



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В теленгрире ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+y+z)^2 - 2(xy+yz+xz) + 8(x+y+z) + 48 \text{ кв.} = \\ = \sigma_1^2 - 2\sigma_2 + 8\sigma_1 + 48,$$

По дедукции известное нам значение пары чисел  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

$$\sigma_1 = -12; \sigma_2 = 32; \text{ тогда } 144 - 64 - 8 \cdot 12 + 48 = 80 - 48 = \underline{\underline{32}}.$$

$$\sigma_1 = -4; \sigma_2 = 0; \text{ тогда } 16 - 0 + 8 \cdot (-4) + 48 = 48 - \underline{\underline{32}} = \underline{\underline{32}}$$

При обоих значениях  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  значение выражения равно  $32$ .

Ответ:  $32$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(1)

$$\begin{aligned} xy - 4x + z^2 \\ yx = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{aligned}$$

Сложими все уравнения:

$$xy + yz + zx = 4(x+y) + z^2 + x^2 + y^2.$$

$$\sigma_2 = 4\sigma_1 + \sigma_1^2 - 2\sigma_2.$$

$$\underline{\sigma_1^2 + 4\sigma_1 - 3\sigma_2 = 0} \quad (1)$$

$$\text{Замениши: } x+y+z = \sigma,$$

$$xy + xz + yz = \sigma_2.$$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + xz + yz) =$$

**Перенеси** все уравнение:

$$(xy + z)^2 = x(y+z) \cdot x(y+x)(y+y)$$

$$\text{При как числа } x, y, z. \\ \text{нечувстви, то раздели} \\ \text{на } xyz \\ xyz = (y+z)(y+x)(y+y)$$

$$xyz = (16 + 4x + 4y + 4z)(4 + y)$$

$$xyz = 64 + 16x + 16z + 4xz + 16y + 4xy + 4yz + xyz$$

$$\underline{64 + 16\sigma_1 + 4\sigma_2 = 0} \quad (2)$$

Сведиши уравнение (1) и (2) в систему:

$$\sigma_1^2 + 4\sigma_1 - 3\sigma_2 = 0$$

$$16\sigma_1 + 4\sigma_2 + 64 = 0 \quad | : 4. \quad \underline{\sigma_2 = -4\sigma_1 - 16}$$

$$\sigma_1^2 + 4\sigma_1 + 12\sigma_1 + 96 = 0$$

$$\sigma_1^2 + 16\sigma_1 + 48 = 0$$

По Т Внега!  $\sigma_1 = -12$  или  $\sigma_1 = -4$ .

$$\sigma_2 = 32$$

$$\sigma_2 = 0$$

Уравнени. відрізнише:  $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 =$   
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + xz + yz) + 16 \cdot 3 = 0.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д) Пусть  $n+1 = x$ , где десятичные записи числа  $x$  имеет 25000 тысяч и 1 единицу.

$$n^3 = (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

$x^3$  - число с 25000 тысяч и 1 единицей

$-3x^2$  - число с 25000·2 тысяч и 1 единицей

$3x$  - число с 25000 тысяч и 1 единицей

$$x^3 - 3x^2 = \underbrace{99\dots 9}_{25000 \cdot 2 - 1} \underbrace{7000\dots}_{25000 \cdot 1}$$

$25000 \cdot 3 - 25000 \cdot 2 - 1$ , т.к. наименьшая единица удваивается

$$(x^3 - 3x^2) + 3x - 1 = \underbrace{99\dots 9}_{24999} \underbrace{700\dots 0}_{24999} \underbrace{3000\dots 0}_{25000} - 1 = \underbrace{99\dots 9}_{24999} \underbrace{700\dots 0}_{25000} \underbrace{299\dots 9}_{25000}$$

Итогда, количество всех девяток в числе  $n^3$  будет

равно  $24999 + 28000 = 49999$ .

