



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

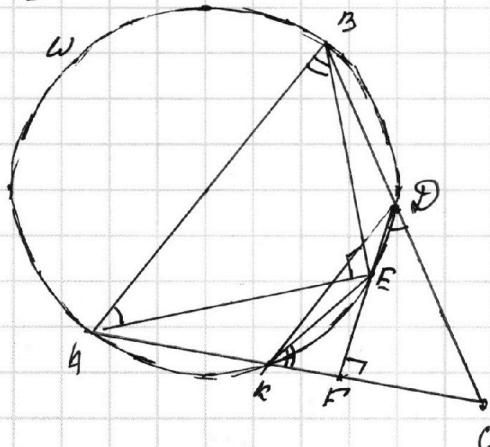
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№3



Дано: $\triangle ABC$ - остроугольный,
AB - диаметр ω , BC пересекает ω в $D \in AB$,
 $DF \perp AC$, $FE \perp BC$, E пересекает DF в ω ,
 $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$

Найти: AF

Решение:

Пусть k - пересечение BC и ω в 2 раз

1) т.к. AB -диаметр ω а $E \in \omega$ то $\angle BEA = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABE$ - прямоголонгий

2) по теореме Пифагора для $\triangle ABE$: $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$

3) $\angle FDG = 180^\circ - \angle BDE$, а $\angle BAE = 180^\circ - \angle BDE$ т.к. в сумме идущи дуги делают $360^\circ \Rightarrow \angle FDG = \angle BAE$ и $\angle BEA = 90^\circ < \angle DFC$, тогда $\triangle ABE \sim \triangle DFC$

4) также как и в п. 3 доказали что $\angle ABE = \angle EKF$ и $\angle BEA = 90^\circ = \angle EFK$ значит $\triangle ABE \sim \triangle EFK$ $\triangle ABE \sim \triangle EFK$

5) $\angle ADB = 90^\circ$ т.к. отмечено что диаметр AB и $\angle ABD = 90^\circ$ то отмечено что диаметр AB , тогда AD и BK - бисектрисы $\angle ABC$ и $\angle DCK$ ($\angle ABC$ общий, а $\angle CDK = \angle BAC$ доказательство показано как в п. 3)

6) пусть $CF = x$, т.к. $\triangle ABE \sim \triangle DFC \Rightarrow \frac{CD}{CF} = \frac{AB}{BE} \Rightarrow CD = CF \cdot \frac{AB}{BE} = x \cdot \frac{8}{6} = \frac{4}{3}x$

7) т.к. $\triangle ABC \sim \triangle DCK$, то $\frac{KD}{CD} = \frac{DB}{DC} \Rightarrow KD = CD \cdot \frac{DB}{DC} = \frac{4}{3}x \cdot \frac{8}{10} = \frac{16}{15}x$

8) $\triangle ABE \sim \triangle DCF \Rightarrow \frac{FD}{CF} = \frac{BE}{BE} \Rightarrow FD = CF \cdot \frac{BE}{BE} = x \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}$

9) $\angle KDF$ - прямоголонгий $\angle KPD = 80^\circ$ тогда по теореме Пифагора

$$KF = \sqrt{KD^2 - DF^2} = \sqrt{x^2 \frac{16^2}{15^2} - x^2 \cdot \frac{4}{3^2}} = x \sqrt{\frac{16^2 - 16 \cdot 15^2}{15^2}} = \frac{9}{15}x = \frac{3}{5}x$$

10) т.к. $\triangle ABE \sim \triangle EFK$, то $\frac{EF}{KF} = \frac{AE}{BE} \Rightarrow EF = KF \cdot \frac{AE}{BE} = \frac{3}{5}x \cdot \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{5}x$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

