



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h! + (h+1)! + (h+2)! = h! (1 + (h+1) + (h+1)(h+2)) = \\ = h! (2 + h + h^2 + 3h + 2) = h! (h+2)^2$$

$h! : 19$ только при $h \geq 19$
т.к. 19 простое

$(h+2)^2 : 19$ только при $h+2 : 19 \Rightarrow$
 $\Rightarrow h \equiv 17$
 19

$$361 = 19^2$$

$h \equiv 17$ ~~или~~ минимальное $h = 17$
 19

при $h = 17$

$17! : 19^2 : 361$ т.к. содержит 361,
при $h < 17$ невозможно, поэтому
 $h = 17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 &= \sum_{k=1}^{n+4} k^2 - \sum_{l=1}^{n-1} l^2 = \\
 &= \frac{(n+4)(n+5)(2n+9)}{6} - \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} = \\
 &= \frac{(n^2+9n+20)(2n+9) - (n^2-n)(2n-1)}{6} = \\
 &= \frac{2n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - (2n^3 - 2n^2 + n - n^2)}{6} = \\
 &= \frac{24n^2 + 120n + 180}{6} = 4n^2 + 20n + 30
 \end{aligned}$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

Левая часть точно делится на 5
значит $N^3 : 5 \Rightarrow N : 5$ проверяем $N \geq 10$

$$5n^2 + 20n + 20 = 1000 \Rightarrow 5n^2 + 20n - 980 = 0 \Rightarrow$$

$$n^2 + 4n - 196 = 0$$

$$D = 16 + (0 - 4) \cdot 4 = 800$$

$\sqrt{800} \notin \mathbb{Z}$ не возводим.
проверим $N = 15$
~~не подходит.~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5h^2 + 20h + 20 = 5(h^2 + 4h + 4) = 5(h+2)^2 \Rightarrow$$

~~N³ = 2421~~ N³ - квадрат числа (умножения на 5, т.е. интересно, что 5 в N³ - четная

$$N^3 = 5 \cdot x^2 \Rightarrow N = 5 \cdot y^2$$

$$y^6 \cdot 25 = x^2 \Rightarrow x = 5 \cdot y^3$$

N=20 подходит под это условие, а 10 и 15 - нет. Проверим N=20 (10=2·5, 2 не квадрат, 15=5·3, 3 не квадрат, 20=5·4, 4-квадрат)

$$5(h+2)^2 = 20 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (h+2)^2 = 4 \cdot 20 \cdot 20 = 40^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h+2 = 40 \Rightarrow h = 38$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☒ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x(x+3)}$ не определено на $(-1, 3)$ потому что $x \in [3, 5]$ по условию
при $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq \sqrt{x^2 - 2x + 1} + 2x - 1 =$$

$$[x-1] \text{ при } x \leq -1 \text{ равен } 1-x$$

$$= 1 - x + 2x + 1 = x + 2 \text{ больше нуля}$$

только при $-2 \leq x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$\text{при } x \geq 0,5 \quad 1 - 2x \leq 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ если определено}$$

$$\text{или же } x < 0,5 \Rightarrow 1 - 2x > 0 \Rightarrow$$

$$x \notin (-1; 3)$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 2x \Rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow$$

$$x \notin [-2; 2], \text{ значит } x \leq -1 \text{ не}$$

по условию, а $x = 2$ не подходит

$$\sqrt{1+9+1} - 4 + 1 = -2 < 0 \Rightarrow$$

при по условию только диапазон

$$x \in [3, 5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$ м.к. корни~~
~~равны нулю и больше 0~~

$$\text{если } 2x-1 > 6 \Rightarrow$$

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| > |\sqrt{x^2-2x-3} + 6|, \text{ м.к.}$$

тогда оба члена могут быть
 и ~~то~~ можно просто убрать модули и
 получим $2x-1 > 6$, а $|7-2x| \geq 0$, поэтому

$$x \geq 3,5 \text{ не подходит} \Rightarrow x \leq 3,5$$

$$x \leq 3,5 \Rightarrow -2x \geq -7 \Rightarrow 7-2x \geq 0 \Rightarrow$$

$$(7-2x) = 7-2x$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 - 7 + 2x \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1|$$

~~и~~ $\sqrt{x^2-2x-3} - 1 + 2x$ получится
 потому, что $a \geq |a|$, поэтому
 $a \geq 0$,