Ответ: 49999.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3) Дадим  $x$  - общую мера дли. CF и FD, тогда  
 $CF = 2x$ ;  $FD = 3x$

10) В  $\triangle ACD$  - применяем теорему о тройных синтезах сопоставленных в прямогульном треугольнике

$$AC \cdot CF = CD^2 \Rightarrow 20 \cdot 2x = 3x^2 \quad (\text{т.к. } x \neq 0)$$

$$x = \frac{40}{9}$$

$$CF = 2x = \frac{80}{9}$$

$$\text{ii)} \quad AF = AC - CF = 20 - \frac{80}{9} = \frac{180 - 80}{9} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}.$$

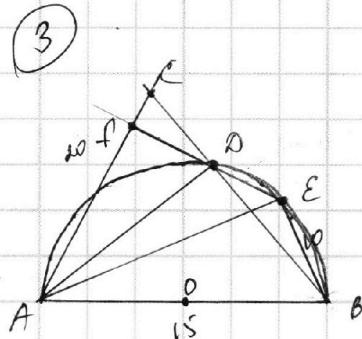
Ответ:  $AF = 11\frac{1}{9}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7
----------------------------	----------------------------	---------------------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$  - остроугольный  
окр  $(O; R)$ ;  $AB$  - диаметр окр  $(O; R)$

$$AB = 15$$

$$AC = 80; BE = 10$$

$$\textcircled{1} D \in BC \cap \text{окр}(O; R)$$

$$DF \perp AC; \textcircled{2} A \in AC$$

$$DF \cap \text{окр}(O; R) = \textcircled{3} E$$

Найти:  $AF$ .

Решение:

1). По Т  $\angle$  из центра вписанного угла, опирающегося на диаметр:  $\angle AEB = 90^\circ$

2). В  $\triangle AEB$  - прямогульник. По определению вписанного угла. прямогульного треугольника

$$\sin \angle EAB = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow \angle EAB = \arcsin \frac{2}{3}$$

3).  $\angle EAB = \angle EOB = \arcsin \frac{2}{3}$  (так как они оба вписаные и они равны по углу и между зулу)

4)  $\angle EDB = \angle COF = \arcsin \frac{2}{3}$  (аои вертикальные)

5) По Т  $\angle$  из центра вписанного угла, опирающегося на диаметр:

$$\angle DAB = 80^\circ \Rightarrow AD \perp CB.$$

6). из (5)  $\Rightarrow \angle CDA = 90^\circ$ .

7). По условию  $AC \perp DF \Rightarrow \angle AFD = 80^\circ$

8) В  $\triangle DFC$  - прямогульникои:  $\sin \angle DFC = \frac{CF}{CD}$  (но определение вписанного угла прямогульного треугольника):

$$\frac{CF}{CD} = \sin(\arcsin \frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥  $\Rightarrow$  По Т Виета:  $a_1 + a_5 = a^2 - a$ , т.к.  $a_1$  и  $a_5$  - корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{a^3 - a^2}{3} = 0$ .

По Т Виета:  $a_2 + a_7 = \frac{a^3 - a^2}{2}$ , т.к.  $a_2$  и  $a_7$  - корни уравнения  $x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a^4 - 4 = 0$ .

По свойству арифметической прогрессии:

$$a_2 + a_7 = a_4 + a_5 \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a(a-1) = \frac{1}{2}a^2(a-1).$$

$$a(a-1)\left(\frac{1}{2}a-1\right) = 0 \Rightarrow a = 0; a = 1; a = 2.$$

при  $a = 0$ :  $x^2 + \frac{2}{3} = 0$  - нет корней. Значит  $a = 0$  - не решение

при  $a = 1$ :  $x^2 + \frac{2-1}{3} = 0$  - нет корней. Значит  $a = 1$  - не решение.

$$\text{таки } a = 2. \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \cancel{x_2 = -1}.$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 64 - 4 = 0 \quad \text{Предположим, что прогрессия возрастающая, тогда}$$

$$x^2 - 2x - 64 - 2 = 0$$

$$a_4 = 1 - \sqrt{3}; \quad a_5 = 1 + \sqrt{3};$$

$$a_8 = 1 - 5\sqrt{3}; \quad a_7 = 1 + 5\sqrt{3}.$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{75}.$$

Такое прогрессии существует.  
и нее  $a_1 = 1 - 7\sqrt{3}; d = 2\sqrt{3}$ .

Значит  $a = 2$  - решение.

