



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



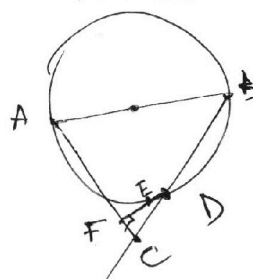
20/31

$\triangle ABC \sim \triangle AEB$

$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15} = \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE}$$

$AD = \frac{20\sqrt{5}}{3}$ $DC = \frac{40}{3}$

$$\frac{1600000}{300} = 999700$$



$$BD = \sqrt{15^2 - \frac{400}{9}} =$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ + 75 \\ \hline 225 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$xy = 4z + z^2$$

$$yz = 4x + x^2$$

$$zx = 4y + y^2$$

числа нечетные $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ можно делить на x, y, z

$$\begin{cases} z+4 = \frac{xy}{z} \\ x+4 = \frac{yz}{x} \\ y+4 = \frac{zx}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (z+4)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} \\ (x+4)^2 = \frac{y^2 z^2}{x^2} \\ (y+4)^2 = \frac{z^2 x^2}{y^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (z+4)^2 + (x+4)^2 + (y+4)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2}$$

$$\Rightarrow (z+4)(x+4)(y+4) = \frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} = xyz$$

$$(z+4)(x+4)(y+4) = (z+4)(xy + 4x + 4y + 16) =$$

$$= xyz + 4xz + 4yz + 16z + 4xy + 16x + 16y + 64 =$$

$$= xyz + 4(xy + xz + yz) + 16(x + y + z) + 64 = xyz \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4(xy + xz + yz) + 16(x + y + z) = -64. \quad | :4$$

$$xy + xz + yz + 4(x + y + z) = -16$$

$$4z + z^2 + 4y + y^2 + 4x + x^2 + 4(x + y + z) = -16.$$

$$(x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16) = 32$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 32$$

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{99 \dots 999}_{25000} = 9 \cdot \underbrace{11 \dots 111}_{25000}$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2+2ab+b^2) = a^3+b^3+2a^2b+ab^2+2ab^2+ba^2 =$$

$$= a^3+b^3+3a^2b+3b^2a$$

Пусть $a=n$, $b=1$:

$$(n+1)^3 = n^3 + 1 + 3n^2 \cdot 1 + 3n$$

$$n^3 = 10^{25000 \cdot 3} - 3n^2 - 3n - 1.$$

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \Rightarrow n^2 = 10^{25000 \cdot 2} - 2n - 1$$

$$n = 10^{25000} - 1.$$

$$\Rightarrow n^3 = 10^{25000 \cdot 3} - 3 \left(10^{25000 \cdot 2} - 1 - 2 \cdot 10^{25000} + 2 \right) - 3 \left(10^{25000} - 1 \right) - 1 =$$

$$= 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 3 - 3 \cdot 10^{25000} + 3 - 1 =$$

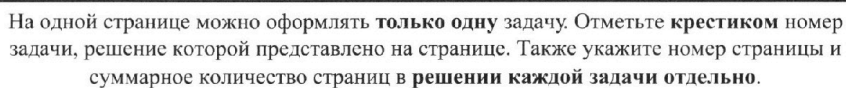
$$= 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1.$$

$$\underbrace{99999}_{24999} \underbrace{97000 \dots 00}_{50000} \underbrace{2999 \dots 99}_{25000}$$

$$\text{Итого: } n^3 = \underbrace{999 \dots 99}_{24999} \underbrace{7000 \dots 00}_{24999} \underbrace{2999 \dots 9}_{25000}$$

тогда, получается 49999

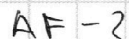
Ответ: 49999.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 20$$

$AB = 15$

$$BE = 10$$

1. $\angle AGB = 90^\circ$, т.к. вып. че-
 quadrup
 ($G = AC \cap w$)

