



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- ✓ 2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
- ✓ 4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
- ✓ 6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
- ✓ 7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = x-2$, $b = y-2$, $c = z-2$

→ Наша система

$$\begin{cases} (a+2)(b+2) = \cancel{a+b} (c+2)(c+2-2) = c(c+2) & ① \\ (b+2)(c+2) = a(a+2) & ② \\ (c+2)(a+2) = b(b+2) & ③ \end{cases}$$

$$① \cdot ② \cdot ③ \Rightarrow (a+2)^2(b+2)^2(c+2)^2 = abc(a+2)(b+2)(c+2)$$

никто не равен -2, т.к. ~~тогда~~ его "предок" из x, y, z был бы равен нулю.

$$\Rightarrow abc = (a+2)(b+2)(c+2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ?$$

$$① \cdot ② \Rightarrow (a+2)(b+2)^2(c+2) = ac(a+2)(c+2)$$

$$(b+2)^2 = ac$$

$$\text{аналогично } \begin{cases} (a+2)^2 = bc \\ (c+2)^2 = ab \end{cases} \text{аналогично.}$$

$$a^2 + b^2 + c^2$$

$$+ (a^2 + 4a + 4) +$$

$$+ (b^2 + 4b + 4) + (c^2 + 4c + 4) - 4((a+b+c) + 1) =$$

$$= ac + bc + ab - 4(a+b+c) - 4.$$

Ответ 8

Ответ 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из условия: $n+1 = 10^{30001}$

$$\Rightarrow n^3 = \left(10^{30001} - 1\right)^3 = 10^{3 \cdot 30001} - 3 \cdot 10^{2 \cdot 30001} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

Число n^3 выглядит так:

$\underbrace{99 \dots 97}_{30000 \text{ цифр.}} \underbrace{000 \dots 02}_{\text{много но т.к. это не 9-ки, то не важно сколько.}} \underbrace{99 \dots 9}_{30001 \text{ цифр.}}$

Итого: Ответ: 60 001 девятка

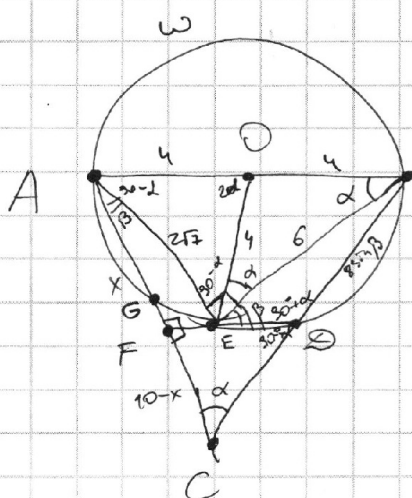


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) O - центр ω

$$\rightarrow AO = OB = \frac{8}{2} = 4$$

2) Пусть $AF = x \rightarrow FC = AC - AF = 10 - x$

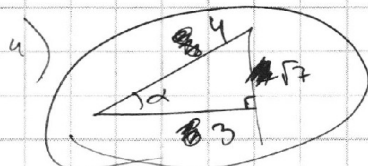
3) Пусть $\angle C = \alpha$

$$\rightarrow \angle FOC = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle FOB = 90^\circ + \alpha = \frac{\angle AB}{2} + \frac{\angle AE}{2} =$$

$$= 90^\circ + \angle ABE$$

$$\rightarrow \angle ABE = \alpha$$



$$G^2 + (2\sqrt{2})^2 = 36 + 28 = 64 = 8^2$$

$$\Rightarrow AE = 2\sqrt{2}$$

5) Пусть $\angle EAC = \beta$

$$\rightarrow \angle AEF = 90^\circ - \beta$$

$$\angle BED = 180^\circ - \angle AEB -$$

$$- \angle AEF = \beta$$

6) Th. sin $\triangle EBD$

$$\frac{BD}{\sin \beta} = 2R = 8$$

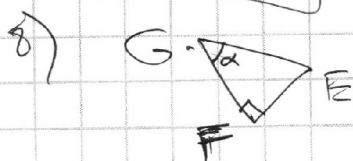
$$\rightarrow BD = 8 \sin \beta$$

7) Пусть G - пересечение ω и AC.

