



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В теленграе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

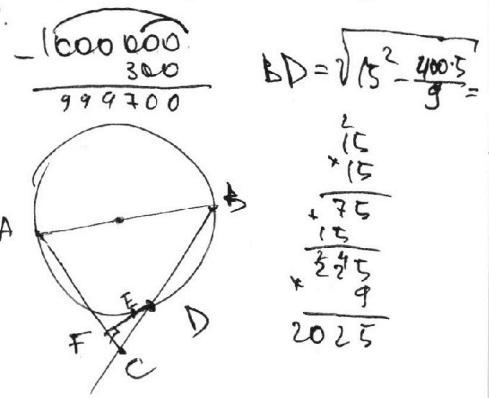
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15} = \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE}$$

$$AD = \frac{20\sqrt{5}}{3}, \quad DC = \frac{40}{3}.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16 \\ \left\{ \begin{array}{l} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} z+4 = \frac{xy}{z} \\ x+4 = \frac{yz}{x} \\ y+4 = \frac{zx}{y} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (z+4)^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} \\ (x+4)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2} \\ (y+4)^2 = \frac{z^2x^2}{y^2} \end{array} \right. \\ \Rightarrow (z+4)^2 + (x+4)^2 + (y+4)^2 & \cancel{(z+4)^2} \cancel{(x+4)^2} \cancel{(y+4)^2} \cancel{x^2y^2z^2} \cancel{y^2z^2x^2} \cancel{z^2x^2y^2} \\ \Rightarrow (z+4)(x+4)(y+4) & = \frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} = xyz \\ (z+4)(x+4)(y+4) & = (z+4)(xy + 4x + 4y + 16) = \\ & = xyz + 4xz + 4yz + 16z + 4xy + 16x + 16y + 64 = \\ & = xyz + 4(xy + xz + yz) + 16(x + y + z) + 64 = xyz \Rightarrow \\ \Rightarrow 4(xy + xz + yz) + 16(x + y + z) & = -64. \quad | :4 \\ xy + xz + yz + 4(x + y + z) & = -16 \\ 4z + 2x + 4y + y^2 + 4x + x^2 + 4(x + y + z) & = -16. \\ (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16) & = 32 \\ (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 & = 32 \end{aligned}$$

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{99 \dots 999}_{25000} = 9 \cdot \underbrace{11 \dots 111}_{25000}$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + b^3 + 2a^2b + ab^2 + 2ab^2 + ba^2 = \\ = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3b^2a$$

Пусть $a = n$, $b = 1$:

$$(n+1)^3 = n^3 + 1 + 3n^2 \cdot 1 + 3n \\ n^3 = 10^{25000 \cdot 3} - 3n^2 - 3n - 1.$$

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \Rightarrow n^2 = 10^{25000 \cdot 2} - 2n - 1 \quad | \quad \rightarrow \\ n = 10^{25000} - 1.$$

$$\Rightarrow n^3 = 10^{25000 \cdot 3} - 3(10^{25000 \cdot 2} - 1 - 2 \cdot 10^{25000} + 2) - 3(10^{25000} - 1) = \\ = 10^{25000} - 3 \cdot 10^{50000} + 6 \cdot 10^{25000} - 3 - 3 \cdot 10^{25000} + 3 - 1 = \\ = \underbrace{10^{25000}}_{\frac{9}{11}} - 3 \cdot \underbrace{10^{50000}}_{\frac{7}{11}} + \underbrace{3 \cdot 10^{25000}}_{\frac{2}{11}} - 1.$$

$$\text{Итого: } n^3 = \underbrace{999 \dots 99}_{24999} \underbrace{7000 \dots 00}_{50000} \underbrace{2999 \dots 99}_{25000} \underbrace{999 \dots 9}_{25000}$$

