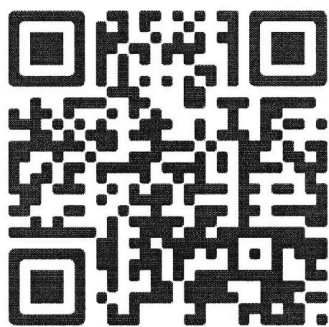
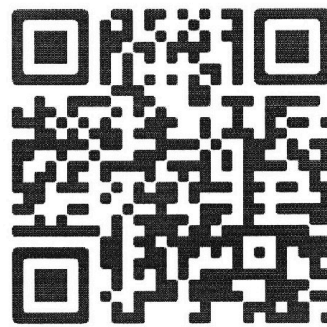




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ✓1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- ✓2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
- ✓3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
- ✓4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
- ✓6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

т.к. у уравн. симм. отн. степеней  
переменных, факты доказанные  
для 1 переменной, будем считать  
доказ. для всех + назовем  
свойство (4)

$$\text{из } (1) \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{3z + z^2}{3x + x^2}$$

$$3x^2 + x^3 = 3z^2 + z^3 \xrightarrow{\text{из св. (4)}} 3y^2 + y^3$$

$$(1) \cdot (2) \cdot (3) \Rightarrow (xyz)^3 = xyz(3+z)(3+x)(3+y)$$

$$xyz = (3+z)(3+x)(3+y)$$

$$3x^2 + x^3 = x(3x + x^2) = x \cdot yz = (3+z)(3+x)(3+y)$$

из св. (4) для  $y$  и  $z$  аналогично

$$x^2 = (3+z)(3+y) = 9 + 3z + 3y + yz$$

$$-x^2 = 9 + 3z + 3y + 3x + x^2 \Rightarrow \boxed{x + y + z = -3}$$

$$\begin{aligned} (x+3) &= a, & y+3 &= b, & z+3 &= c \\ (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☒

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а) 2~~

$$((x+3)+(y+3)+(z+3))^2 = 6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2 \cdot ((y+3)(x+3) + (x+3)(z+3) + (z+3)(y+3))$$

$$6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2(\cancel{xy} + x^2 + y^2 + z^2) + 2 \cdot 6(x+y+z) - 2 \cdot 6(-3) + 2 \cdot 3 \cdot 9 - 2 \cdot 3 \cdot 9$$

$$6^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 9) - 54 + 36$$

$$3((x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2) = 54$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{9999 \dots 99}_{x} \geq 10^x - 1 = n$$

$$x = 40000$$

$$n^3 = (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x - 1, \text{ т.е.}$$

число  $n^3$  имеет вид:

разряд  $n$

$$999 \dots 970000 \dots 02999 \dots 99$$

разряд  
номер  $2x+1$

разрядов  $\Rightarrow x$  девяток

$x+1$

т.к.  $3 \cdot 10^x$  имеет в себе  $x+1$  разряд

разряд номер

$3x$  (т.к. на 1 меньше, чем  $10^{3x}$ , а в  $10^{3x} \rightarrow 3x+1$ )

т.е. во второй половине  $3x - (x+1) = x-1$  девяток,

тогда видно, что число  $n^3$

$$\text{т.е. } 79999$$



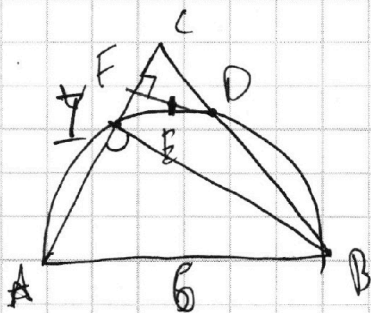
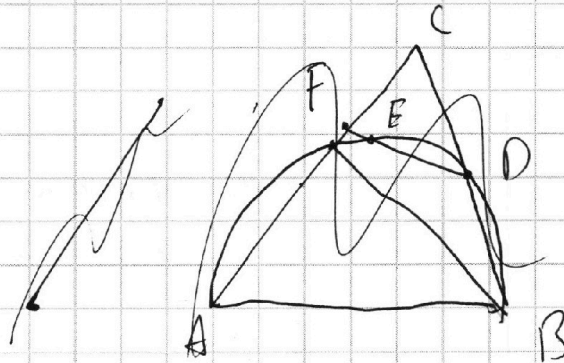
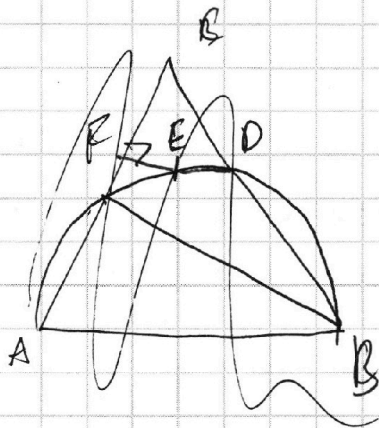