Решение GE:

$$\angle AGE = 180^\circ - \frac{\angle ABE}{2} = 180^\circ - \left(\frac{2\alpha}{2} \right) = 180^\circ - \alpha$$

$$\rightarrow \angle EGF = \alpha$$



$$FE = x \tan \beta = \frac{1}{2} \angle AEF$$

$$\Rightarrow GF = \frac{x \tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{\frac{1}{2} \angle AEF}{\tan \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \quad AG = AF - GF = x - \frac{3x \sin \beta}{\sqrt{7}} = x \cdot \frac{\sqrt{7} - 3 \sin \beta}{\sqrt{7}}$$

$$GC = CF + GF = 10 - x + \frac{3x \sin \beta}{\sqrt{7}} = 10 - x \frac{\sqrt{7} - 3 \sin \beta}{\sqrt{7}}$$

$$10) \quad \text{Сененс } CD = \frac{(10 - x)}{\cos \alpha} = \frac{4(10 - x)}{3}$$

11) Сененс точки C отн. w:

$$GC \cdot AC = CD \cdot BC$$

$$\left(10 - x \frac{\sqrt{7} - 3 \sin \beta}{\sqrt{7}}\right) \cdot 10 = \frac{4(10 - x)}{3} \cdot \left(8 \sin \beta + \frac{4}{3}(10 - x)\right)$$

~~100/1000~~

Ответ: $AF = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть в игре было x каребок.
Тогда вероятность, что 3 шарика будут все
в 5-ти выбранных:

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)} =$$

$$P(\text{1-й шарик среди 5 из } x) \cdot P(\text{2-й шарик среди 4 из } (x-1)) \cdot P(\text{3-й шарик среди 3 из } (x-2)) =$$

$$= \frac{5}{x} \cdot \frac{4}{x-1} \cdot \frac{3}{x-2} = \frac{60}{x(x-1)(x-2)} = P_1$$

Аналогично для семи:

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{x(x-1)(x-2)} = P_2 = \frac{210}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{210}{60} = \frac{7}{2}$$

Ответ: вероятность увеличилась в $7/2$ раз.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

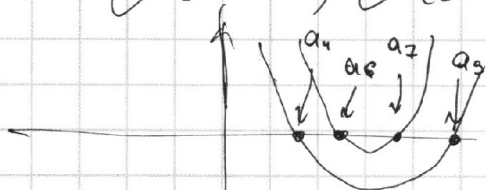
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$① x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 = x^2 - a(a-2)x + a^2 - a - 7$$

$$② 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$① = a^2(a^2 - 4a + 4) + 4(a^2 - a - 7) =$$



Пусть номера А.П. $\rightarrow \{a_n\}$

$$\frac{a_6 + a_7}{2} = \frac{a_4 + a_3}{2}$$

$$\text{т.к. } a_6 - a_4 = a_3 - a_7 = 2(a_2 - a_1)$$

~~верно~~ абсциссы вершин совпадают
 $\Rightarrow$ параболы

$$\frac{a(a-2)a}{2} = \frac{a^2(a-2)}{3 \cdot 2}$$

если $a=0$: ① $x^2 - 7 = 0$

② $3x^2 + 6 = 0$ корней вообще нет.

