$x+y+3=0 \quad x-y-4=0$$

$$\begin{matrix} -(y+3) \geq 0 & x+y=-3 & x-y=4 \\ x \geq 0 & y+3 \leq 0 & x=y+4 \\ y \leq -3 & x=-y-3 & \end{matrix}$$

$$(a+b)(a^2+2ab+b^2) = a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 12xy$$

$$M = (-y-3)^3 - y^3 + 12y(y+3) = -(y^3+9y^2+27y+27) - y^3 + 12y^2 + 36y = -2y^3 + 3y^2 + 9y - 27$$

$$x=y+4 \geq 0 \quad y \geq -4$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12xy = y^3 + 12y^2 + 48y + 64 - y^3 - 12y^2 - 48y = 64$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A $\overline{aaaa}$ $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \alpha$ $\sin \alpha + \sin \alpha = 2 \sin \frac{2\alpha}{2}$

B $\overline{---}$ $2x = \alpha + \beta$ $2y = \alpha - \beta$ $\cos(0)$

C $\overline{---}$ $2(x+y) = 2\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ - КВАДРАТ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЛА

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha + \cos \alpha = 2 \cos \alpha \cdot \cos 0$

A = 1000a + 100a + 10a + a

B = 100z + 10y + z

C = 10x + 1 C = 10 + x $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(x+y))$

$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$

$2 \sin \left(\frac{\pi(y-x)}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi(y+x)}{2} \right) \sin \pi y = 2 \cos \left(\frac{\pi(y+x)}{2} \right)$

$\cos \left(\frac{\pi(y-x)}{2} \right) \cdot \cos \pi x y$

$\cos \left(\frac{\pi(y+x)}{2} \right) \left(\sin \left(\frac{\pi(y-x)}{2} \right) \cdot \sin \pi y - \cos \left(\frac{\pi(y-x)}{2} \right) \cos \pi x y \right) = 0$

$\cos \left(\frac{\pi(y+x)}{2} \right) = 0$

$\frac{\pi}{2}(y+x) = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$y+x = 1+2k$

$-\frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} + \pi y \right) - \cos \left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} - \pi y \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} + \pi y \right) + \cos \left(\frac{\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} - \pi y \right) \right) = 0$

$\cos \left(\frac{3\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} \right) = 0$

$y+x = 3y-x$

$2x = 2y$

$x=y$

$2x = 1+2k$
 $x=y = \frac{1+2k}{2}$

$\frac{3\pi y}{2} - \frac{\pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$3y-x = 1+2k$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

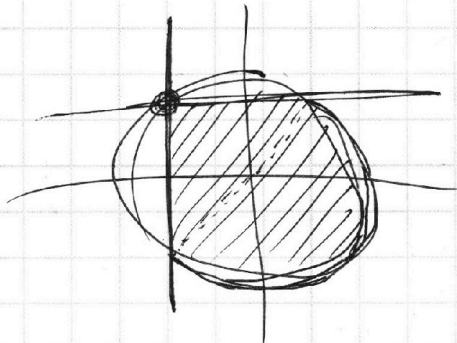
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+a)(y-b) \leq 0$$

$$x = -a \quad y = b$$

$$x \geq -a \quad y \leq b$$

$$x \leq -a \quad y \geq b$$



$$x = -4\sin\alpha$$

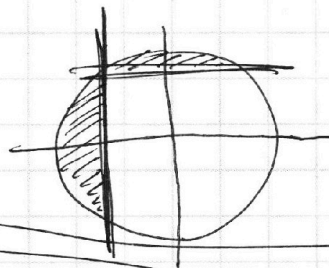
$$y = 4\cos\alpha$$

1сл

$$\begin{aligned} x &\geq -4\sin\alpha \\ y &\leq 4\cos\alpha \end{aligned}$$

2сл

$$\begin{aligned} x &\leq -4\sin\alpha \\ y &\geq 4\cos\alpha \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin\alpha > 0 \\ \cos\alpha > 0 \end{aligned}$$