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

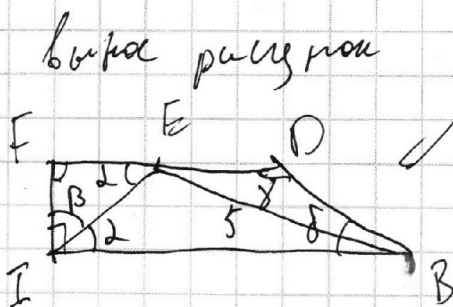
|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$I = (AC \cap BD)$ , тогда  
 $\angle AIB = 90^\circ$  (св. угла и диаметр.)



$$\angle EIB = \alpha$$

$$\angle FIE = \beta, \angle \epsilon \beta = 90^\circ$$

$$\frac{IF}{IE} = \frac{x}{y} \quad \sin \alpha = \frac{x}{y}$$

точки I, D, B, E на одной окруж.

$$FD \perp FI \perp IB \Rightarrow FD \perp IB$$

$$FD \parallel IB, \text{ т.е.}$$

FD BI - трапеция



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. трапеция  $AFDBI$  - трапец.  $EDBI$  - так же трапеция

а т.к.  $EDBI$  - висшая, сумма  
противополож. угл. равна  $180^\circ$

т.е.  $\gamma + \angle = 180^\circ$  и  $\gamma + \beta = 180^\circ$  (св. паралл.)

т.е.  $\angle = \beta$ , т.е. трапеция  $PI\beta$

$IE \parallel DB$

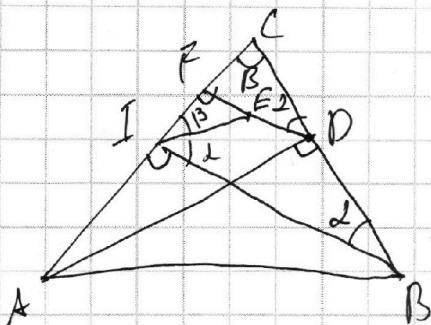
$IEB$  - висшая в  $\triangle$ , тогда из т. синусов:

$$\frac{EB}{\sin \angle} = 2R$$

$$\sin \angle = \frac{EB}{2R} = \frac{5}{6} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = \cos \angle C = \sin \angle = \frac{5}{6}$$

Проведем  $AD$ , тогда  $\angle ADB = 90^\circ$  (свойств. угла  
отпр. на гипот.)



$$CD = AC \cdot \cos \beta = \frac{10}{6} \cdot 10 \cdot \frac{5}{6}$$

$$FC = CD \cdot \sin \angle = 10 \cdot \frac{25}{36}$$

$$AF = AC - FC = 10 - 10 \cdot \frac{25}{36} = 10 \cdot \frac{11}{36}$$

$$AF = \frac{110}{36}$$

$$\text{Other: } AF = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

допустим, всею и коробок, тогда в первом случае, вероят. исходов 1.  $C_{n-3}^2$ , а всею их  $C_n^5$ , т.е.  $P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

во втором

во втором же случае, всею исходов  $C_n^6$ , а вероятных  $C_{n-3}^3$ , т.е.  $P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}} = \frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{3!} \cdot \frac{1}{(n-3)(n-4)}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)} = \frac{(n-5) \cdot 2!}{3!} \cdot \frac{6!}{5!(n-5)}$$

$$= \frac{6}{3} = 2$$

т.е. вероятность выбора выросла в 2 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



возьмем  $n$ , шаров всего  $n$ , тогда

1 случай всего способов выбрать 2, а  
выбрать коробки  $C_n^5$ , т.е.  $P_1 = \frac{1 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{3!}{n(n-1)(n-2)}$

а во 2 случае порядок вариантов  $C_{n-3}^3 \cdot 1$ , а  
всего способов  $C_n^6$ , т.е.  $P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} =$

$$= \frac{n(n-3)(n-4)(n-5)}{3!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6!}{n(n-1)(n-2)}$$

тогда  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{3!}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$

т.е. вероятность увеличилась в 20 раз.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5) = 0$ , допустим сг корни это  $x_1, x_2$ , а все скрепимости это  $D_{12}$

$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ , допустим его корни это  $x_3, x_4$ , а все скрепимости это  $D_{34}$ , тогда