Ответ:  $a = 2$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7)  $\odot K \perp AK; \odot N \perp AN$  (по Т о пасательных и опр. прямой)

$AK \perp AN$  (по определению перпендикуляра к двум перпендикулярам)

$$AD = \odot N = r$$

8) из (7)  $\Rightarrow AKN - \text{извнрт}$ . По свойству извнрт.

$$AK = \odot A = r = \frac{AB + AC - BC}{2}$$

$$9). BK = AB - AK = AB - \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{BC + AB - AC}{2}$$

10) По Т о пасательных, проведённых из одной точки

$$BH' = BH = \frac{BC + AB - AC}{2}$$

11).  $BH' = BH$  (п-6 10 и 8)  $\Rightarrow \odot H$  и  $\odot H'$  совпадают

12) из (11)  $\Rightarrow \odot D$  и  $\odot O$  совпадают. Так как из одной точки к другой приведёт много путей (если единственный первоначальный)

13). Внешн  $\odot D$  лежит на биссектрисах углов  $B$  и  $C$ . ( $BD$  - бисс  $\angle B$  и  $CD$  - бисс  $\angle C$ )

14).  $\angle ABC = 2\angle DBC = 70^\circ$  (по определению биссектрисы)

15) По Т о сумме острых углов в прямом угле

$$\angle ACB = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

16)  $\angle DCB = \frac{\angle ACB}{2} = 10^\circ$  (по определению биссектрисы угла)

Ответ:  $\angle DCB = 10^\circ$ .



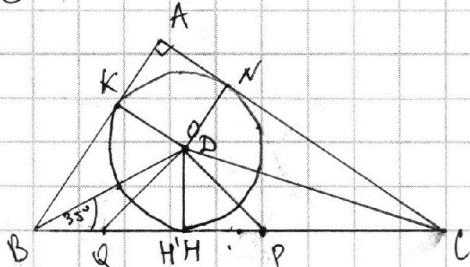
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(7)



Дано:  $\triangle ABC$  - прямогульник.

$O$  и  $O$  в  $BC$ .

$$BP = AB; QC = AC.$$

$D \in APB$ .

$$AP = QD, \angle P D Q = 90^\circ$$

$$\angle QDB = 35^\circ$$

Найти:  $\angle QCB$

Решение

1). Впишем в треугольник окружность  $(O, r)$

2). Проведём от  $I$  в  $BC$  и  $OH' \perp DC$  ( $O$  и  $O$  в  $BC$ ).

Проведём  $OK \perp AB$  ( $O$  в  $AB$ )

3)  $BP = AB; QC = AC$ .

$$QP = BC + BP + QC = AB + AC - BC$$

4). Рассмотрим в  $\triangle P Q$  - равнобедренной и прямогульной (по условию)

$OH$  - медиана (по свойству высоты равнобедренного треугольника.)

$OH = \frac{1}{2} QP = \frac{AB + AC - BC}{2}$  (по свойству медианы прямогульного треугольника)

$OH = HP = \frac{AB + AC - BC}{2}$  (по определению медианы треугольника)

$$5) BH = BP - HP = AB - \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{BC + AB - AC}{2}$$

6). Тоб из периметра радиуса вписанной окружности в прямогульном параллелепипеде:

$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{AB + AC - BC}{2} \Rightarrow OH' = \frac{AB + AC - BC}{2} = OH.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{1. } S_d = 4S_1 + S_1^2 - 2S_2 \quad S_1^2 + 4S_1 - 3S_2 = 0 \quad (100-1)^3 = \\
 & \begin{array}{r} 89 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 980 \\ \hline 88209 \end{array} \quad S_d = \frac{S_1(S_1+4)}{3} = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 1 \\
 & (100-1)^3 = 10000000 - 300000 + 3000 - 1. \\
 & \begin{array}{r} 891 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 970299 \\ \hline 970299 \end{array} \quad (1000-1)^3 = 10000000000 - 3000000000 + 3000000 - 1. \\
 & 970299 \quad 24099 + 25000 \quad 997002999 \\
 & (4a^2 + 2ab + b^2)(a - b) = 40999 \text{ руб.} \\
 & = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 \\
 & \begin{array}{l} xy = 4x + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sigma_2 = 4\sigma_1 + (\sigma_1)^2 - 2\sigma_2 \\ \sigma_2 = 2(4+x) + x(4+x) + y(4+y) \\ \sigma_2 = z^2 + 4x + x^2 + 4x + y^2 + 4y \end{array} \\
 & \begin{array}{l} x^2 + 8x + 16 \\ + y^2 + 8y + 16 \\ + z^2 + 8z + 16 \end{array} = \sigma_1^2 - 2\sigma_2 + 8\sigma_1 + 48 - ? \quad \sigma_3 = (4+x)(4+x)(4+y) \\
 & \sigma_1 = -12 \quad \begin{array}{l} \sigma_3 = xyz \\ (16 + 4x + 4x + xx)(4+y) \\ = 64 + 16x + 16x + 4xx + 16y + 4xy + 4yz + xy = \end{array} \\
 & \sigma_2 = 32 \quad xyz = 64 + 16(x+y+x) + 4(xx+xy+y^2) + xy = \\
 & 144 - 2 \cdot 32 + 8 \cdot (-12) + 48 = 64 + 16\sigma_1 + 4\sigma_2 = 0 \quad (6 + 4\sigma_1 + \sigma_2) = 0 \\
 & = 144 - 64 - 96 + 48 = 64 + 16\sigma_1 + \frac{4\sigma_1(\sigma_1+4)}{3} = 0 \\
 & = 144 - 64 - 48 = 80 - 48 = \frac{4}{3}\sigma_1^2 + \frac{16}{3}\sigma_1 + 16\sigma_1 + 64 = 0 \\
 & \boxed{-32} \quad 4\sigma_1 + 64\sigma_1 + 192 = 0 \\
 & \sigma_1^2 + (6\sigma_1 + 48) = 0 \\
 & (\sigma_1 = -4) \text{ или } \sigma_1 = -12 \\
 & (\sigma_2 = 0), \sigma_2 = 80 \\
 & \text{не подходит} \quad 80 = -80 + 12 \cdot 12 - 2 \cdot 80
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \begin{cases} a^2 - a = a_4 + a_5 \\ \frac{a - a^3}{3} = a_4 \cdot a_5 \end{cases} \end{aligned}$$