2. No $\gamma_{\text{ca}} - \text{no DF} \perp \text{AC}$
No $\gamma_{\text{ok}} \text{ BG} \perp \text{AC} \Rightarrow$

$$\Rightarrow BG \parallel FD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{No. } \vec{P} \text{ anca, } \frac{BD}{DC} = \frac{GF}{FE}$$

3. По т. Пиратора (краев. ΔAEB):

$$AE = \sqrt{AB^2 + ED^2} = \sqrt{15^2 + 10^2} = \sqrt{5 \cdot 25} = 5\sqrt{5}$$

4. Ус п. 2 BG UED $\Rightarrow$ GBDE - смисл. транз. $\Rightarrow$
 $GE = AD \Rightarrow \angle EFC = \angle BAD \Rightarrow$

$\Rightarrow$ oder $p/\delta \Rightarrow GE = BD \rightarrow \vee EG = \vee BD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle GAE = \angle DAB$ - т.к. выпр. на равные дуги.

$$5. \angle GAD = \angle GAE + \angle EAD = \angle DAB + \angle EAD = \angle EAB$$

6. $\triangle CAD \sim \triangle AEB$ - по двум углам

$$(\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ, \angle GAD = \angle EAB \text{ wg. n.s.}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD = \frac{AE \cdot AC}{AB} = \frac{AE \cdot 4}{3} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$DC = \frac{BE \cdot 4}{3} = \frac{40}{3}$$

7. $\triangle ADC \approx \triangle BGC$ - по двум углам

($\angle CAD = \angle GBC$ - опр. на одной дуге, $\angle ADC = \angle BGC = 90^\circ$) $\Rightarrow$
 $\triangle CAD \sim \triangle GBC$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{GC}{DC} = \frac{BG}{AD}$$

По 1. Равнобедрен (ΔADR равнобедрен): $DB = \sqrt{AB^2 - AD^2} =$
 $= \sqrt{15^2 - \frac{400 \cdot 5}{9}} = \sqrt{\frac{225 \cdot 9 - 2000}{9}} = \sqrt{\frac{2025 - 2000}{9}} = \frac{5}{3}$
 $BC = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

$$BC = BD + DC = \frac{5}{3} + \frac{40}{3} = \frac{45}{3} = 15.$$

Targa, $GC = \frac{BC \cdot DC}{AC} = \frac{15 \cdot 40}{3 \cdot 20} = 10$, $\Rightarrow$ Пусть $AC = x$, тогда $GF = 10 - x$

$$BG = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{15 \cdot 20\sqrt{5}}{3 \cdot 20} = 5\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8. \text{ Уг. п. 2 : } \frac{BD}{DC} = \frac{GF}{FC} = \frac{10-x}{x} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{10-x}{x} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{40} = \frac{1}{8}$$

$$x = 80 - 8x$$

$$9x = 80$$

$$x = \frac{80}{9}$$

$$\Rightarrow FC = \frac{80}{9} \Rightarrow AF = AC - FC = 20 - \frac{80}{9} =$$

$$= \frac{180 - 80}{9} = \frac{100}{9} = 11 \frac{1}{9}$$

Answer: $11 \frac{1}{9}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего N коробок

Вероятность открыть коробку с шариком: $\frac{3}{N}$

* кон-во комбинаций 5 из 2 коробок, в трёх из которых есть шарик: C_{N-3}^2 (т.к. фактически нужно выбрать ещё 2 коробки к трём с шариками)

Всего комбинаций выбрать 5 коробок: C_N^5

$$\text{Вероятность выиграть раньше: } \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5} = \frac{(N-3)!}{2 \cdot (N-5)!} \cdot \frac{3! \cdot (N-5)!}{N!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{(N-2)(N-1) \cdot N}$$

* Вероятность выиграть сейчас:

$$\frac{C_{N-3}^5}{C_N^8} = \frac{(N-3)!}{5! \cdot (N-8)!} \cdot \frac{3! \cdot (N-8)!}{N!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{(N-2)(N-1) \cdot N}$$

$$\text{Вероятн. выигрыша увел. в } \frac{\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{(N-2)(N-1) \cdot N} \cdot \frac{(N-2)(N-1) \cdot N}{3 \cdot 4 \cdot 5}}{1} = \frac{28}{5} = 5,6 \text{ раз}$$