$x_1 < x_2$ ,  $x_3 < x_4$ , тогда допустим последовательность возрастает (БОО), тогда

$$x_3 < x_1 < x_2 < x_4$$

допустим эта последовательность задается

так:  $a_n = a_0 + n \cdot b$ , тогда  $x_3 = a_0 + 3b$

$$x_4 = a_0 + 8b$$

$$x_1 = a_0 + 5b$$

$$x_2 = a_0 + 6b$$

$$\text{тогда, } x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2a_0 + 11b$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 12x + 136 - 1025 = 0$$

$$x^2 - 12x + 889 = 0$$

$$D = 889 \cdot 4 + 144 = 3556 + 144 = 3700 = 34 \cdot 10^2$$

$$= 3400 = 34 \cdot 10^2$$

$$x_1 = 6 - \sqrt{37} \quad x_2 = 6 + \sqrt{37}$$

$$x_3 = 6 - 5\sqrt{37} \quad x_4 = 6 + 5\sqrt{37}$$

$$b = 2\sqrt{37}, \quad a = 6 - 8\sqrt{37} \quad a = 6 - 11\sqrt{37}$$

Ответ:  $a = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r.e. \quad \frac{a^2 - a - D_{12}}{2} + \frac{a^2 - a + D_{12}}{2} \quad \frac{a^3 - a^2 - D_{34}}{2 \cdot 4} + \frac{a^3 - a^2 + D_{34}}{2 \cdot 4}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}, \quad (a^2 - a) \left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0$$

$$(a^2 - 4) \quad a(a-1)(a-4) = 0$$

тогда  $a =$

$a$  либо 0, либо 1, либо 4

Проверим:

$$a=0, \quad x^2 - 5 = 0 \quad x_1 = -\sqrt{5} \quad x_2 = \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0, \quad x_3 = -1, \quad x_4 = 1, \quad \text{не подходит}$$

$$a=1, \quad x^2 - 4 = 0, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 2$$

$$4x^2 - 1 = 0, \quad x_3 = -\frac{1}{2}, \quad x_4 = \frac{1}{2}, \quad \text{не подходит}$$

$$a=4, \quad x^2 - 12x - 1 = 0 \quad D_{12} = 148 \quad x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2}$$

$$x^2 - \frac{48}{4}x + \frac{2 \cdot 4^4}{4} + \frac{2 \cdot 4^2}{4} - \frac{4^6}{4} - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle B'OC' = 2\angle BOC_2$$

$$\text{т.к. } 2\angle = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ, \angle = 30^\circ$$

$$\angle C'_1OC'_2 = 180^\circ - 2\angle = 120^\circ = \beta$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \pi R^2$$

$$S_2 = 9\sqrt{3} \cdot 20$$

$$S_1 = \frac{\pi R^2}{3}$$

$$S_4 = \frac{\beta^\circ}{360^\circ} \cdot \pi R^2 - \frac{R^2 \cdot \sin \beta}{2}$$

$$S_3 = 81$$

$$S_3 = 324\pi - 108\sqrt{3} - \frac{36\pi}{2} - \frac{1}{3} \cdot 324\pi + \frac{18^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = \frac{2}{3} \cdot 324\pi - 36\pi + 18 \cdot 81\sqrt{3} - 108\sqrt{3}$$

$$S_3 = 180\pi - 27\sqrt{3}$$

$$S_3 = \frac{2}{3} \cdot 324\pi - 108\sqrt{3} - 18\pi + 9^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$S_3 = 198\pi - 27\sqrt{3}$$

$$\text{Answer: } S = 198\pi - 27\sqrt{3}$$



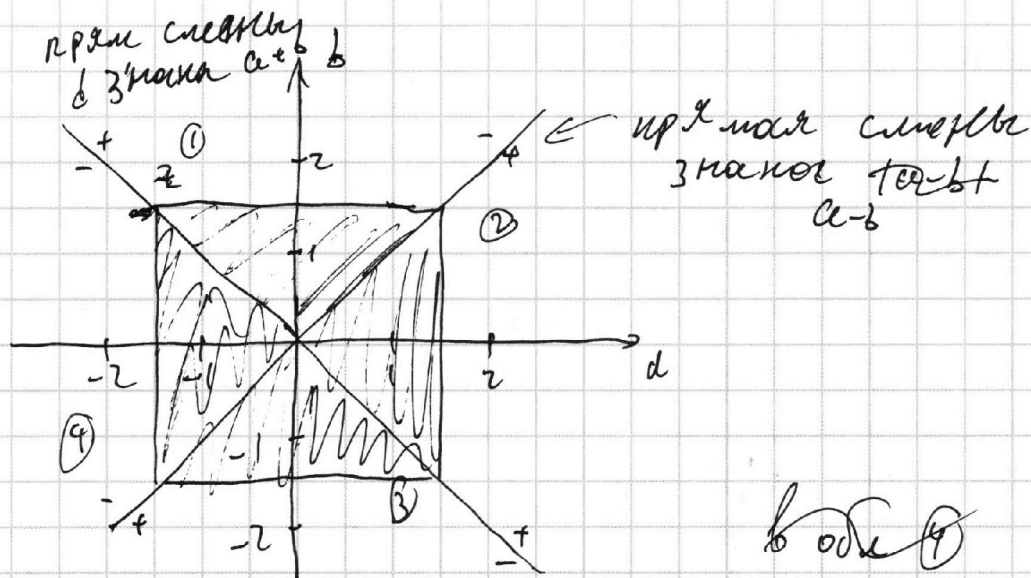
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☒7  
☐СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сделаем замену  $x - 1,5 = a$ ,  $\frac{y}{6\sqrt{3}} = b$ , тогда  
график выглядит так