$\rightarrow a \neq 0$

$$3(a-2) = a(a-2)$$

$$(a-2)(a-3) = 0$$

$$\rightarrow a(a-2) \neq a^2(a-2)$$

$$(a-2)(a-1) = 0$$

1) $a=1$: ① $x^2 - 1(1-2)x + 1^2 - 1 - 7 = x^2 + x - 7 = 0$

② $3x^2 - 1^2(1-2)x + 6 - 1^5 = 3x^2 + x + 5 = 0$

$$D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 5 < 0$$

$\rightarrow a=1$ тоже не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\alpha = 2$; ① $x^2 - 2 \cdot (2-2)x + 2^2 - 2 \cdot 7 = x^2 - 9 = (x-3)(x+3) = 0$

② $3x^2 - 2^2(2-2)x + 6 - 2^5 = 3x^2 - 26 = 0 = (x - \sqrt{\frac{26}{3}})(x + \sqrt{\frac{26}{3}})$

$\Rightarrow$ 6 и 7 члены $\rightarrow 3$ и -3 (6 каком-то порядке) $\Rightarrow$ Разница Г.П. — это $\pm 6 \in \mathbb{Z}$. Так же, например, $a_6 \in \mathbb{Z}$ (это ± 3) $\Rightarrow a_4$ и $a_5 \in \mathbb{Z}$, но это не так, ведь они равны $\pm \sqrt{\frac{2 \cdot 13}{3}}$

~~$a \in \mathbb{Z}$~~

~~Ответ: $a \in \mathbb{Z}$~~

2) $\alpha = 3$; ① $x^2 - (3 \cdot (3-2))x + 9 - 3 - 7 = x^2 - 3x - 1 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

$3^5 = 27 \cdot 9 = 270 - 27 = 243$

a

② $3x^2 - 3^2(3-2)x + 6 - 3^5 = 3x^2 - 9x - 237 = 0$

$\frac{237}{3} \mid \frac{13}{79}$
 $\frac{-21}{22}$

$x^2 - 9x - 79 = 0$

$x_{3,4} = \frac{9 \pm 5\sqrt{13}}{2}$

$\Rightarrow$ Разница

А.П. $\frac{2}{\sqrt{13}} (43 \times 12)$

$\Rightarrow \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \pm 2\sqrt{3} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} = x_{3,4}$

$\Rightarrow \alpha = 3$ — не подходит

$9 = 9 + 4 \cdot 79 = 9 + 320 - 4 = 325 = (5\sqrt{13})^2$

$\frac{325}{25} \mid \frac{25}{13}$
 $\frac{75}{75}$
 $\frac{75}{75}$
 $\frac{75}{75}$

Ответ: $\alpha = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала найдём, как выглядит фигура!
Для этого сдвинем её на 10 влево в декартовой плоскости. ~~Её~~ Её пер-во станет следующим:

$$\left| x + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

Рассмотрим 2 случая:

1) $|x| \geq \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$:

$$\Rightarrow \left| x + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = |x| + \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + |x| - \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = 2|x| \leq 4 \Leftrightarrow \boxed{|x| \leq 2}$$

2) $|x| \leq \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$:

$$\left| \frac{y}{2\sqrt{3}} + x \right| + \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} - x \right| = 2 \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} |y| \leq 4$$

аналогично

$$\boxed{|y| \leq 4\sqrt{3}}$$

Найдём граничную ситуацию, когда

$$|x| = \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leftarrow \text{Это мн-во симметрично } O_x \text{ и } O_y.$$

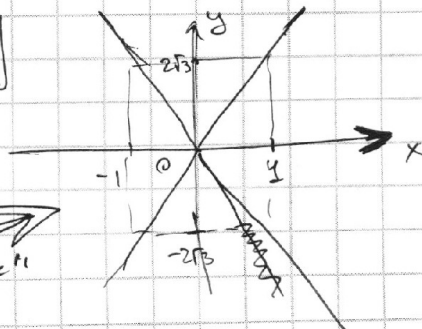
$\Rightarrow$ Найдём его в I четверти, а 3 другие построим симметрией;

$$x = \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$\boxed{y = 2\sqrt{3}x}$$

$$\Rightarrow |x| = \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$$

это "крестики"