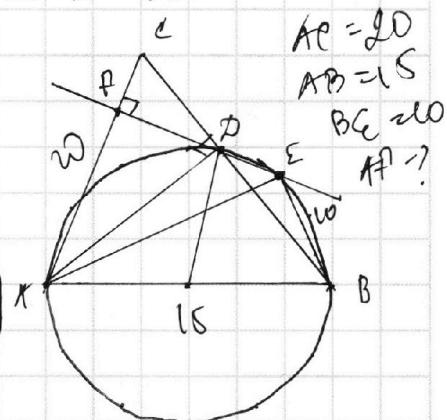
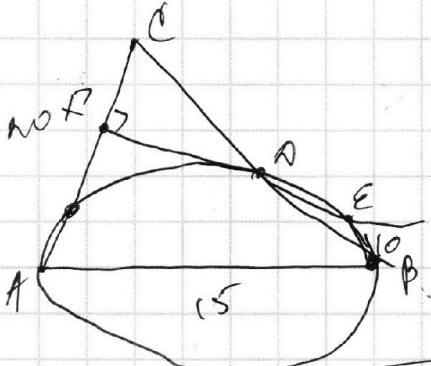
$$a^2 - a = 2a_1 + 7d$$

$$\frac{2 - a^3}{3} = (a + 3d)(a + 4d)$$

$$\frac{a^3 - a^2}{2} = 2a_1 + 7d$$

$$-a^6 - 4a - 2 = (a_1 + d)(a_1 + 6d)$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a^2 - a = a_4^2 \left( \frac{a-1}{2} \right) \\ -a^6 - 4a - 2 = a_1^2 + 7da_1 + 12d^2 \end{cases} \\ & \frac{2 - a^3}{3} + a^6 + 4a + 2 = 6d^2 \end{aligned}$$



$$\cos \angle BAE = \frac{15^2 - 10^2}{15 \cdot 15} = \frac{\sqrt{125}}{15} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\cos \angle BAE = \cos \angle BDE = \cos \angle COD = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\cos \angle COD = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \sin \angle CAP = \frac{2}{3}. \quad CP = 2x \quad CD = 3x.$$

По ТО мерн. исогр.

$$AC \cdot CP = CD^2$$

$$20 \cdot 2x = 3x^2$$

$$x = \frac{40}{9} \Rightarrow CP = \frac{80}{9}$$

$$AP = 20 - \frac{80}{9} = \frac{100}{9}$$

$$\text{если } m > 15, \text{ то } m - 15 + n - 15 \leq 6$$

$$m + n \leq 36.$$

$$\begin{aligned} m > 15, n < 15, \text{ то } m - n \leq 6 \\ m < 15, n > 15, \text{ то } n - m \leq 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m < 15, n < 15, m - n \leq -24. \\ m + n \geq 24. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
— ИЗ —