$$|a+3| + 2|a-b| \leq 3, \text{ построим в координатах } a, b$$



обл 1

$$a+b-a-b \leq 3, \quad b \leq 1,5$$

обл 2

$$a+b-a-b \leq 3, \quad a \leq 1,5$$

обл 3

$$-a-b+a-b \leq 3, \quad -b \leq 1,5, \\ b \geq -1,5$$

обл 4

$$a-b-a-b \leq 3, \quad -a \leq 1,5 \\ a \geq -1,5$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



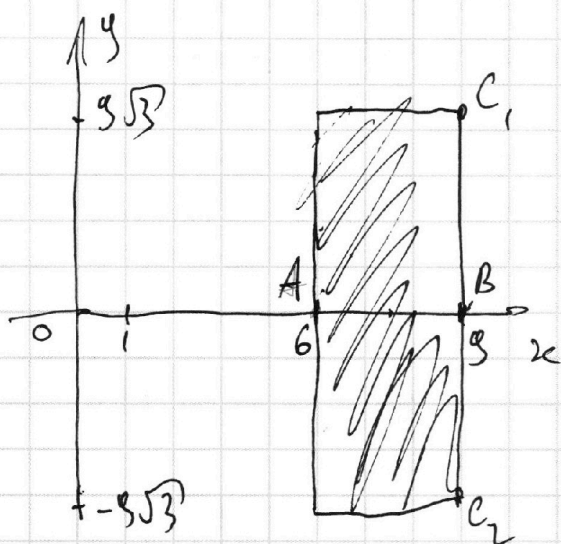
СТРАНИЦА

2 из 5

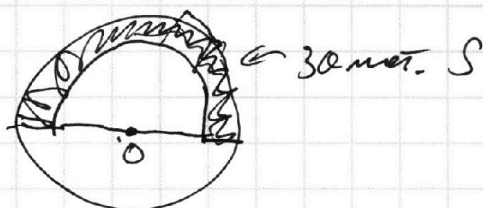
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. преобразование  $x \rightarrow ax$  линейное

а  $a \rightarrow b$  пропорциональное, график  $y(x)$  - прямоугольник со ст. 3 (по абсциссе) и  $18\sqrt{3}$  (по ординате) с координатами центра  $O(7,5; 0)$



Рассмотрим отрезок  $AB$ , после поворота при повороте, он займет часть окружности вот так:



и в любой момент от точки  $B'$  (получ из поворота)

контролировать  $C_1'$  и  $C_2'$  (точки по луч поворота из  $C_1$  и  $C_2$  соотв.)

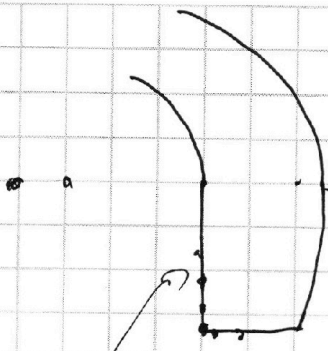


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

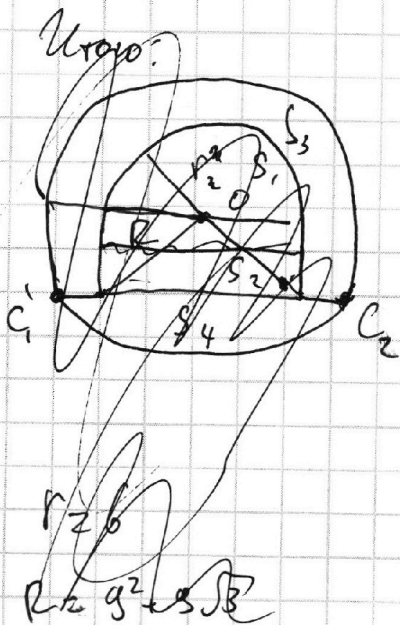
|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