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

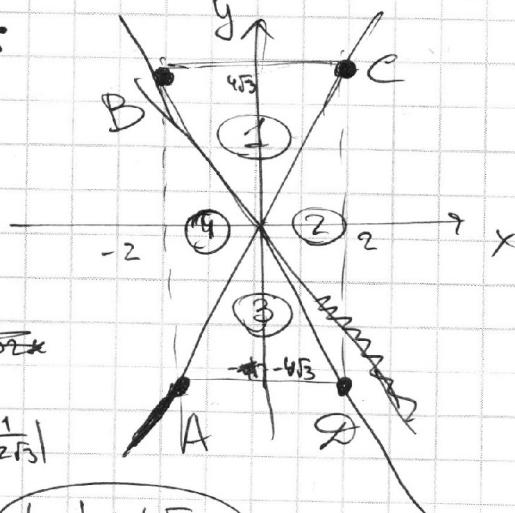
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Добавив ~~еще~~ ~~еще~~ границы для $|x| \leq 2$ и $|y| \leq 4\sqrt{3}$:

$$2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



Область ①:
подставим точку
между точку:
(0; 1): $|0| \leq \left| \frac{1}{2\sqrt{3}} \right|$

$$\Rightarrow \text{тут } |y| \leq 4\sqrt{3}$$

В области ③ аналогично: $|0| \leq \left| \frac{-1}{2\sqrt{3}} \right| \Rightarrow |y| \leq 4\sqrt{3}$

Области ② и ④: $(\pm 1; 0)$ $|\pm 1| \geq |0| \Rightarrow |x| \leq 2$

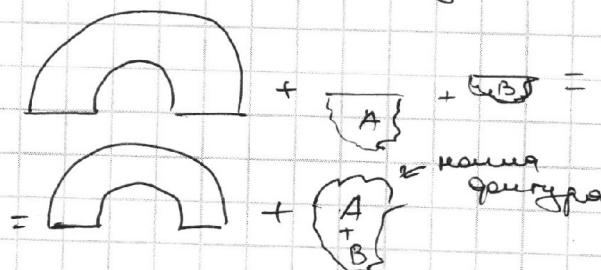
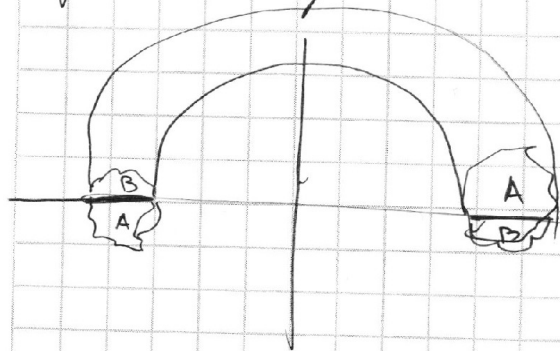
Значит, наша фигура — прямоугольник

~~4\sqrt{3} \times 2~~ $8\sqrt{3} \times 4$. Вернём его обратно

на 10 вправо.

Рассмотрим произвольную выпуклую ограниченную фигуру, ~~которая~~ ~~которая~~ которая достаточно маленькая, чтобы не ~~накрывать~~ ~~накрывать~~ ~~свой след~~ ~~при повороте на \pi~~ (т.е. не содержащей (0;0)).

Искомая площадь:





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

площадь «подковы»: $\frac{\pi(R^2 - r^2)}{2}$, где R и r —
расстояние от начала координат до точки,
наиболее удалённой и наименее соотв.

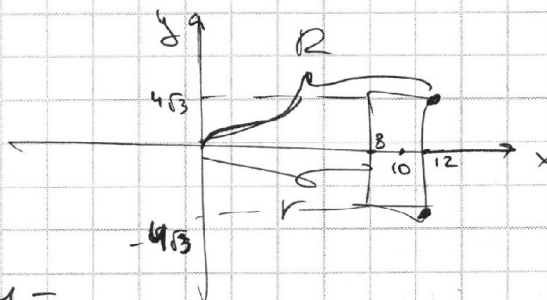
$$\Rightarrow r^2 = (10 - 2)^2 = 64$$

$$R^2 = (10 + 2)^2 + (4\sqrt{3})^2 =$$

$$= 144 + 48 = 192$$

$$\Rightarrow S = \frac{\pi(192 - 64)}{2} + 8\sqrt{3} \cdot 4 =$$

$$= \cancel{64\pi} + \cancel{64\pi} + 32(2\pi + \sqrt{3})$$



$$\text{Ответ: } S = 32(2\pi + \sqrt{3})$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