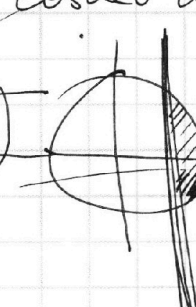
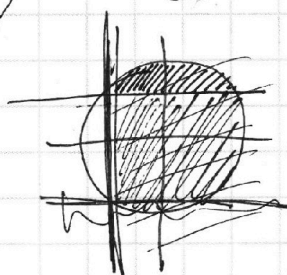
$$\begin{aligned} \sin\alpha > 0 \\ \cos\alpha < 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin\alpha < 0 \\ \cos\alpha < 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin\alpha < 0 \\ \cos\alpha > 0 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

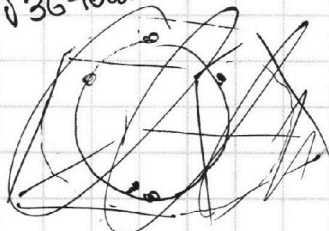
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

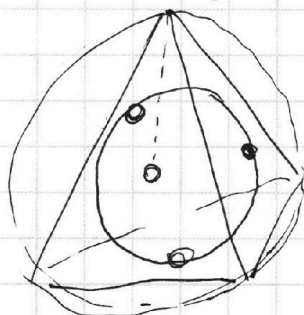
$$P' = 2 \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{36-16\cos^2\alpha}} (+32\cos\alpha\sin\alpha) + 2 \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{36-16\sin^2\alpha}} (-32\sin\alpha\cos\alpha)$$

4 билета

x ← кол-во ушейников



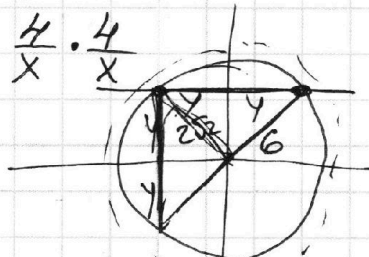
4+y билета x кол-во ушейников



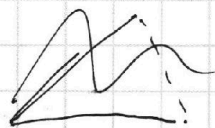
вероятность что Всеи пошлит

вероятность что Лере $\frac{4}{x}$
 $\frac{4}{x}$

вероятность, что оба



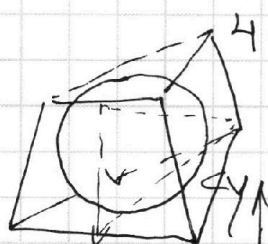
$$\frac{16}{x^2} \cdot 11 = \frac{(4+y)^2}{x^2}$$



$$16 \cdot 11 = 16 + 8y + y^2$$

$$y^2 + 8y + 16 - 16 \cdot 11 = y^2 + 8y - 160 = 0$$

$$P = 2\pi \cdot 6 + 2\sqrt{36-16\cos^2\alpha} + 2\sqrt{36-16\sin^2\alpha} \cdot \frac{1}{4} = 16 + 160 = 176$$



$$4 \cdot 3 \cdot 11 = (4+y)(3+y)$$

$$12 \cdot 11 = 12 + y^2 + 7y$$

$$y^2 + 7y - 120 = 0$$

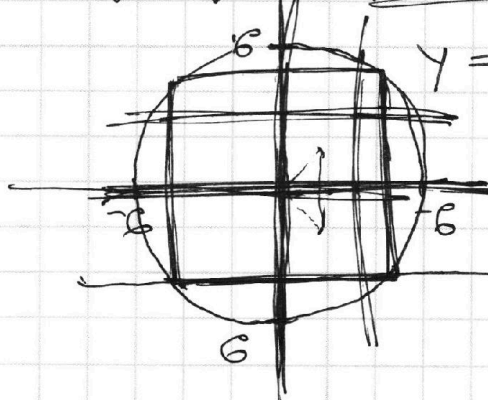
$$D = 49 + 480 = 529$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 15 \\ \hline 8 \\ 120 \end{array}$$

прямая

$$y \leq 4\cos\alpha$$

$$x \geq -4\sin\alpha$$



$$y = -15 \quad y = 8$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = 2\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$x = -4\sin\alpha$$

$$y = 4\cos\alpha$$

$$16\sin^2\alpha + 16\cos^2\alpha \leq 36$$