11) $\triangle AEF$ -прямоугольник, $\angle EFA=30^\circ$ тогда по теореме Пифагора

$$AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{28 - \frac{7}{25}x^2} \quad \text{и} \quad AF = AC - FC = 10 - x$$

$$\sqrt{28 - \frac{7}{25}x^2} = 10 - x, \quad 10 - x \geq 0 \quad \text{и} \quad x \geq 0$$

$$28 - \frac{7}{25}x^2 = 100 - 20x + x^2$$

$$\frac{32}{25}x^2 - 20x + 72 = 0 \quad | :4$$

$$\frac{8}{25}x^2 - 5x + 18 = 0 \quad | \cdot 25$$

$$8x^2 - 125 + 450 = 0$$

$$x = \frac{125 \pm \sqrt{125^2 - 4 \cdot 8 \cdot 450}}{16} = \frac{125 \pm 35}{16}$$

$$x = \left\{ \frac{45}{8}, 10 \right\}$$

при $x=10$ $\triangle ABC$ будет остроугольным $\angle F$ острый. $\angle A$

$$\angle DFC = 80^\circ \Rightarrow \angle BAC > 80 \text{ значит } CF = \frac{45}{8} \Rightarrow AF = 10 - CF = 10 - \frac{45}{8} = \\ = \frac{35}{8}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{35}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

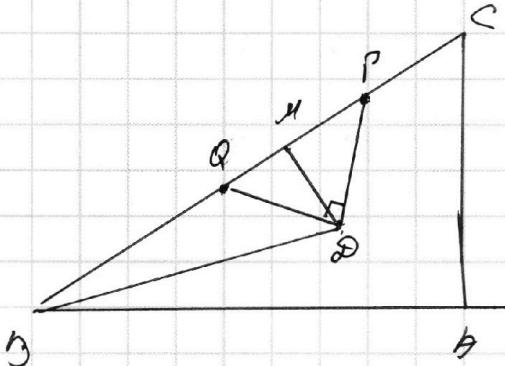


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 7



Дано: $\triangle ABC$ прямойугольный
 $\angle A = 50^\circ$, $P, Q \in BC$, $AC = CQ$, $AB = BP$,
 $\angle QDP = 60^\circ$, $\angle PDQ = 50^\circ$, $\angle BDC = 90^\circ$,

Найти: $\angle BDC$

Решение:

1) Т.к. $\angle P = \angle Q$ то $\triangle QDP$ -равнобедренный с основанием QP и
 $\angle PDQ = 60^\circ \Rightarrow \triangle QDP$ -прямойугольный с гипotenузой QP , т.к.
 $\angle PQD = 45^\circ$

2) Идет т. ч. M -середина QP , тогда $\angle QDM = 45^\circ$ и BMD

3) пусть $BC = x \Rightarrow AC = x \cos 50^\circ$, $BA = x \sin 50^\circ$.

4) $QP = CA + BA - BC = x(\cos 50^\circ - \sin 50^\circ - 1) \Rightarrow QM = \frac{QP}{2}$

5) $\triangle BMD$ -прямойугольный $\angle BMD = 90^\circ$

6) $BM = \frac{QP}{2}$ т.к. $\triangle QDP$ -прямойугольный

7) $BM = BP - MP = AB - \frac{QP}{2} = x(\sin 50^\circ - \frac{\sin 60^\circ + \cos 50^\circ - 1}{2}) =$
 $= x \frac{\sin 50^\circ - \sin 60^\circ - \cos 50^\circ}{2}$

8) $\tan \angle BDC = \frac{BM}{BD} = \frac{\frac{\sin 50^\circ - \sin 60^\circ - \cos 50^\circ}{2}}{x \sin 50^\circ - \sin 60^\circ - \cos 50^\circ} = \frac{\sin 50^\circ - \sin 60^\circ - \cos 50^\circ}{2x \sin 50^\circ - 2 \sin 60^\circ - 2 \cos 50^\circ}$

$= \frac{\sin 50^\circ + \sin 40^\circ - 1}{1 + \sin 50^\circ - \sin 40^\circ} \neq 0$