прямой  $yz$ . т.к. при повороте все точки  
слева нач. смещаться "внутрь" нест. полосу  
из-за чего сначала не заглубляют новую  $S$

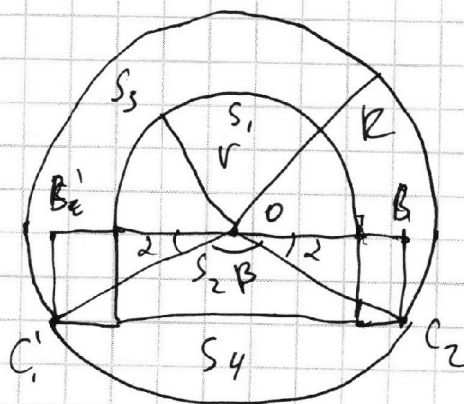


$S_3$  - площ. заштрих.

$S_1$  - площ. незак. полуокружности

$S_4$  - незак. площ. сектора  
окружности

$S_2$  - незак. прямоугольника



$$r = 6$$

$$R = \sqrt{6^2 + 9^2 \cdot 3}$$

$$R = 18$$



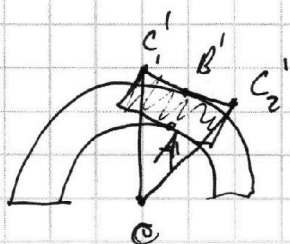
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

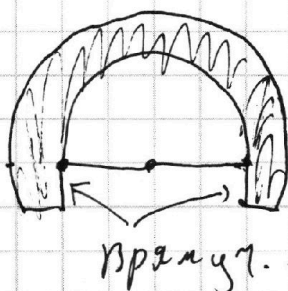
СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. в любой момент поворот за метает. Значит часть окруж., т.е.:



и т.к. это происходит постоянно, в конечном итоге будет заштрихована и вся фигура.



Внутр. незаштрихованная часть полуц.  
"прокатыванием" прямоугольника по окруж.  
се. Прямые заштрихованной полуокружности т.к.  
их созд. точки  $C_1$  и  $C_2$  которые прокат  
полуокружности каждая



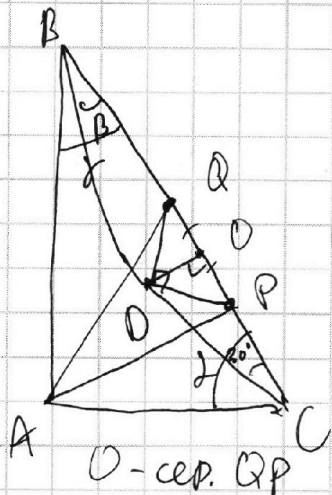


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle QBD = \beta$$

$$\angle ABQ = \beta = \alpha$$

$$\angle C = \angle \alpha + \beta = 90^\circ$$

DO - середина OP

$$DO = OQ = OP = x$$

(св. медиан  
прямоуголь-  
ника)

$$AQ = c - x$$

$$BA = b$$

$$\text{тогда } \begin{cases} (c-x) \cos 30^\circ = x \\ (b-x) \cos 60^\circ = x \end{cases}$$

$$x = \frac{\sqrt{b^2 + c^2} - b(b+c - \sqrt{b^2 + c^2})}{2}$$

$$\text{Если } DP = DQ \text{ и } \angle ADP$$

$$\text{то } \triangle DPQ - \text{пр}$$

$$\text{т.к. } \angle QDP = 90^\circ, \angle QDP = \angle QPD = 45^\circ$$

$$\triangle AQC - \text{пр}, \angle C \angle AQC = \angle QAC =$$

$$= \frac{90^\circ - \alpha}{2} = \frac{90^\circ + \beta}{2}$$

$$= 45^\circ + \frac{\beta}{2}$$

$$\angle AQD = \angle AQC - \angle DQP = 45^\circ + \frac{\beta}{2} - 45^\circ =$$

$$= \frac{\beta}{2}$$

$$\text{Аналогично } \angle DPQ = \frac{\alpha}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x}{z} = \frac{3z + z^2}{3xz + xz^2} - \frac{1025}{136} \quad 3xz + xz^2 = 3z^2 + z^3 = 3y^2 + y^3$$

$$\begin{aligned} 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \\ 1000 - 10000 - 300 \cdot 36 &= 1025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \\ x(3+y)(3+x)(3+z) &= (3+x)x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10^x - 1)^3 &= 999 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 &= 1000 - 300 + 30 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \\ ((x+3)(y+3)(z+3))^2 &= (x+3)^2 (y+3)^2 (z+3)^2 + 2((x+3)(y+3)(z+3)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \\ \frac{1}{C_N^3} &= \frac{1 \cdot C_{N-3}^3}{C_N^3} \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(xyz) + 9 \cdot 3$$

