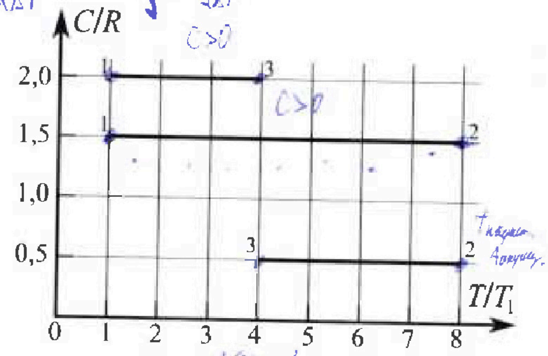
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

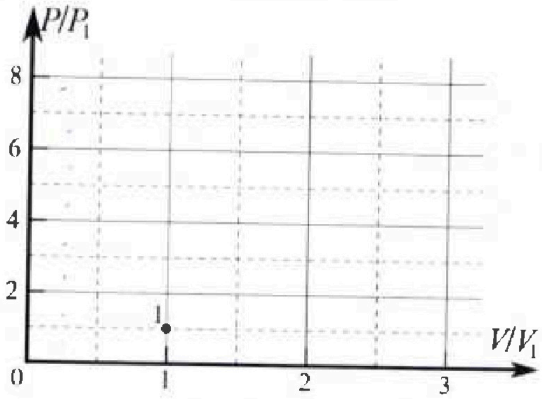
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.

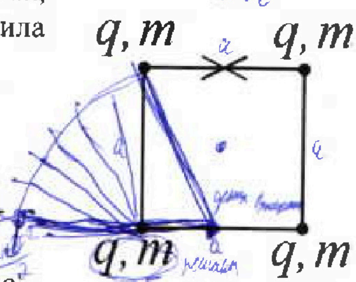
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Эле ктрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



$\frac{mv^2}{2} = K$

$K = \frac{4\pi}{\varepsilon_0}$ — ?

$K = \frac{1}{\varepsilon_0}$

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

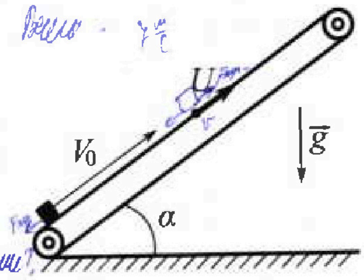
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

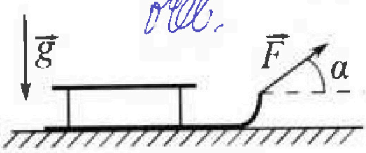
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\cos^2\beta} - \frac{gs}{v^2}\frac{\sqrt{1-\cos^2\beta}}{\cos^3\beta} = 0 \quad |\cos\beta\neq 0$$

$$1 - \frac{gs}{v^2}\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = 0$$

$$1 = \frac{gs}{v^2}\cdot tg\beta \Rightarrow tg\beta = \frac{v^2}{gs} = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$H = v\sin\beta\frac{s}{v\cos\beta} - g\frac{s^2}{v^2\cos^2\beta\cdot 2} =$$

$$= s\,tg\beta - \frac{gs^2}{2v^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\beta} =$$

$$= s\frac{v^2}{gs} - \frac{gs^2}{2v^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\beta}$$

$$\frac{\sqrt{1-\cos^2\beta}}{\cos\beta} = \frac{v^2}{gs}$$

$$\cos^2\beta\, v^4 = g^2s^2(1-\cos^2\beta)$$

$$g^2s^2 = \cos^2\beta(v^4+g^2s^2)$$

$$\cos^2\beta = \frac{g^2s^2}{v^4+g^2s^2}$$

$$H = \frac{v^2}{g} - \frac{gs^2}{2v^2}\cdot\frac{1}{\frac{g^2s^2}{v^4+g^2s^2}} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{gs^2}{2v^2}\cdot\frac{v^4+g^2s^2}{g^2s^2} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{\cancel{gs^2}\cdot v^4}{2v^2 g^{\cancel{2}}\cancel{s^2}} - \frac{gs^2}{2v^2} =$$

$$= \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g} - \frac{gs^2}{2v^2} = H$$