Ответ: увел. в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I. Пусть $a \neq 0$:

$$x^2 + (a^2 - a^3)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$D = (a^2 - a^3)^2 - 4 \cdot \frac{2 - a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 + \frac{4a^3}{3} - \frac{8}{3}$$

$$= a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3} > 0$$

т. Виеета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = -b$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = c$

~~$x_1 + x_2$~~

Пусть арифм. прогр. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ с шагом q

$a_i = a_1 + q \cdot (i-1)$

Тогда, $x_1 + x_2 = a_4 + a_5 = 2a_4 + q = -b = a^2 - a$

$$= a_1 + 3q + a_1 + 4q = (2a_1 + 7q) = -b = a^2 - a \quad (1)$$

$$2x^2 + (a^2 - a^3)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

По т. Виеета: $x_1' + x_2' = -\frac{b}{a} = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$x_1' + x_2' = a_2 + a_7 = (2a_1 + 7q) = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad (2)$$

Из (1) и (2): $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2 \quad | : a \neq 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

II Если $a = 0$:

$x^2 + \frac{2}{3} = 0$ - корней нет, т.к. $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ II случай невозможен

Ответ: $a = 1; 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I. если $x > 0$, то $15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} > 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ $|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = 6$
Раскроем модули:

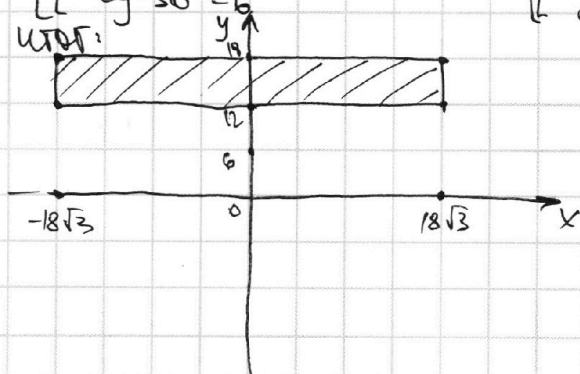
$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	y
$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$			
$y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$12 < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$0 < x < 18\sqrt{3}$	
$30 - 2y = 6$	$y = 12$	$y = 12$	
$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$12 \leq y < 18$	$12 \leq y < 18$	
$\frac{x}{3\sqrt{3}} = 6$	$x = 18\sqrt{3}$	$x = 18\sqrt{3}$	
$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$18 \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$0 < x \leq 18\sqrt{3}$	
$2y - 30 = 6$	$y = 18$	$y = 18$	

II если $x = 0$, то $|y - 15| + |y - 15| = 6 \rightarrow |y - 15| = 3$
 $y = 18$ или $y = 12$

III если $x < 0$, то $15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$
Раскроем модули:

$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	y
$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$			
$y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$12 < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$x > -18\sqrt{3}$	
$30 - 2y = 6$	$y = 12$	$y = 12$	
$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$12 \leq y < 18$	$12 \leq y < 18$	
$-\frac{x}{3\sqrt{3}} = 6$	$x = -18\sqrt{3}$	$x = -18\sqrt{3}$	
$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$18 \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$	$x > -18\sqrt{3}$	
$2y - 30 = 6$	$y = 18$	$y = 18$	

ИТОГ:



Графиком лев. прямоугольника, показанный на рисунке.