$$1000 - 300 + 30 - 1$$

$$1000 - 300 + 30 - 1$$

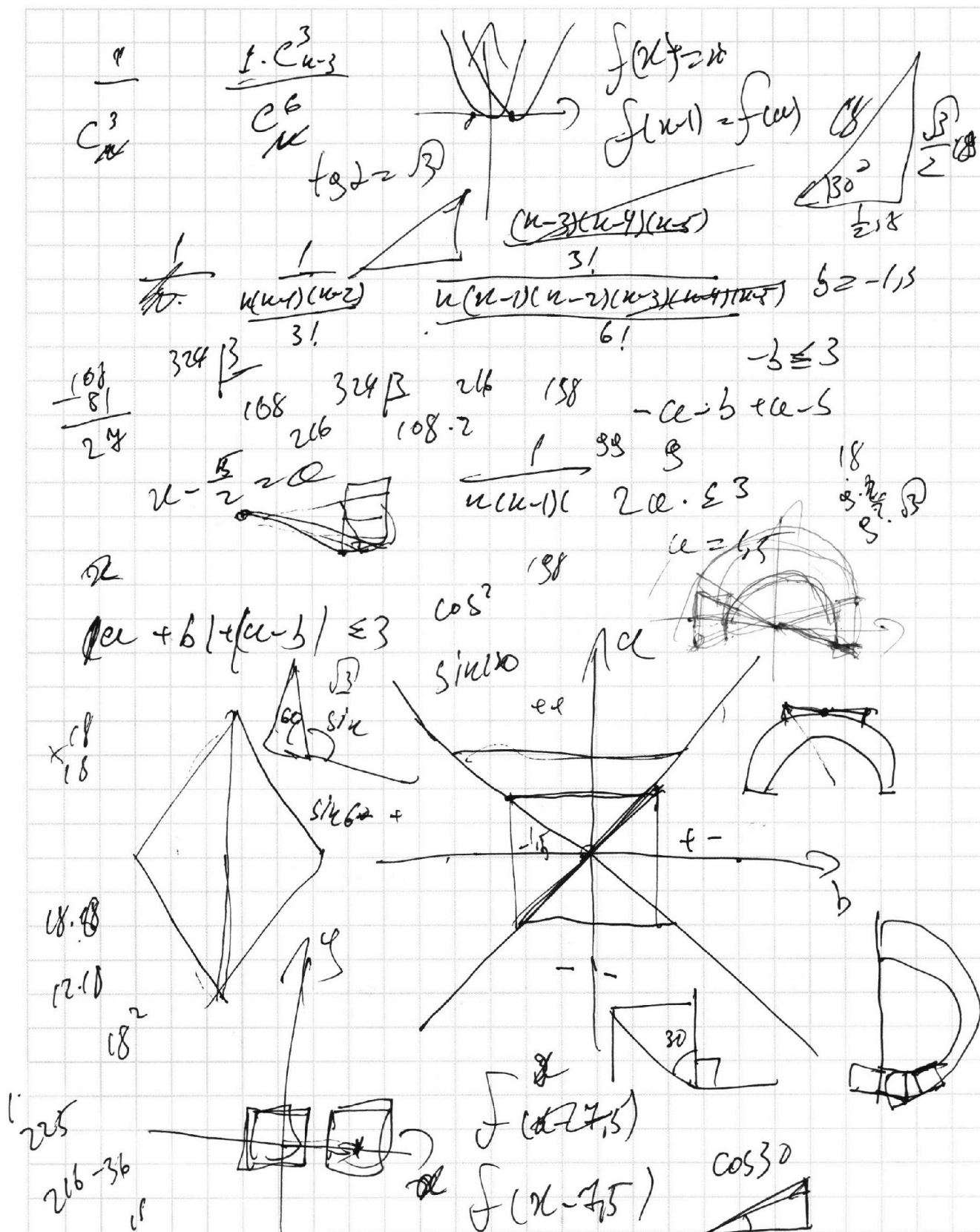


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



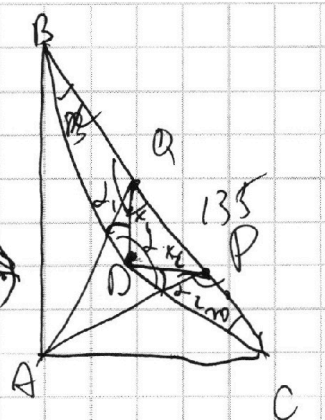
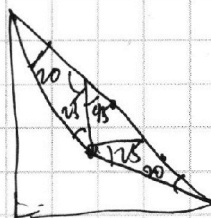
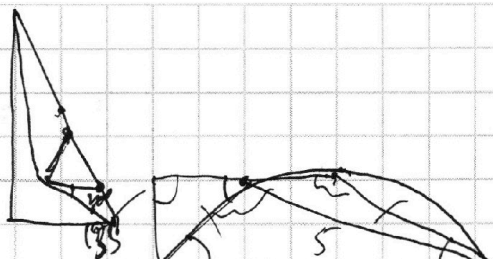
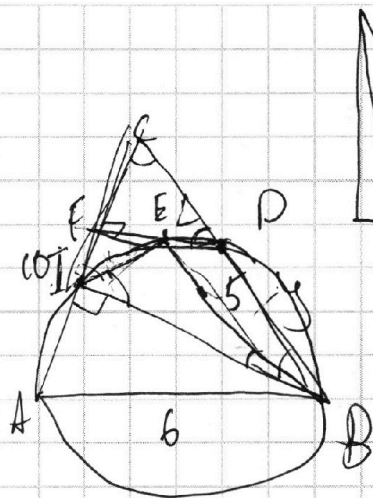


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

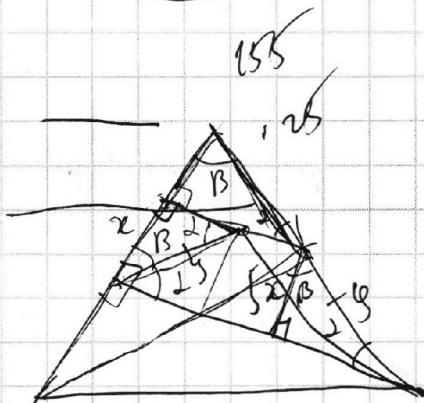
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BA + 20 = 100$$

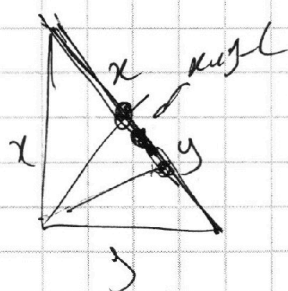


$$\cos \beta = \frac{x}{9}$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{9} = \frac{5}{6}$$

$$3 \cdot \sin \beta = 9 \cdot \cos \alpha = 9 \sqrt{1 - \frac{x^2}{5^2}}$$

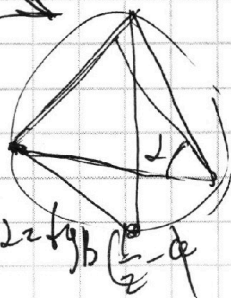