$H = 3{,}6;\ v = 10\sqrt2;\ g = 10$

$$3{,}6 = \frac{(10\sqrt2)^2}{10\cdot 2} - \frac{10\cdot s^2}{2\cdot(10\sqrt2)^2} =$$

$$= \frac{200}{20} - \frac{10s^2}{400} = 10 - \frac{s^2}{40} = 3{,}6$$

$$\frac{s^2}{40} = 6{,}4$$

$$s^2 = 64\cdot 4$$

$$s = \sqrt{8^2\cdot 2^2} =$$

$$= 8\cdot 2 = 16м.$$

Ответ: $s = 16м$

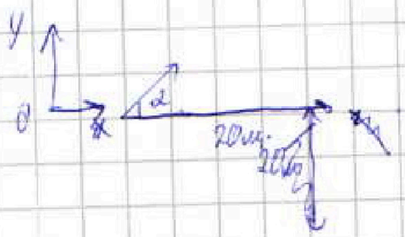
На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1|



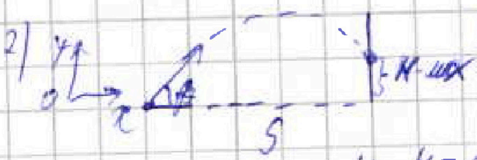
1| $y=0=\sin\alpha V t-\frac{gt^2}{2} \Rightarrow t=\frac{2V\sin\alpha}{g}$

2| $x=20м=\cos\alpha V t=\frac{2V^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$

$$V=\sqrt{\frac{20\cdot 10}{2\cdot\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt2}{2}}}=10\sqrt2\,\frac{м}{с}$$

Ответ: $V=10\sqrt2\,\frac{м}{с}$

2|



$y=H=V\sin\beta t-\frac{gt^2}{2}$ — max

$x=S=V\cos\beta t \Rightarrow t=\frac{S}{V\cos\beta}$

$\sin\beta>0$

$\cos\beta>0$

$\cancel{y'=0}=$

$$H=V\sin\beta\frac{S}{V\cos\beta}-g\frac{S^2}{V^2\cos^2\beta\cdot2}$$

$H'(\beta)=0$

$$0=S\left(\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\right)'-\frac{gS^2}{2V^2}\cdot\left(\frac{1}{\cos^2\beta}\right)'=$$

$$=S\frac{\cos\beta\cos\beta+\sin\beta\sin\beta}{\cos^2\beta}-\frac{gS^2}{2V^2}\cdot(\cos^{-2}\beta)'=S(1+tg^2\beta)-$$

$$-\frac{gS^2}{\cancel{2}V^2}\cdot -\cancel{2}\cos^{-3}\beta\cdot -\sin\beta=1\cancel{S}+\cancel{S}tg^2\beta-\frac{gS^{\cancel{2}}}{V^2}\frac{\sin\beta}{\cos^3\beta}=0$$

$$1+tg^2\beta-\frac{gS}{V^2}\frac{\sin\beta}{\cos^3\beta}=0$$

$$1+\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}-\frac{gS}{V^2}\frac{\sin\beta}{\cos^3\beta}=0$$

$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}$

$$1+\frac{1-\cos^2\beta}{\cos^2\beta}-\frac{gS}{V^2}\cdot\frac{\sqrt{1-\cos^2\beta}}{\cos^3\beta}=0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

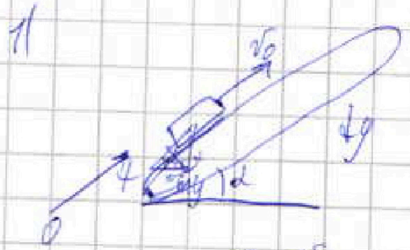
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)

$0,8^2=0,64$

$0,6^2=0,36$



$V = V_0 - \frac{mg\sin\alpha - mg\cos\alpha\mu}{m} \Rightarrow a = g(\sin\alpha + \cos\alpha\mu) = const$