~~$18 < 18\sqrt{3} < 18$~~
 ~~$18 < 18\sqrt{3} < 18$~~



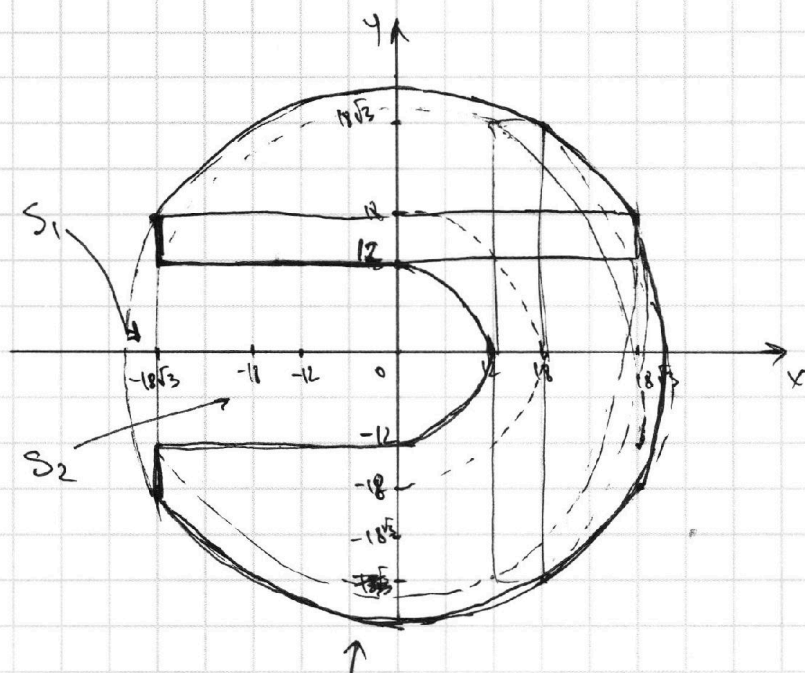
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поворот на π
по часовой
стрелке $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ точка, принадлежащая
фигуре переместится
в симметр. ей
относ. к. О
Все точки лежат
на окр. с центром
в т. О

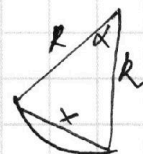
Согласно такой фигуре заменим прямоугол.

$$S_{01} = \sqrt{2} R^2 = \sqrt{2} (18^2 \cdot 5 + 18^2) = \sqrt{2} \cdot 36^2$$

$$S_{02} = \sqrt{2} R^2 = \sqrt{2} \cdot 12^2$$

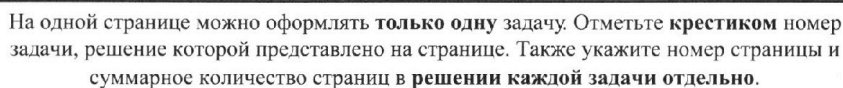
$$S_1 = S_{01} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{1}{2} \sin \alpha R^2$$

$$S_2 = 18\sqrt{3} \cdot 24$$



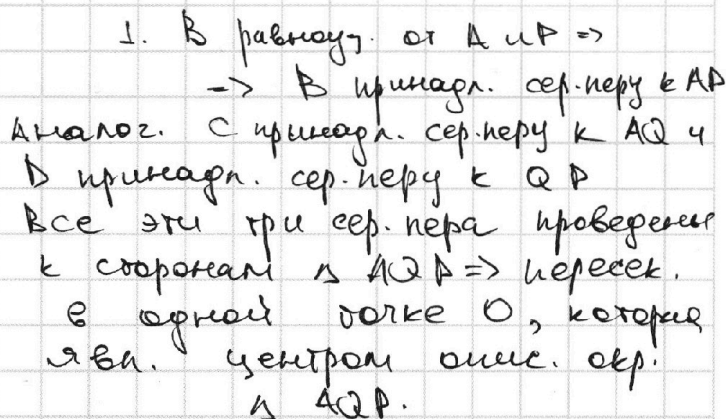
$$S_0 \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{1}{2} \sin \alpha R^2$$

Площадь нужной фигуры $S_{01} - S_1 - S_2 - \frac{1}{2} S_{02}$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