6



$$\frac{5}{\sin \alpha} = 2R$$



$$\sqrt{y^2 - x^2}$$



$$2\alpha + \beta + 180 - \alpha_1 +$$
$$+ 20 + \frac{1}{2} \alpha_2 - \frac{1}{2} \alpha_2$$
$$= 360 \text{ и } \alpha_1$$

$$\frac{x \cdot y \cdot L}{2}$$

$$\left( \frac{x-y}{2} + \frac{L}{2} \right)$$

$$L_2 =$$

$$\frac{x-y}{2} = a$$

$$\frac{L}{2} = a$$

$$\frac{L}{2} = a$$

$$2\alpha + \beta + 20 = 90$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



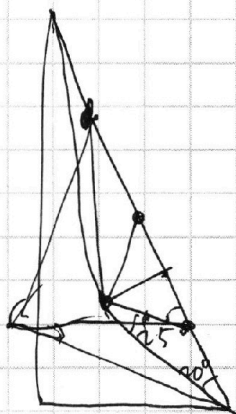
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

[illegible]

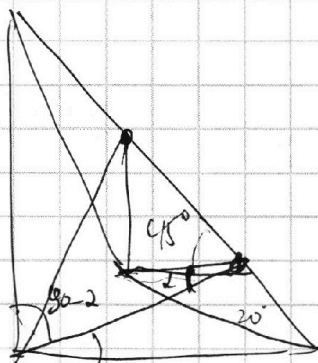
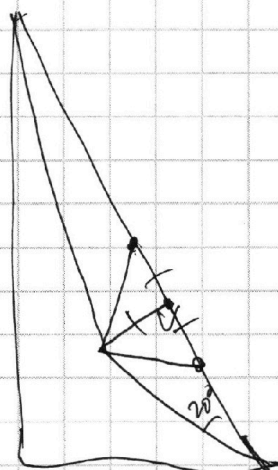
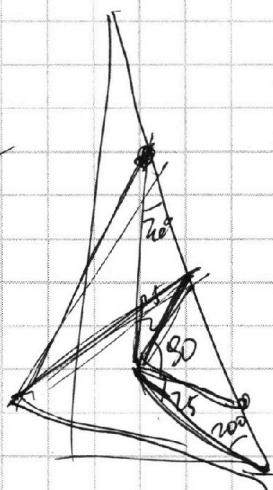
СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