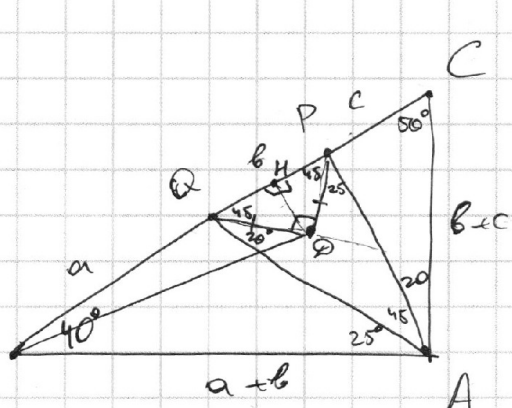
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) пусть: $\angle QBC = \alpha$ - ?

$$\left. \begin{array}{l} BQ = a \\ QP = b \\ CP = c \end{array} \right\} \Rightarrow AB = BP = a + b \\ AC = QC = b + c$$

2) $\angle PQA = 90^\circ$ и $\angle P = \angle Q$

$$\Rightarrow \angle PQR = \angle QPR = 45^\circ$$

3) $AC = CQ \Rightarrow \angle CQA = \angle CAQ = \frac{180^\circ - \angle C}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

$$4) \angle QQA = \angle CQA - \angle CQP = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

$$5) \angle CBA = 90^\circ - \angle C = 40^\circ$$

$$6) \angle QAB + \angle QBA = \angle CQA \Rightarrow 40^\circ + \angle QAB = 65^\circ \\ \angle QAB = 25^\circ$$

$$7) AB = BP \\ \Rightarrow \angle BPA = \angle BAP = \frac{180^\circ - \angle PBA}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$8) \angle QPA = \angle BPA - \angle BPQ = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$$

$$9) \angle PAQ = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ \\ \angle PAC = 90^\circ - (25^\circ + 45^\circ) = 20^\circ$$

10) Опустим $\perp OH$ из O на PQ . Т.к. QPR - прямоуг. равноб. треуго. то $QH = \frac{QP}{2} = \frac{b}{2}$

$$11) \tan \angle QBC = \tan \alpha = \frac{QH}{BH} = \frac{b/2}{a+b/2} = \frac{b}{2a+b} \quad \left(QH = \frac{b}{2} \text{ т.к. } \begin{array}{l} \text{высота} = \text{медиана} \\ \text{в р/б. треуго.} \end{array} \right)$$

12) Пусть $\tan \alpha = x$

$$\Rightarrow 2ax + bx = b \\ a = b \cdot \frac{(1-x)}{2x}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1-x}{2x}$$

$$13) AB^2 + AC^2 = BC^2 \\ (a^2 + 2ab + b^2) + (b^2 + 2bc + c^2) = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) \\ \sqrt{b^2 = 2ac} \Rightarrow c = \frac{b^2}{2a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 13) \quad \operatorname{tg} 40^\circ &= \frac{b+c}{a+b} = \frac{b + \frac{b^2}{2a}}{a+b} = \frac{b(2a+b)}{2a(a+b)} \\ &= \frac{1 + \frac{b}{2a}}{\frac{a}{b} + 1} = \frac{1 + \frac{1-x}{4x}}{\frac{1-x}{2x} + 1} \quad | \cdot 4x \\ &= \frac{4x + 1 - x}{2 - 2x + 4x} = \frac{3x + 1}{2 + 2x} = \frac{3x + 1}{2(x + 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{1 - \operatorname{tg} 40^\circ}{1 - \operatorname{tg} 40^\circ - 2} = \frac{1 - 2 + 2 \operatorname{tg} 40^\circ}{3(1 - \operatorname{tg} 40^\circ)} = \frac{2 \operatorname{tg} 40^\circ - 1}{3(1 - \operatorname{tg} 40^\circ)} \\ \Rightarrow \angle DBC &= \operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \operatorname{tg} 40^\circ - 1}{3(1 - \operatorname{tg} 40^\circ)} \right) \\ \text{Ответ: } \angle DBC &= \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \operatorname{tg} 40^\circ - 1}{3(1 - \operatorname{tg} 40^\circ)} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} 40^\circ \cdot 2 + 2x \operatorname{tg} 40^\circ = 3x + 1$$