$a = 10 \cdot 1 = 10\frac{м}{с^2}$

$S = Vt - \frac{at^2}{2} = 6 \cdot 1 - \frac{10(0,6+\sqrt{1-0,6^2}\cdot 0,5)\cdot 1^2}{2} =$

$= 6 - \frac{10(0,6+0,8\cdot 0,5)}{2} = \cancel{6-}\frac{10(0,6+0,4)}{2} =$

$= 6 - \frac{10\cdot 1}{2} = 1м.$

Ответ: $S = 1м$

2) $V_н$ Т.к. во втором случае нам дана скорость коробки относительно земли, то перейдём в СО транспортёра.

$V_н = V_0 - U = 5\frac{м}{с}$

$V_{нT_{1\,СО\,трансп.}} = \cancel{U} = V_н - at = 5 - g(\sin\alpha + \cos\alpha\mu)t$

В СО транспортёра, перейдём в СО земли:

$V_{нt_1} = V_0 - \cancel{u} + \cancel{u} - at = u$

$6 - 1 = 10(0,6 + 0,8\cdot 0,5)t$

$5 = 10t \Rightarrow t_1 = 0,5с$

Ответ: $t_1 = 0,5 с$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~3) Перейдём в СО транспортёра.~~

~~$v_{k_{транс}} = v_0 - u - at$~~

~~Перейдём в СО земли~~

~~$v_k = v_0 - u - at + u = 0$~~

~~$v_0 = at$~~

~~$6 = 10t \Rightarrow t = 0{,}6\,c$~~

Перейдём в СО транспортёра:

$$S_{к_{транс}} = (v_0 - u)t - \frac{at^2}{2}$$

Заметим, что после того, как $v_{к_{транс}}$ равно u направление силы трения меняется.

t когда $v_к = 0 = T_1 + \Delta t$

Δt: $u - a_2 \Delta t = 0$

$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) =$

$= 10 \cdot (0{,}6 - 0{,}8 \cdot 0{,}5) = 10 \cdot 0{,}2 = 2$

$\Delta t = \frac{1}{2} = 0{,}5\,c$

$t_{v_к = 0} = 0{,}5 + 0{,}5 = 1\,c$

$S_{общ} = S_1 + S_2$

$S_1 = (v_0 - u)T_1 - \frac{aT_1^2}{2}$; $S_2 = u\Delta t - \frac{a_2 \Delta t^2}{2}$

$S_{общ} = 5 \cdot 0{,}5 - \frac{10 \cdot 0{,}5^2}{2} + 1 \cdot 0{,}5 - \frac{2 \cdot 0{,}5^2}{2} =$

$= 0{,}5 \cdot 6 - 5 \cdot 0{,}5^2 - 1 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}5 \cdot 6 - 6 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}5 \cdot 6(1 - 0{,}5) =$

$= 0{,}5 \cdot 6 \cdot 0{,}5 = 0{,}25 \cdot 6 = 1{,}5\,м$ Ответ: $L = 1{,}5\,м$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

1) случай

$A_2 = A_1 = K$; $S_1 = S_2$

$A = F_{равнодейст} \cdot S$

$F_{тр} = \mu N$; $N = mg - F\sin\alpha$ 3 з-н Ньютона

$K = A_1 = F\cos\alpha\, S - \mu(mg - F\sin\alpha)S$

2) случай

$N = mg$, $F_{тр} = \mu N$
Закон кулона Амонтона

$K = A_2 = FS - \mu mgS$

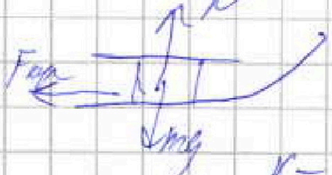
$F\cancel{S} - \mu mg\cancel{S} = F\cos\alpha\cancel{S} - \mu(mg - F\sin\alpha)\cancel{S}$

$F - \mu mg = F\cos\alpha - \cancel{\mu mg} + F\sin\alpha\mu$

$\cancel{F}(1-\cos\alpha) = \cancel{F}\sin\alpha\mu$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\alpha \neq 0^\circ$