25





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

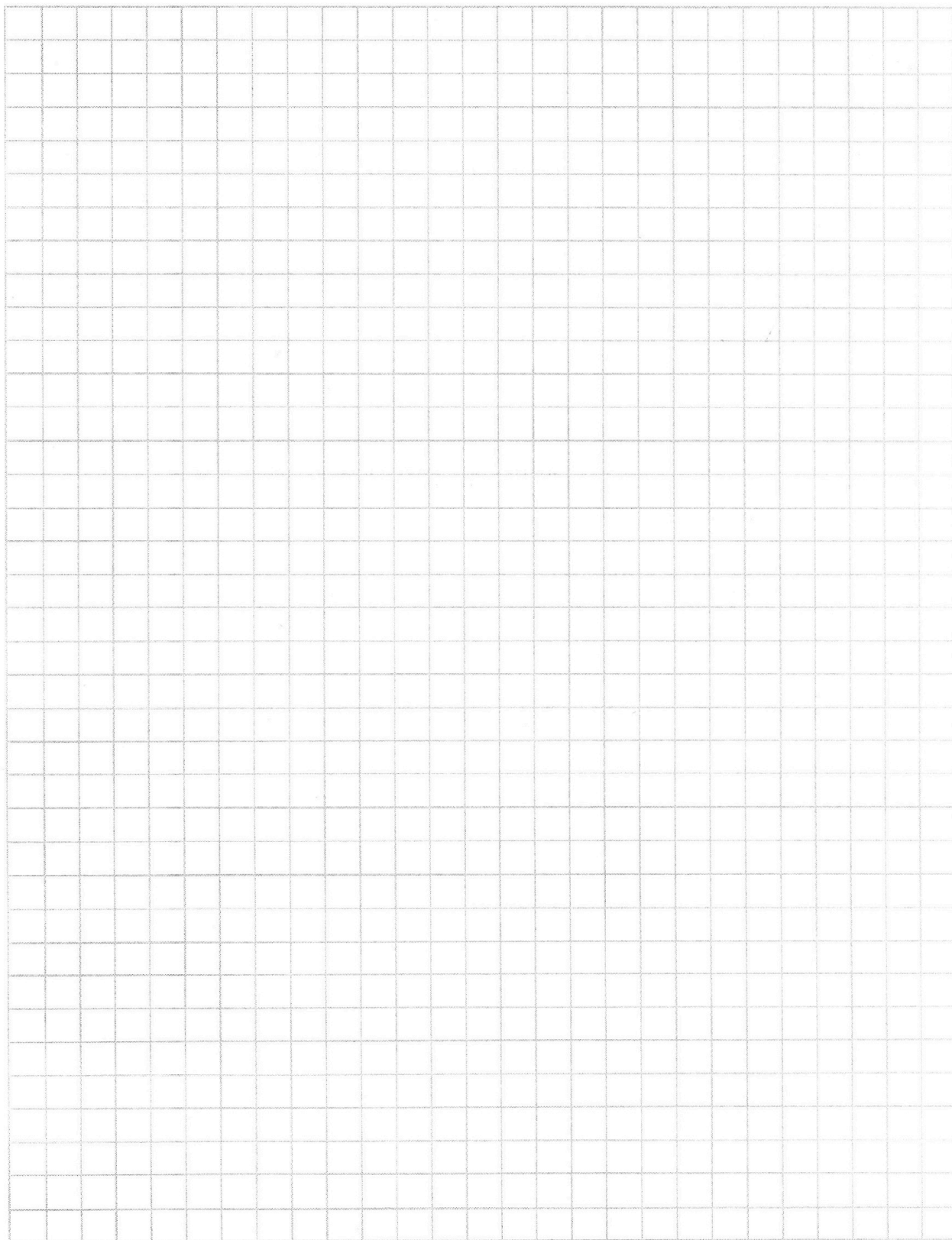
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c - x = \frac{x}{\tan 20^\circ}$$

$$c = x \left( \frac{1}{\tan 20^\circ} + 1 \right)$$

$$\sqrt{b^2 + c^2} = a$$

$$2c = (b + c - \sqrt{b^2 + c^2}) \left( \frac{1}{\tan 20^\circ} + 1 \right)$$

$$2\sqrt{b^2 + c^2}$$

$$2\sqrt{b^2 + c^2} \left( 1 - \frac{1}{\tan 20^\circ} \right) = b \left( 1 + \frac{1}{\tan 20^\circ} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