$$\Rightarrow \angle DBC = \operatorname{arctg}(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \operatorname{tg} 40^\circ - 1}{3 - 2 \operatorname{tg} 40^\circ} \right)$$

$$\text{Ответ: } \angle DBC = \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \operatorname{tg} 40^\circ - 1}{3 - 2 \operatorname{tg} 40^\circ} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

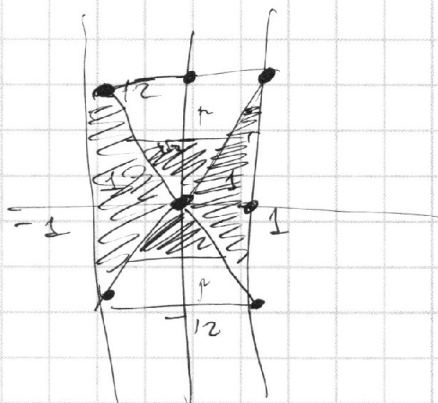
$x - 10 \rightarrow x$ для вида дефиниции

$$\cancel{1/12} x^2 - \frac{y^2}{12} = 0$$

$$|x| = \left| \frac{y}{12} \right|$$

$$x \geq 0 \wedge y \geq 0$$

~~1/12~~



$$\cancel{1/12} x \pm \frac{y}{2\sqrt{3}} \quad \begin{matrix} ++ \\ -- \end{matrix} \rightarrow 2|x| \leq 4$$

$$\begin{matrix} ++ \\ -- \\ -+ \end{matrix} \rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}} \leq 4$$
$$|y| \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

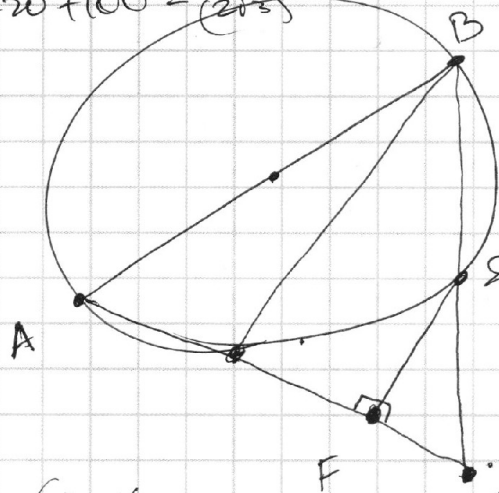
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x=10$~~

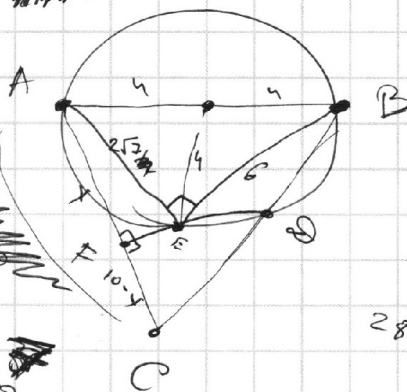
$$x^2 = 20 + 100 = \frac{4}{(2\sqrt{5})^2}$$



~~$x=10$~~

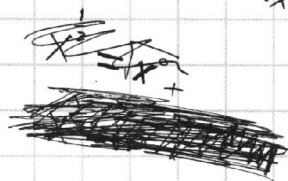
AF = ?