тогда, девяток будет 49999

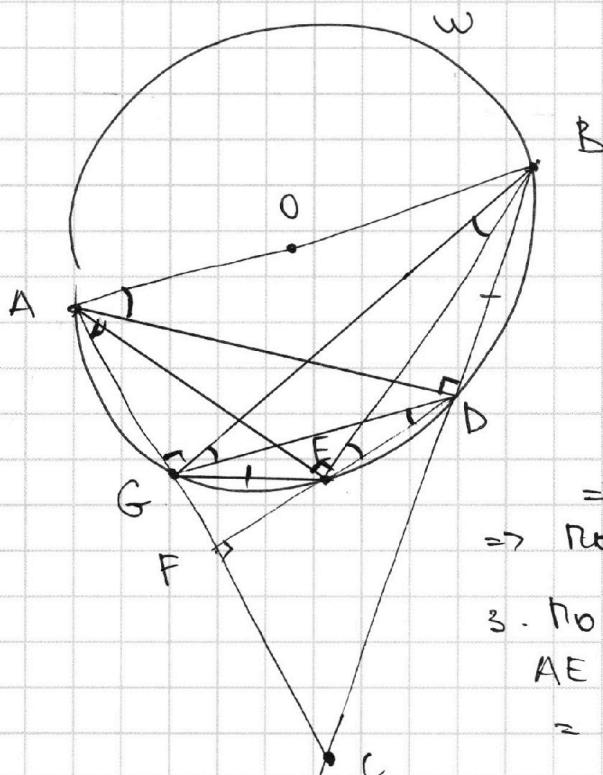
Ответ: 49999.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AF - ?

$$AC = 20$$

$$AB = 15$$

$$BE = 10$$

1. $\angle AGB = 90^\circ$, т.к. омк. на диаметр
($G = AC \cap BD$)

2. По ул-ю $DF \perp AC \Rightarrow$
по ул-ю $BG \perp AC \Rightarrow$

$$\Rightarrow BG \parallel FD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по т. Фалеса: } \frac{BD}{DC} = \frac{GF}{FC}$$

$$3. \text{По т. Пифагора } (\text{члены } \triangle AEB):$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - EB^2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{15 \cdot 25} =$$

$$= 5\sqrt{5}$$

4. Усл п. 2 $BG \parallel ED \Rightarrow GBDE$ - впис. трапея. \Rightarrow

\Rightarrow одна $p/\delta \Rightarrow GE = BD \Rightarrow \sqrt{EG} = \sqrt{BD} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle GAE = \angle DAB$ - т.к. омк. на равные дуги.

5. $\angle GAD = \angle GAE + \angle EAD = \angle DAB + \angle EAD = \angle EAB$

6. $\triangle CAD \sim \triangle AEB$ - по двум углам

($\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$, $\angle GAD = \angle EAB$ - из п. 5) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD = \frac{AE \cdot AC}{AB} = \frac{AE \cdot 4}{3} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$DC = \frac{BE \cdot 4}{3} = \frac{40}{3}$$

7. $\triangle ADC \sim \triangle BGC$ - по двум углам

($\angle CAD = \angle GBC$ - омк. на одн. дугу, $\angle ADC = \angle BGC = 90^\circ$) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{GC}{DC} = \frac{BG}{AD}$$

$$\text{По т. Пифагора } (\triangle ADR \text{ проекция}): DB = \sqrt{AB^2 - AD^2} =$$

$$= \sqrt{15^2 - \frac{400 \cdot 5}{9}} = \sqrt{\frac{225 \cdot 9 - 2000}{9}} = \sqrt{\frac{2025 - 2000}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$BC = BD + DC = \frac{5}{3} + \frac{40}{3} = \frac{45}{3} = 15.$$

Тогда, $GC = \frac{BC \cdot DC}{AC} = \frac{15 \cdot 40}{3 \cdot 20} = 10$, \Rightarrow Решение $FC = x$, тогда $GF = 10 - x$

$$BG = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{15 \cdot 20\sqrt{5}}{3 \cdot 20} = 5\sqrt{5}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$8. \text{ Чy п. 2 : } \frac{BD}{DC} = \frac{GF}{FC} = \frac{10-x}{x} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{10-x}{x} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{40} = \frac{1}{8}$$

$$x = 80 - 8x$$

$$9x = 80$$

$$x = \frac{80}{9}$$

$$\Rightarrow FC = \frac{80}{9} \Rightarrow AF = AC - FC = 20 - \frac{80}{9} =$$

$$= \frac{180 - 80}{9} = \frac{100}{9} = 11 \frac{1}{9}$$

Ответ: $11 \frac{1}{9}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего N коробок

вероятность открыть коробку с шариком: $\frac{3}{N}$

количество комбинаций 5 из N коробок, в трёх из которых есть шарик: C_N^2 (т.к. фактически нужно выбирать ещё 2 коробки из трёх с шариками)