После того как сила F перестаёт действовать на сани, сани двигаются:



$F_{тр} = \mu N$, $N = mg$

$K = S_1 \cdot F_{тр} = S_1 \cdot \mu mg$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$S_1 \mu m g = K$

$$S_1 = \frac{K}{\mu m g} = \frac{K \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) m g}$$

Ответ: $S_1 = \dfrac{K \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) m g}$, $\alpha \neq 0^\circ$

~~$\alpha \neq 90$~~ $\alpha \neq 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1-2-3-1 $i=3$

$13 - C_{\text{const}} = \text{const}$

$$C = \frac{A + \Delta U}{\nu\Delta T} = \frac{\frac{3}{2}\nu R\Delta T + \Sigma A}{\nu\Delta T} = 2R$$

На каждом участке $\Delta A = \text{const}$ ~~$\Delta U + \Delta U = \text{const}$~~ $\text{const} \cdot t = \text{const}$

$1{,}5R + \frac{\Sigma A}{\nu\Delta T} = 2R \Rightarrow \Sigma A = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$

$T\uparrow$ $\Delta A = \text{const}$ на dT

$dA \sim dT$

1-2 C_{const}

$$C = \frac{\frac{3}{2}\nu R\Delta T + \Sigma A}{\nu\Delta T} = 1{,}5R \Rightarrow \Sigma A = 0$$

1-2 — процесс изохорический $T\uparrow$

3-2

$$C = \frac{\frac{3}{2}\nu R\Delta T + \Sigma A}{\nu\Delta T} \Rightarrow \Sigma A = -R\nu\Delta T$$

$\Delta A = \text{const}$ на dT $\Downarrow$

$dA \sim dT$ 3-2 процесс изобарный охлажд. $T\downarrow$

1) $A_{13} = \frac{1}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 8{,}31\cdot(4T_1 - T_1) =$

$= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 8{,}31\cdot 3T_1 =$

$= \frac{8{,}31\cdot 3\cdot 200}{2} = 8{,}31\cdot 300 = 831\cdot 3 = 2493$ Дж

Ответ: $A_{13} = 2493$ Дж

2) $\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н} = \frac{A}{Q_н} = 1 - \frac{Q_х}{Q_н}$

Заметим, что на участках 12 и 31 температура возрастает и ΔA на прямой пропорц. С/R от T/T_1 $> 0 \Rightarrow$ на участках 12 и 31 работает нагреватель

А на участке 23 — температура убывает и т.к. у нас линия, что $\Delta A = -R\nu dT \Rightarrow$ на 23 работает холодильник

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_н} = 1 - \frac{\frac{C_{23}}{R}\nu R\Delta T_{23}}{\frac{C_{13}}{R}\nu R\Delta T_{13} + \frac{C_{12}}{R}\nu R\Delta T_{12}} = 1 - 0{,}5$$

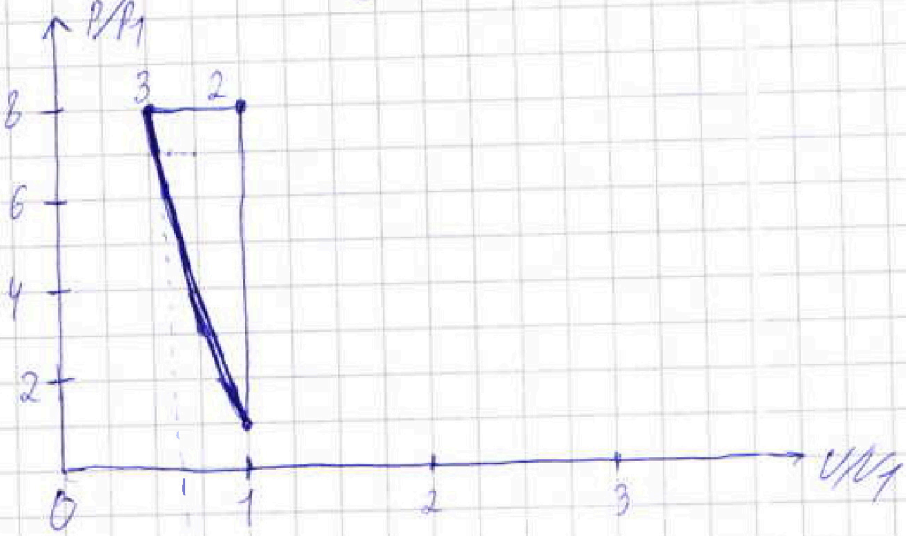
$$= 1 - \frac{0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 1 \cdot 4T_1}{2 \cdot 8}$$