$$16 - 9 = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$



$$28 + 36 = 64$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

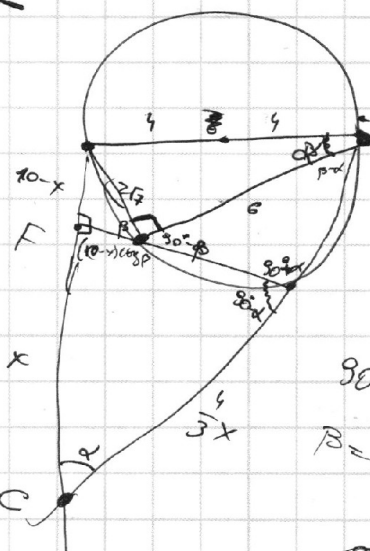


$$(10-x) \cot \beta$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \cos \alpha$$

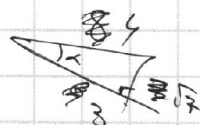
$$x = (10-x) \cot \beta$$

$$\frac{6}{\cos \alpha} = \dots$$

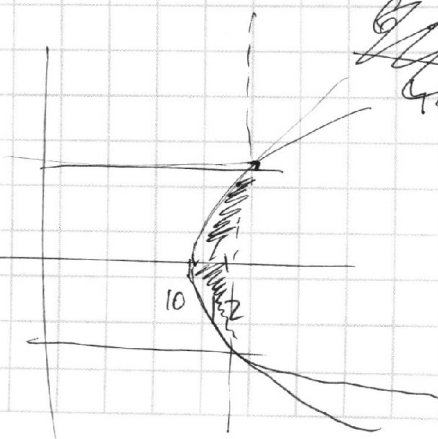


$$90^\circ + d = 90^\circ + \dots$$

$$\beta = \alpha$$



$$4\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)(y+2) = -2(z+2) + (z^2 + 4z + 4)$$

$$x^2 - 2x = yz$$

$$\begin{cases} xy + 2(x+y) + 4 = z^2 + 2z \\ yz + 2(y+z) + 4 = x^2 + 2x \\ zx + 2(z+x) + 4 = y^2 + 2y \end{cases}$$

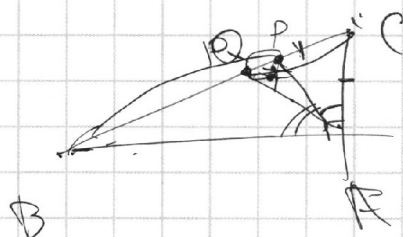
$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &= z^2 - x^2 + 4 \\ &= yz - 2x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy + yz + xz + 4(x+y+z) + 12 &= x^2 + y^2 + z^2 + 2(x+y+z) \\ xy + yz + xz + 2(x+y+z) + 12 &= x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned}$$

$$x_0 y_0 = -2 z_0 + z_0^2$$

$$\begin{cases} xy + 1 = (z-1)^2 \\ yz + 1 = (x-1)^2 \\ xz + 1 = (y-1)^2 \end{cases}$$

$$(xy + yz + zx) - (x^2 + y^2 + z^2) + 12$$

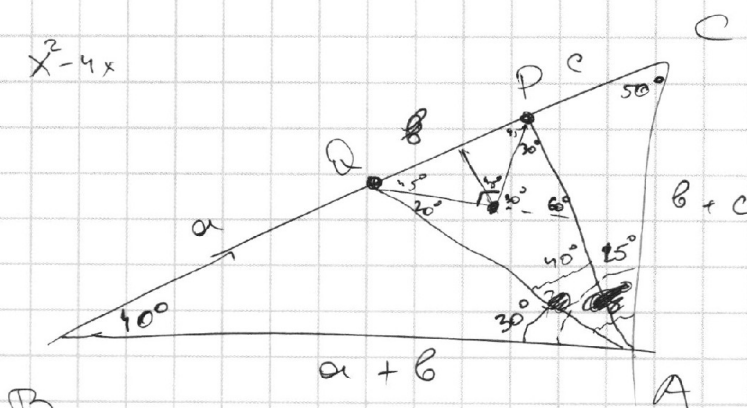


$$\begin{aligned} a + b &= c^2 \\ a + b &> c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= x-2 \\ b &= y-2 \\ c &= z-2 \end{aligned}$$