Всего комбинаций выбрать 5 коробок: C_N^5

$$\text{Вероятность выиграть разыграш: } \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5} = \frac{(N-3)!}{2 \cdot (N-5)!} \cdot \frac{5!(N-5)!}{N!} = \\ = \frac{8 \cdot 4 \cdot 5}{(N-2)(N-1) \cdot N}$$

вероятность выиграть сейчас:

$$\frac{C_{N-3}^5}{C_N^8} = \frac{(N-3)!}{5!(N-8)!} \cdot \frac{8!(N-8)!}{N!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{(N-2)(N-1) \cdot N}$$

$$\text{вероятн. выигрыша увел. в } \frac{2}{\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{(N-2)(N-1) \cdot N}} \cdot \frac{(N-2)(N-1) \cdot N}{8 \cdot 4 \cdot 5} = \\ = \frac{28}{5} = 5,6 \text{ раз}$$

Ответ: увел. в 5,6 раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

I. Рассмотрим:

$$x^2 + (a^2 - a^3)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$\Delta = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot \frac{2-a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 + 4a^3 - \frac{8}{3} = a^4 + 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} > 0$$

т.к.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad | \Rightarrow \quad v_1 + v_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad | \Rightarrow \quad v_1 \cdot v_2 = c$$

Пусть арифм. прогр. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ с шагом q

$$a_i = a_1 + q(i-1)$$

Тогда, $x_1 + x_2 = a_4 + a_5 = 2a_1 + 7q = -b = a^2 - a$ (1)

$$= a_1 + 3q + a_1 + 4q = (2a_1 + 7q) = -b = a^2 - a$$

т.к.

$$x'_1 + x'_2 = -\frac{b}{a} = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$x'_1 + x'_2 = a_2 + a_7 = 2a_1 + 7q = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad (2)$$

Из (1) и (2): $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2 \quad | :a \neq 0.$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

II. Если $a = 0$,

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad -\text{корней нет, т.к. } v^2 \geq 0 \Rightarrow v^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{II способ не возможен}$$

Ответ: $a = 1; 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

I. если $x > 0$, то $15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ | $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = 6$.

Раскроем модули.

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \quad |+ \quad 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 0$$

$$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - < 0 \quad |- \quad 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 0$$

$$\begin{cases} y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 30 - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ \frac{x}{3\sqrt{3}} = 6 \end{cases}$$

$$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$2y - 30 = 6$$

$$\begin{cases} 12 < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12 \leq y < 18 \\ x = 18\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18 \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 18\sqrt{3} \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12 \leq y < 18 \\ x = 18\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x \leq 18\sqrt{3} \\ y = 18 \end{cases}$$

II если $x=0$, то $(y - 15) + (y - 15) = 6 \Rightarrow |y - 15| = 3$

$$y = 18 \text{ или } y = 12$$

III если $x < 0$, то $15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

Раскроем модули:

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - < 0 \quad |+ \quad 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 0$$

$$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - < 0 \quad |- \quad 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} > 0$$

$$\begin{cases} y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 30 - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ - \frac{x}{3\sqrt{3}} = 6 \end{cases}$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$2y - 30 = 6$$

Итог:



$$12 < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \quad |+$$

$$y = 12$$

$$12 \leq y < 18$$

$$x = -18\sqrt{3}$$

$$18 \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y = 18$$

$$x > -18\sqrt{3}$$

$$y = 12$$

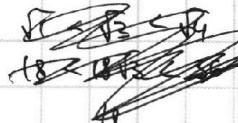
$$12 \leq y < 18$$

$$x = -18\sqrt{3}$$

$$x > -18\sqrt{3}$$

$$y = 18$$

Графиком лин. неравенства, показанного на рисунке,



$$-18\sqrt{3} \quad 0 \quad 18\sqrt{3}$$

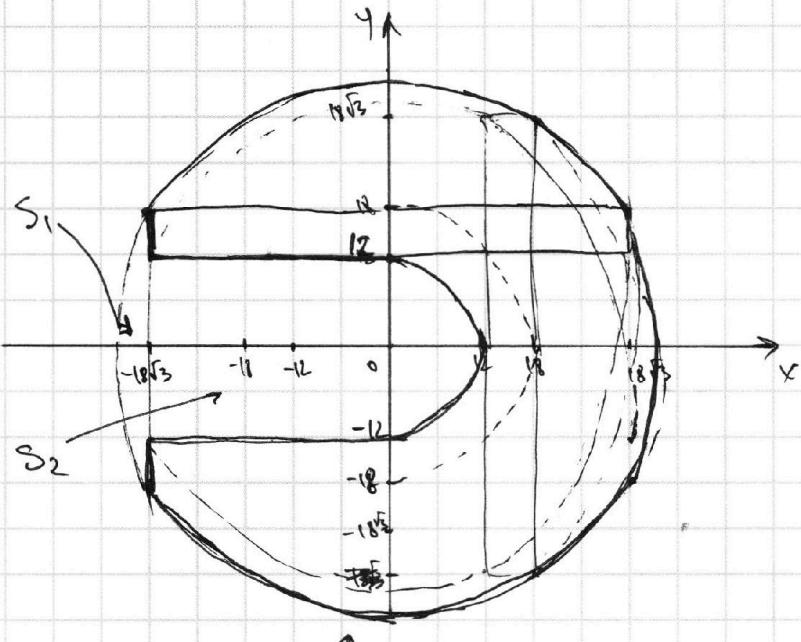


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Поворот на π
по часовой
сторонке \rightarrow
 \Rightarrow торка, принадлеж.
фигуре перелегаются
в симилор. ей
относ. к. О

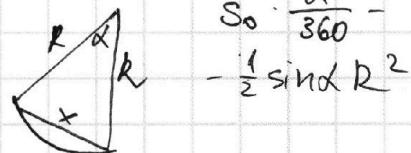
Все бокки лежат
на окр. с центром
в. к. О

Будем такую фигуру заменять трапецией.

$$S_{O_1} = \sqrt{\pi} R^2 = \sqrt{\pi} (18^2 \cdot \pi + 18^2) = \sqrt{\pi} \cdot 36^2$$

$$S_{O_2} = \sqrt{\pi} r^2 = \sqrt{\pi} \cancel{12^2}$$

$$S_1 = S_{O_1} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} \sin \alpha R^2$$



$$S_2 = 18\sqrt{3} \cdot 24$$

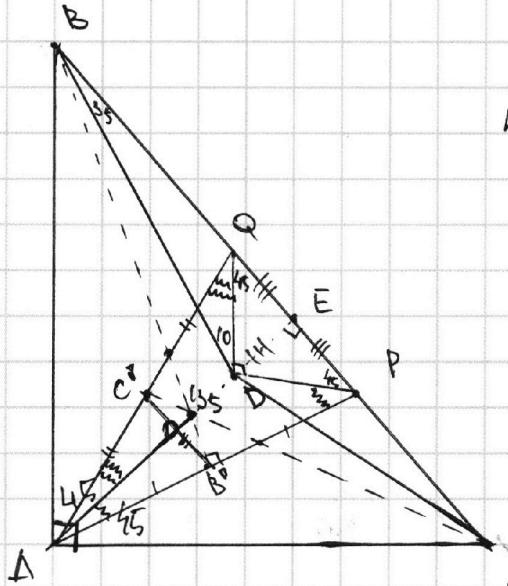
Площадь верхней фигуры $S_{O_1} - S_1 - S_2 - \frac{1}{2} S_{O_2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. В равногр. от А и Р \Rightarrow

\rightarrow В пришл. сер.перу к АР

аналог. с пришл. сер.перу к АQ ч
D пришл. сер.перу к QP

Все эти три сер. пера проверяются
к соотвтсв. к АQP \Rightarrow пересек.

В окруж. точке О, которая
явн. центром внеш. окр.

\rightarrow АQP.

2. ВВ' и СС' - сер.перы \Rightarrow

\Rightarrow авл. бисс. $\triangle ABC \Rightarrow$

\Rightarrow т. О - точка пересеч.