$$= 1 - \frac{0{,}5 \cdot 4T_1}{2 \cdot 3T_1 + 1{,}5 \cdot 7T_1} = 1 - \frac{2}{6 + 7 + 3{,}5} = 1 - \frac{2}{16{,}5} =$$

$$\eta = \frac{16{,}5 - 2}{16{,}5} = \frac{14{,}5}{16{,}5} = \frac{145}{165} = \frac{29}{33}$$

Ответ: $\eta = \frac{29}{33}$

3|



$V_1 \cdot P_1 = \nu R T_1$ – Закон Менделеева Клапейрона

1| 1-2 – изохора ($V = const$) $T_2 = 8T_1$

$V_2 = V_1$

$P_2 = \frac{\nu R 8 T_1}{V_1}$

$8P_1 = P_2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2) $\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_н} = 1 - \frac{C_{31}\cdot 3T_1 + C_{23}\cdot 4T_1}{C_{12}\cdot 7T_1} =$

$= 1 - \frac{\frac{C_{31}}{R} R\nu\, 3T_1 + \frac{C_{23}}{R} R\nu\, 4T_1}{\frac{C_{12}}{R} R\nu \cdot 7T_1} =$

$= 1 - \frac{2\cdot 3 + 0{,}5\cdot 4}{1{,}5\cdot 7} = 1 - \frac{6+2}{10{,}5} = \frac{10{,}5-8}{10{,}5} =$

$= \frac{2{,}5}{10{,}5} = \frac{25}{105} = \frac{5}{21}$

Ответ: $\eta = \frac{5}{21}$

3) 23 – изобарное сжатие.

$T_3 = 4T_1$

$P_2 = P_3$

$8p_1 \cdot V_1 = 8T_1\nu R$

$8p_1 \cdot V_3 \; 4T_1\nu R$

$\frac{V_3}{V_3} = \frac{V_1}{2}$

31: $\frac{\Delta A}{\Delta T} = -\frac{1}{2}\nu R = const$

$\Delta p V + p\Delta V = -\frac{1}{2}\nu R \Delta T$

~~прямая~~ будем находить касательные в точках для того, чтобы построить график 31.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$-\frac{1}{2}\nu R\Delta T = \Delta A$

~~$p_1\Delta V + V\Delta p = -\frac{1}{2}((p+\Delta p)(V+\Delta V) - pV) =$~~

~~$= -\frac{1}{2}(p\Delta V + \Delta p V)$~~

Пусть $p_x = 6p_1$

$\nu RT = pV$

~~$8p_1 \cdot 0{,}5V_1 = \nu R 4T_1$~~

при $7p_i$

$\Delta A = p_i\Delta V = -\frac{1}{2}(p_i\Delta V + V_i\Delta p)$ – для процесса 71

$\frac{3}{2}p_i\Delta V = -\frac{1}{2}V_i\Delta p$

~~$\Delta V = \frac{-V_i}{3p_i}$~~

$\Delta p = \underbrace{\frac{-3p_i}{V_i}}_{=k}\cdot\Delta V$

Пусть $k_1 = \frac{-3\cdot 8p_1}{0{,}5V_1} = -48\frac{p_1}{V_1}$

тогда будем брать Δp с шагом p_1

$\Delta V_1 = \frac{+1}{48}V_1 \approx 0{,}02$

$k_2 = \frac{-3\cdot 7p_1}{(0{,}5+\frac{1}{48})V_1} = \frac{-21p_1}{0{,}52V_1} \approx -42\frac{p_1}{V_1}$