$$(a+2)(b+2) = (c-2)c$$

$$x^2 - 4x$$



$$\begin{aligned} 70^\circ + 65^\circ - 50^\circ &= \\ \begin{cases} (a+2)(b+2) = c(c-2) \\ (b+2)(c+2) = a(a-2) \\ (c+2)(a+2) = b(b-2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{a+2}{c+2} = \frac{c(c-2)}{a(a-2)}$$

$$\frac{z(z-2)}{xy} = 1$$

$$xyz = z^2(z-2)$$

$$\frac{a^2 - 4}{c^2 - 4} = \frac{c}{a}$$

$$(a+2)(b+2)(c+2) = a(a^2 - 4) = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

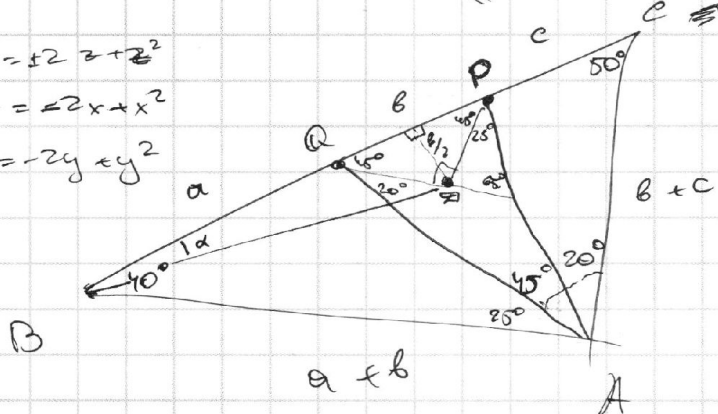
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z = (xy + yz + zx) - 2(x + y + z)$$

$$xy = 2z + z^2$$

$$yz = 2x + x^2$$

$$zx = 2y + y^2$$



$$(10 - 1)^2 =$$

$$= 10$$

$$\frac{1}{z} = -\frac{2}{xy} + \frac{2}{xy}$$

$$z - 2 = \frac{xy}{z}$$

$$\frac{(xy)^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2}{z^2} = \frac{x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4}{(xy)^2}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2$$

$$z(z - 2) = (xyz)^2 + (z - 2)^2$$

$$2abc = b^2$$

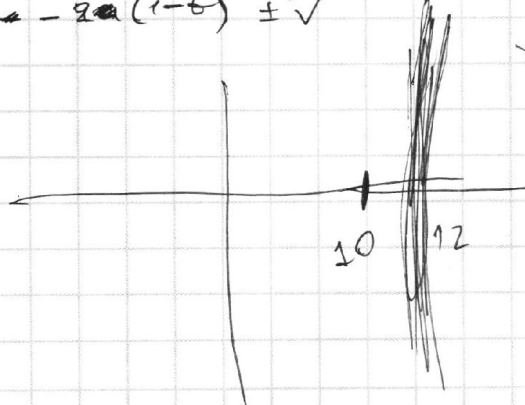
$$c = \frac{b^2}{2a}$$

$$t = \tan 40^\circ = \frac{b+c}{a+b} = \frac{2ab+b^2}{2a^2+2ab} = \frac{b(2a+b)}{2a(a+b)}$$

$$2a(a+b)t = b^2 + 2ab$$

$$b^2 + b \cdot (2a(1-t)) - 2a^2t = 0$$

$$b_{1,2} = -2a(1-t) \pm \sqrt{\dots}$$



$$x - 10 \leq 2$$

$$|x - 10| = \left| \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$$

$$x^2 - 20x + 100 - \frac{y^2}{12} = 0$$