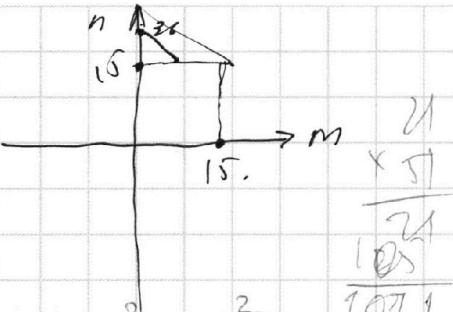
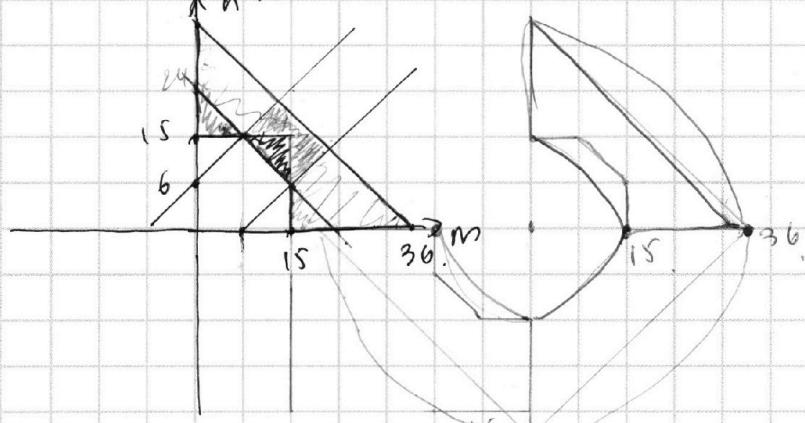
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$m > 15, n > 15 \quad m+n \leq 36$$

$$m > 1 \Gamma, n \leq 1 \Sigma \quad m - n \leq 6$$

$$m \leq 15, n > 15 \quad n - m \leq 6$$

$$m \leq 15, n \leq 15 \quad m+n \geq 24.$$



$$\text{B} \quad 86\bar{n} - 15\bar{n} = 7071$$

$$\bar{n}(36 - 15)(36 + 15) =$$

$$= \bar{n} \cdot 51 \cdot 21 = 107716$$

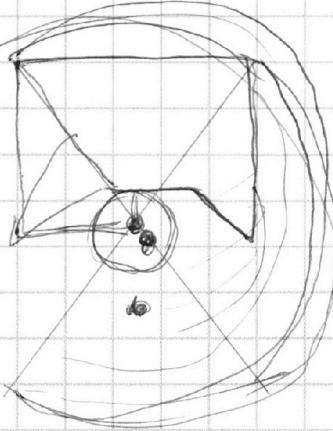
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} . 4 = - - -$$

$$1) y - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15 ; y + \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15 \Rightarrow 2y > 15 + \frac{2x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow y > 7.5 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$2\sqrt{y} - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 \text{ ; } y + \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15 \Rightarrow \frac{2x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$3) y - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15; y + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} > 6$$

$$x - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 \text{ ; } y + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 \Rightarrow xy \geq 15$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.










СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & a^2 - a = 2x + 7d \\
 & a^3 - a^2 = 2x + 7d \\
 & \frac{2}{3}a^3 - \frac{2}{3}a^2 = x^2 + 7d + 12d \\
 & a^6 - 4a^3 - 2 = x^2 + 7d + 6d \\
 & a^2(x^2 + \frac{2}{3}) = 2x^2 + 2d \\
 & 2x^2 - 4 = 0 \\
 & x^2 - 2x - 2 = 0 \\
 & x^2 - 2x - 7 = 0 \\
 & x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a(a-1) = a^2(a-1) \frac{1}{2} \quad a_5 = x \\
 & a(a-1)(\frac{1}{2}a - 1) = 0 \\
 & a = 0; a = 1; a = 2 \\
 & a = 2 \\
 & x^2 = 2x + 2 = 0 \\
 & a_2 = 1 - 5\sqrt{3}; \quad 2\sqrt{3} \\
 & a_1 = 1 - \sqrt{3} \\
 & a_3 = 1 + \sqrt{3} \\
 & a_7 = 1 + 5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & CP = AC; \quad BP = AB \\
 & QP = AC + AB - BC \\
 & DH = \frac{QP}{2} = \frac{AC + AB - BC}{2} \\
 & BH = BP - HP = AB - \frac{AC + AB - BC}{2} \\
 & BH = \frac{AB + BC - AC}{2} \\
 & HC = \frac{AC + BC - AB}{2}
 \end{aligned}$$