$\therefore \frac{2 \sin \frac{50+40}{2} \cdot \cos \frac{50-40}{2} - 1}{1 + 2 \sin \frac{50-40}{2} \cdot \cos \frac{50+40}{2}} = \frac{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 5^\circ - 1}{1 + 2 \sin 5^\circ \cdot \cos 45^\circ} =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1) Пусть в игре n -городок, тогда количество способов возвращаться любое 5 из них $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$, чтобы выиграть в этой игре надо возвращать 3 коробки с мармеладом и любые другие коробки это количество способов возвращать любое 2 из не выигранных коробки $C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!} \Rightarrow$ вероятность выиграть $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} =$
 $\left(= \frac{\frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}}{(n-3)! \cdot 2!} = \frac{n! \cdot (n-3)! \cdot 5!}{(n-5)! \cdot 5! \cdot 2!} \right) \cdot \frac{(n-3)! \cdot 5!}{n! \cdot 2!} = x$

2) Если разрешили возвращать 7 коробок, то количество способов возвращать любое 7 из них $C_n^7 = \frac{n!}{(n-7)! \cdot 7!}$, чтобы выиграть надо возвращать 3 коробки с мармеладом и 4 без них, значит количество выигранных способов выиграть $C_{n-3}^4 = \frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!}$, тогда вероятность выиграть в таком случае $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!}}{\frac{n!}{(n-7)! \cdot 7!}} = \frac{(n-3)! \cdot 7!}{n! \cdot 4!} = y$

3) вероятность выиграть возвращая 6 из x раз

$$y = \frac{\frac{(n-3)! \cdot 7!}{n! \cdot 4!}}{\frac{(n-3)! \cdot 5!}{n! \cdot 2!}} = \frac{7! \cdot 2!}{5! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ раз}$$

Ответ: 6,35 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Число $\{c_n\}$ - арифметическая прогрессия 3-й корней, тогда c_6 и c_7 корни уравнения $x^2 - (\alpha^2 - 2\alpha)x + \alpha^2 - \alpha - 7 = 0$, а

c_4 и c_5 корни уравнения $3x^2 - (\alpha^3 - 2\alpha^2)x + 6 - \alpha^5 = 0$, значит

$c_6 + c_7 = c_1 + 5d + c_1 + 6d = 2c_1 + 11d$, где d - разность арифметической

прогрессии $\{c_n\}$, а $c_4 + c_5 = c_1 + 3d + c_1 + 8d = 2c_1 + 11d = c_6 + c_7 \Rightarrow c_4 + c_5 = c_6 + c_7$,

но по теореме Виетта: $c_4 + c_5 = \frac{\alpha^3 - 2\alpha^2}{3}$ и $c_6 + c_7 = \frac{\alpha^2 - 2\alpha}{1}$, тогда

$$\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2}{3} = \frac{\alpha^2 - 2\alpha}{1}$$

$$\alpha^3 - 2\alpha^2 = 3\alpha^2 - 6\alpha$$

$$\alpha^3 - 5\alpha^2 + 6\alpha = 0$$

$$\alpha(\alpha - 3)(\alpha - 2) = 0 \Rightarrow \alpha = \{0; 2; 3\}, \text{ проверка}$$

при $\alpha = 0$: $3x^2 + 6 = 0$ $x^2 - 7 = 0$
 \emptyset $x = \pm \sqrt{7}$

при $\alpha = 2$: $3x^2 - (2^3 - 2 \cdot 2^2)x + 6 - 2^5 = 0$ $x^2 - (2^2 - 2 \cdot 2)x + 2^2 - 2 - 7 = 0$
 $x^2 = \frac{26}{3}$ $x^2 = 5$
 $x = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$ $x = \pm \sqrt{5}$

(всего 6-е корни не являются арифметической

при $\alpha = 3$: $3x^2 - (3^3 - 2 \cdot 3^2)x + 6 - 3^5 = 0$ $x^2 - 3x + 3^2 - 3 - 7 = 0$
 $x^2 - 3x + 9 - 3^4 = 0$ $x^2 - 3x = 11$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4(2 + 3^4)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4}}{2} - \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{1} \quad |c_7 - c_6| = |d|$$

$$|c_9 - c_4| = |c + 8d| - (c + 3d) = |5d| \Rightarrow |d| = \frac{|c_9 - c_4|}{5} = |c_7 - c_6|$$