$\Delta V_2 = \frac{+1}{42}V_1 \approx 0{,}025$

$k_3 = \frac{-3\cdot 6p_1}{(0{,}5+0{,}045)V_1} = \frac{-18p_1}{0{,}55V_1} = \frac{-35p_1}{V_1}$

$\Delta V_3 = \frac{1}{35}V_1 = 0{,}03V_1$

$k_4 = \frac{-3\cdot 5p_1}{0{,}55+0{,}03} = \frac{-15}{0{,}58}\frac{p_1}{V_1} = \frac{-25p_1}{V_1}$

$\Delta V_4 = \frac{1}{25} = 0{,}04$

$k_5 = \frac{-3\cdot 4p_1}{(0{,}58+0{,}04)V_1} = \frac{-12p_1}{0{,}62V_1} = \frac{-20p_1}{V_1} \Rightarrow \Delta V_5 = 0{,}05$

$k_6 = \frac{-3\cdot 3p_1}{0{,}67V_1} = \frac{-9p_1}{0{,}67V_1} = \frac{-14p_1}{V_1}$

$\Delta V_6 = 0{,}065$

$k_7 = \frac{-3\cdot 2p_1}{0{,}75V_1} = \frac{-6p_1}{0{,}75V_1} = \frac{-12p_1}{V_1}$

$\Delta V_7 = 0{,}08$

Благодаря Исаакиниана построим исходный график.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

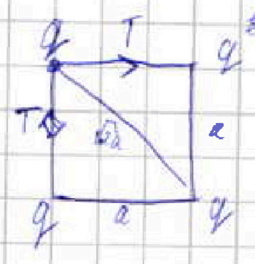
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

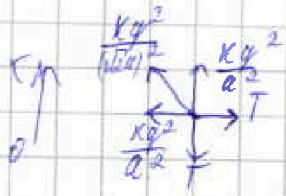
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$F=\frac{Kq_1q_2}{r^2}$ из симметрии, т.к. силы натяжения всех нитей одинаковы и расстояния до других шариков тоже.

И все заряды шариков одинаковы, при условии, что их масс равны.





Суммарное $F_{пр}=0$

$$T=\frac{kq^2}{a^2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{kq^2}{2a^2}$$

$$T=\frac{kq^2}{a^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)=$$

$$=\frac{kq^2}{a^2}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$q=\sqrt{\frac{4Ta^2}{K(4+\sqrt{2})}}=$$

1) $$|q|=2a\sqrt{\frac{T}{(4+\sqrt{2})k}}$$

2) Воспользуемся ЗСЭ:

для шарика расположенного сверху

$$E_k=\frac{kq^2}{r};\quad r=a$$

$$E_{k_1}=\frac{kq^2}{r}\cdot 2+\frac{kq^2}{\sqrt{2}r}$$

$$E_{k_2}=\frac{kq^2}{r}+\frac{kq^2}{2r}+\frac{kq^2}{3r}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$E_{n1} = E_{n2} + E_{u2}$$

$$\frac{kq_1^2}{a} \cancel{\frac{kq_1^2}{2a}} + \frac{kq_1^2}{\sqrt{2}a} = \frac{kq_1^2}{a} + \frac{kq_1^2}{2a} + \frac{kq_1^2}{3a} + K$$

$$\cancel{K = \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) =}$$

$$\cancel{= \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\right) =}$$

$$\cancel{= \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{6 - 5\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\right)}$$

$$K = \frac{kq_1^2}{a}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{6\sqrt{2} + 6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6}{6\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{kq_1^2}{a}\left(\frac{\sqrt{2} + 6}{6\sqrt{2}}\right)$$

$$q_1^2 = \frac{4Ta^2}{(4+\sqrt{2})k}$$

Ответ:

для верного заряда:

$$K = \frac{\cancel{k} \cdot 4Ta^{\cancel{2}}}{\cancel{a}(4+\sqrt{2})\cancel{k}}\left(\frac{\sqrt{2}+6}{6\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{Ta(\sqrt{2}+6) \cdot 2}{(4+\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{2}}$$