бисс. $\triangle ABC \Rightarrow$ АО - бисс. \Rightarrow

$\Rightarrow \angle BAO = \angle OAB = 45^\circ$

3. О - точка пересеч. бисс. $\triangle ABC \Rightarrow$ О - центр внеш. окр. $\triangle ABC \Rightarrow$
 \rightarrow Е - точка касания

$$\cancel{4. \angle BAP = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCA)} = 180^\circ - \frac{\angle ABC + \angle BCA}{2} = 180^\circ - \frac{70}{2} = 180^\circ.$$

4. $\angle BAP = \angle BPA$, т.к. В равногр. от А и Р (учит приостов. р/з АМР)

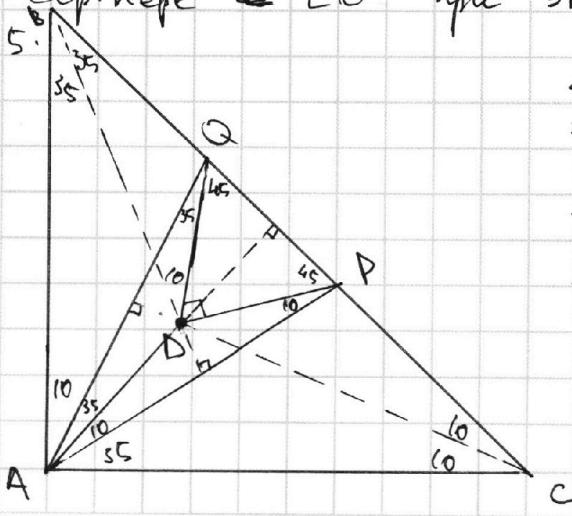
$$\angle BAO + \angle OAP = \angle BPD + \angle DPA \quad (\angle BAO = \angle BPD = 45^\circ) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle OAP = \angle DPA \Rightarrow$ Пусть Х - точка пересеч. АО и DP \Rightarrow

$\Rightarrow \angle XPA = \angle XAP \Rightarrow$ Х - равногр. от А и Р \Rightarrow Х лежит

на сер.пере к АР \Rightarrow т. Х = т. О \Rightarrow D лежит на

сер.пере к EO при этом $DP \cap BB' = O \Rightarrow$ т. D = т. О



$$\angle BDC = 180^\circ - \angle DBC - \angle BCD = \\ = 180^\circ - \cancel{\angle ABC + \angle BCA} =$$

$$= 180^\circ - \frac{90}{2} = 135^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BDC - \angle DBC = \\ = 180^\circ - 135^\circ - 35^\circ = 10^\circ$$

Ответ: 10° .



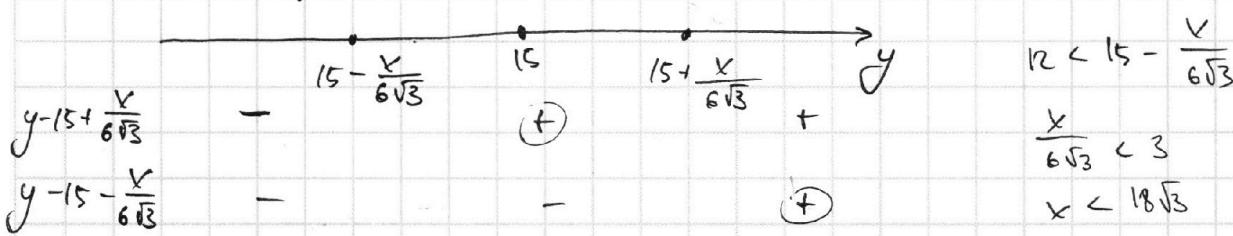
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6.$$

I. если $x \geq 0$:



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 2y \geq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \end{cases}$$

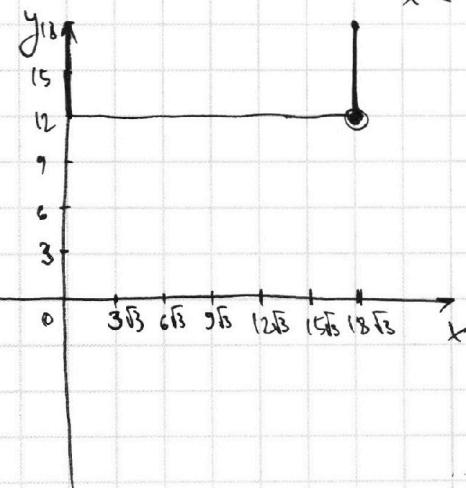
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 2y \leq 36 \end{cases}$$

$$y = 18 \\ 18 \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ x \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 12 \leq y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 0 \leq x \leq 18\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y \leq 18 \end{cases}$$



$$0 \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$15 \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 18$$

$$12 \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 15$$

$$12 \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 18$$