$$\text{при } d=2, \quad |c_7 - c_6| = \sqrt{5^2 - (-\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{|c_9 - c_4|}{5} = \frac{\left(\frac{-\sqrt{26}}{3} - \frac{\sqrt{26}}{3}\right)}{5} = \frac{2\sqrt{26}}{5\sqrt{3}} \neq 2\sqrt{5}$$

$$\text{при } d=3, \quad |c_7 - c_6| = \sqrt{\frac{3+\sqrt{13}}{2} - \frac{3-\sqrt{13}}{2}} = \sqrt{\sqrt{13}}$$

$$\frac{|c_9 - c_4|}{5} = \frac{\left(\frac{3+5\sqrt{13}}{2} - \frac{3-5\sqrt{13}}{2}\right)}{5} = \sqrt{\sqrt{13}} = |c_7 - c_6|$$

Ответ: $d = 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

$$\operatorname{tg} \angle DBC = \frac{\sin 45^\circ \cos 5^\circ - 1}{1 + 2 \sin 5^\circ \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cos 5^\circ - 1}{1 + \sqrt{2} \sin 5^\circ}$$

$$\angle DBC = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{2} \cos 5^\circ - 1}{1 + \sqrt{2} \sin 5^\circ} \right)$$

$$\text{Ответ: } \angle DBC = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{2} \cos 5^\circ - 1}{1 + \sqrt{2} \sin 5^\circ} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{(n-8)!}{(n-5)! \cdot 8!}$$

$$\frac{(n-3)! \cdot 5!}{n! \cdot 2!} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!} = 60$$

$$\frac{(n-3)! \cdot 7!}{n! \cdot 4!} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{7!}{4!} = 210$$

$$\frac{g}{x} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$5) \frac{\alpha^2 - 2\alpha}{1} = \frac{\alpha^3 - 2\alpha^2}{3}$$

$$3\alpha^2 - 6\alpha = \alpha^3 - 2\alpha^2$$

$$\alpha^3 - 5\alpha^2 + 6\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\text{Dop } \alpha=2: \alpha^2 + \alpha^2 - 2\alpha = 0 \\ \alpha^2 = 5 \\ \alpha = \pm \sqrt{5}$$

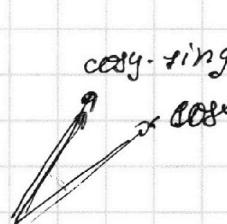
$$\text{Dop } \alpha=0,$$

$$\alpha^2 - \alpha = 0$$

$$\alpha^2 - 3\alpha +$$

$$\alpha^2 = -2$$

$$3\alpha^2 + 6 - 32 = 0 \quad (\alpha-2) \cdot (\alpha-3) = 0 \\ \alpha = 2 \quad \alpha = 3$$



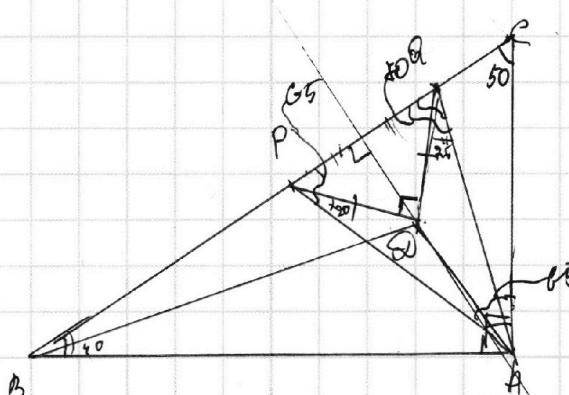
$$\cos y \cdot \cos x + \sin x \cdot \sin y = \cos(x-y)$$

$$180^\circ - 65^\circ - 50^\circ = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ$$