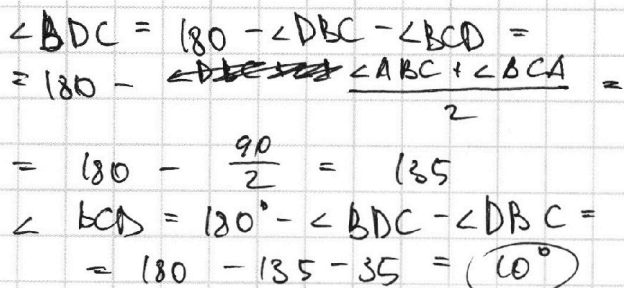


2. BB' и CC' - сеп. перы $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ явл. бисс. $\Delta ABC \rightarrow$
 $\Rightarrow$ т. O - точка пересеч.
 бисс. $\Delta ABC \rightarrow AO$ - бисс. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BAO = \angle OAB = 45^\circ$

3. O - точка пересеч. бисс. $\triangle ABC \Leftrightarrow O$ - центр впис. окр. $\triangle ABC \Leftrightarrow$
 $\rightarrow E$ - точка касания

~~$$4. \angle BOC = 180 - (\angle OBC + \angle OCB) = 180 - \frac{\angle ABC + \angle BCA}{2} = 180 - \frac{70}{2} = 185^\circ$$~~

4. $\angle BAP = \angle BPA$, т.к. B равноуг. от A и P (центр прикоснов. р/б $\triangle ABP$)
 $\angle BAO + \angle OAP = \angle BPD + \angle DPA$ ($\angle BAO = \angle BPD = 45^\circ$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OAP = \angle DPA \Rightarrow$ Пусть X - точка пересеч. AO и $DP \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle XPA = \angle XAP \Rightarrow X$ - равноуг. от A и $P \Rightarrow X$ лежит
на сер. пере к $AP \Rightarrow$ т. $X = I.O \Rightarrow D$ лежит на
сер. пере к EO при этом $DP \cap BB' = O \Rightarrow$ (т. $D = I.O$)



Orbet: 10^6 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

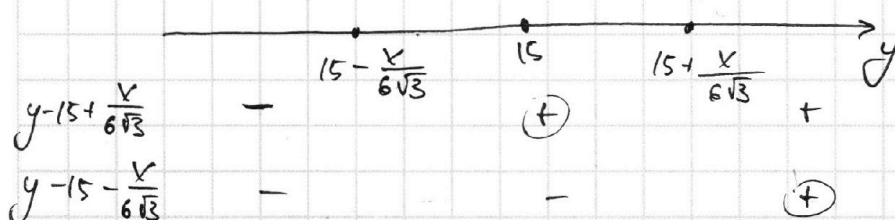
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6.$$

I. если $x \geq 0$:



$$12 < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} < 3$$

$$x < 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \\ x \geq 0 \\ 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \end{cases}$$

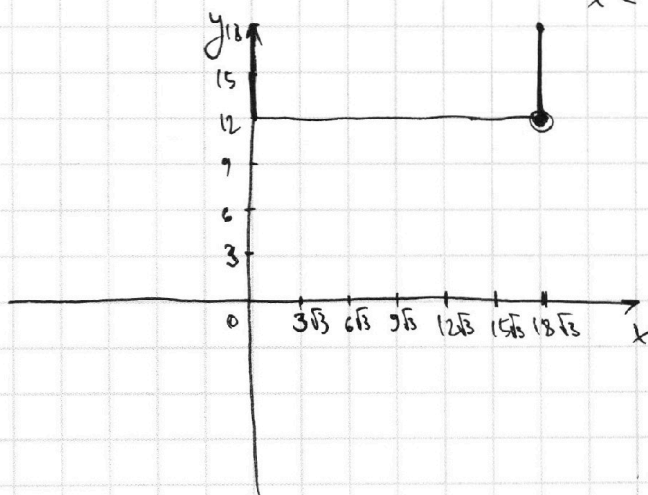
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 2y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 2y \leq 36 \end{cases}$$

$$y = 18$$

$$18 \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 12 \leq y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 15 \\ 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 0 \leq x \leq 18\sqrt{3} \\ x \geq 0 \\ 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y \leq 18 \end{cases}$$



$$0 \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$15 \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 18$$

$$12 \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 15$$

$$12 \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 18.$$