1) т.к. $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{4Ta^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{(4+\sqrt{2})}} = 4a\sqrt{\frac{T\pi\varepsilon_0}{4+\sqrt{2}}}$

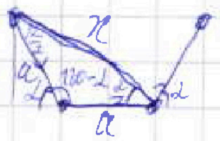
Ответ:

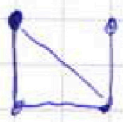
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Заметим, что из симметрии сил в каждый момент времени, центр масс шариков (осевым) будет находиться на вертикали, и в момент, когда шарики будут на 1 прямой: линия из шариков будет перпендикулярна оси (вертикали)





Заметим, что нити лёгкие и нерастяжимые.

балки

$\Downarrow$

Общая сместится вниз на половину расстояния.

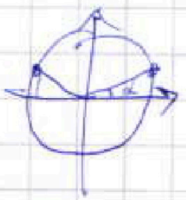
По Т.cos:

$x^2 = 2a^2 - 2a^2\cos(180-\alpha)$

$\cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$

$\Downarrow$

$x^2 = 2a^2(1+\cos\alpha)$



$F_{общ} = 2\left(\frac{Kq^2}{a^2}\cdot\sin\alpha + \frac{Kq^2}{2a^2(1+\cos\alpha)}\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\right)$ (2 шарика)

$F_{общ} = 2\left(\frac{Kq^2}{\ }\right.$

3) Заметим, что при вращении у системы есть мгновенный центр вращения: Найдём но

$\frac{mv_1^2}{2} = K_{верхн. шарика} = \frac{Ta(\sqrt{2}+6)\cdot 2}{(4+\sqrt{2})\cdot 3\sqrt{2}}$

$\frac{mv_2^2}{2}$ $K_{ниж. шарика} = \frac{Kq_1^2}{a}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+1-1-1-\frac{1}{2}\right) = \frac{4Ta^2}{(4+\sqrt{2})Ka}\cdot\frac{K}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{4Ta}{(4+\sqrt{2})}\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) = \frac{2aT(\sqrt{2}-1)}{(4+\sqrt{2})}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$v_1^2 = \omega^2 R^2$$

$$v_2^2 = \omega^2 (R-a)^2$$

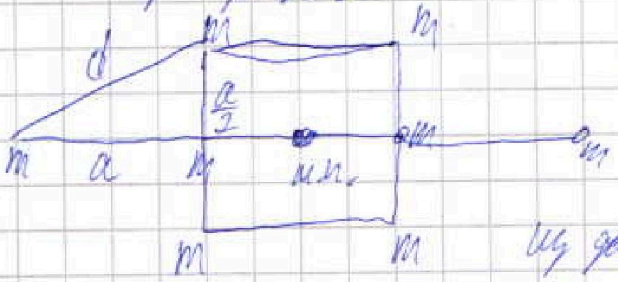
$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{R^2}{(R-a)^2} = \frac{\frac{(\sqrt{2}+6)\cdot 2}{(4+\sqrt{2})3\sqrt{2}}}{\frac{2(\sqrt{2}-1)}{(4+\sqrt{2})}} = \frac{(\sqrt{2}+6)}{3\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$$

$$R^2(6-3\sqrt{2}) = (R^2-2aR+a^2)(\sqrt{2}+6)$$

$$6R^2-3\sqrt{2}R^2 = \sqrt{2}R^2+6R^2-2\sqrt{2}aR+\sqrt{2}a^2-12aR+6a^2$$

$$4\sqrt{2}R^2-2\sqrt{2}aR+\sqrt{2}a^2-12aR+6a^2=0$$

Заметим, что внешних сил в системе нет. ⇒ центр масс системы не изменяется:



изначально ц.м. был в центре и в конце

из данного рисунка можно найти d

d из прям. треугольника

$$d^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{5}{4}a^2$$

Ответ: $d = \frac{\sqrt{5}}{2}a$