$$(\cos 60^\circ + \sin 60^\circ - 1) / \sqrt{2}$$

$$* \sin 50^\circ - \cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1 =$$

$$= 1 + \sin 50^\circ - \cos 50^\circ$$



$$\tan \angle BCD = \frac{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ - 1}{1 + \sin 80^\circ - \cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}(\cos 50^\circ \sin 65^\circ + \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \frac{1}{2})}{1 + \sin 80^\circ - \cos 60^\circ} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sin(50+45)^\circ - \frac{1}{2})}{\frac{1}{2} + \sin 50^\circ} = \frac{\sqrt{2}(\sin 95^\circ - \frac{1}{2})}{\sin 45^\circ + \sin 50^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 95^\circ - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 50^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 85^\circ - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 50^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 85^\circ - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 85^\circ - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin 85^\circ - \frac{1}{2}}{\frac{1+\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2} \sin 85^\circ - \sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

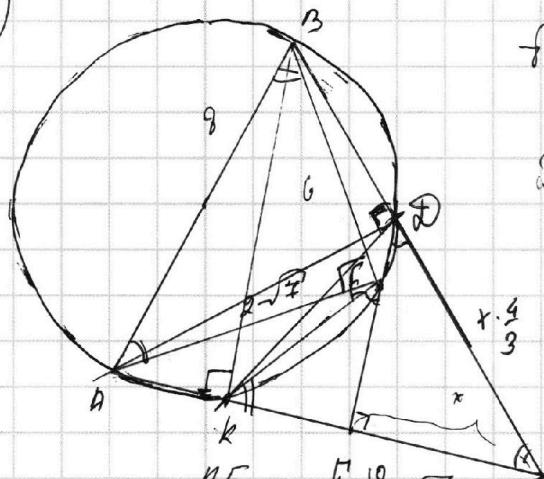
$$2) xy + z = (z-x)^2 \quad xg + 2z + 4 + yz - 2x + 4 + zg x - 2y + 4$$

$$\Leftrightarrow (x+y+z) = (z-x)^2 + (z-y)^2 + (x-y)^2$$

$$x(y-z) + y(z-x) + z(x-y) = x-y-z+12$$

$$(z-x)(y-x) + (x-y)(y-z) + (z-y)(x-z) + 89$$

3)



$$EF = kF \cdot \frac{AE}{BE} = x \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} =$$

$$= x \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$AC = AF = \sqrt{88 + x^2 \frac{7}{25}} + x = 10$$

~~$$100 = 72 + 25x^2$$~~

$$\frac{125}{125}$$

$$\sqrt{64-36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$OF = x \cdot \frac{2\sqrt{7}}{6} = x \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{kD}{x \frac{4}{3}} = \frac{8}{10} \Rightarrow kD = x \frac{16}{15}$$

$$kF = \sqrt{kD^2 + DP^2} = \sqrt{x^2 \frac{16^2}{15^2} + x^2 \frac{7}{9}} =$$

$$= x \sqrt{\frac{16^2 + 25}{9 \cdot 25}} = \frac{13}{15} x = \frac{3}{5} x$$

$$\sqrt{28 - x^2 \frac{7}{25}} = 10 - x, \quad 10 - x \geq 0, \quad x \geq 0$$

$$28 - x^2 \frac{7}{25} = 100 - 20x + x^2$$

$$\frac{32}{25} x^2 - 20x + 72 = 0$$

$$D = 125^2 - 4 \cdot 450 \cdot 8 = 5^6 - 2^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2 = \frac{8}{25} x^2 - 5x + 18 = 0$$

$$= 5^2 (5^4 - 2 \cdot 3^2) = 25 (625 - 64 \cdot 9) =$$

$$= 25 \cdot 49; \quad x = \frac{125 - 725}{2 \cdot 8} = \frac{90}{16}, \quad \frac{160}{16} = \frac{45}{8}$$

$$AF = \frac{25}{8}$$

$$\frac{-640}{576} \quad \frac{64}{576} \quad \frac{625}{576}$$

$$\frac{90}{16} \quad \frac{45}{8} \quad 10 -$$

$$\frac{80}{8} \quad \frac{45}{8} \quad 10 -$$

$$\frac{80}{8} \quad \frac{45}{8} \quad 10 -$$

$$\frac{80}{8} \quad \frac{45}{8} \quad 10 -$$