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \geq 3x^2-2x+4$$

$$D = 4 - 48 = -44, \text{ корней нет, поэтому}$$

$$1-2x \leq 0 \Rightarrow$$

$$x^2-2x-3 \leq 1-4x+4x^2 \Rightarrow 0 \leq 3x^2-2x+4$$

~~$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

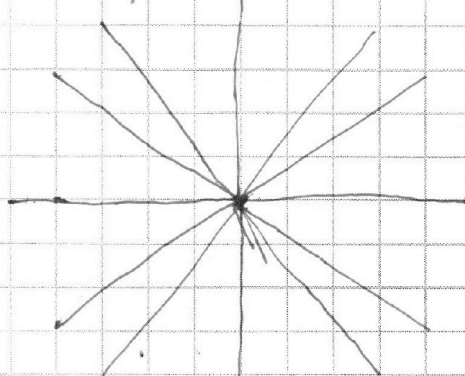


СТРАНИЦА

14 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

для расширения задачи



12 вариантов как
написать ступень
функции y

разовед графика на
картинках Ox и
вертикальные Oy

при $(x < 4 \text{ и } y < 4)$ или

$(x > 4 \text{ и } y > 4)$ или $(x > 4 \text{ и } y < 4)$

или $(x < 4 \text{ и } y > 4)$ то это
"уны" можно провести только по

3 варианта.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$[k:19] \Rightarrow k = (k+9) \Rightarrow (k+9)^2 = k^2 + 90k + 81 = 2^x \cdot 19 \Rightarrow k^2 + 90k = 2^x \cdot 19$$

$$[k+90:19] \Rightarrow k+90 \equiv 19 \pmod{19}$$

$$1) k:19 \Rightarrow k = 19m$$

$$k^2 + 90k = 2^x \cdot 19$$

$$19^2 \cdot m^2 + 90 \cdot 19m = 2^x \cdot 19 \Rightarrow$$

$$2^x = 19m^2 + 90m$$

$$m = 2^y m$$

$$\sqrt{2}(19m^2) = \sqrt{2}(90m)$$

$$\begin{cases} m:2 \\ m:4 \end{cases}$$

$$x \leq 2 \Rightarrow 2^x \leq 4, \text{ а } 19m^2 + 90 \text{ не может быть}$$

$$2) k+90:19$$

$$k+90 = 19 \cdot 2^p$$

$$k = 2^q$$

$$p > 1 \text{ т.к. } k+90 > 90, \text{ а } 90/19 \neq 2^p \Rightarrow 2^p > 4$$

$$k+90 \equiv k \pmod{19} \Rightarrow 90 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 90 \leq 19 \Rightarrow k \leq 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k+90 \leq 92 \pmod{19} \text{ и } 90 \pmod{19}$$

найдем корни уравнения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6|x| - \text{min} \text{ при } 3$$

$$x^2 - 6|x| - \text{max} \text{ при } -|a|$$

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$a \pm 1 = 8$$

$$\text{при } a > 0$$

$$a^2 + 6aa = a^2 + 7a = 8$$

$$\text{при } a = 7; -8, \text{ но } -8 \text{ не подходит}$$

$$\text{при } a \leq 0$$

$$a^2 - 6a + a = 8 = a^2 - 5a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0, \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$$

у а два корня

$$a = 7 \text{ и } a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

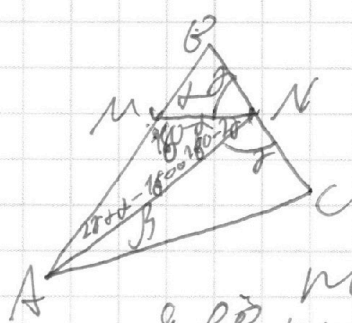


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle MAN = \beta$, $\angle BMN = \alpha$
 $80^\circ = \alpha$
 дано: $\triangle ABC$ — многоугольник
 использована теорема
 синусов и теорема
 Паскаля
 и ее применение

$\triangle ACN$

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AN}{\sin(180 - \beta - \alpha)} = \frac{AN}{\sin(\beta + \alpha)}$$

$\triangle AMN$

$$\frac{AN}{\sin(180 - \alpha - \beta)} = \frac{AM}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{AM}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{\sin \alpha} = \frac{AM}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \Rightarrow AN = \frac{AM \cdot \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$\triangle BMN$

$$\frac{BN}{\sin \alpha} = \frac{BM}{\sin \alpha} \Rightarrow BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AM \cdot \sin \alpha}{\sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$= \frac{BM \cdot NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \cos \alpha}{\sin \beta} = 2 \cdot BM \cdot NC \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{\sin(\beta + \gamma) \cdot \cos \gamma}{\sin \beta} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sin(\beta + \gamma) \cdot \cos \gamma =$$

$$= (\sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \beta) \cos \gamma =$$

$$= \sin \beta \cdot \cos^2 \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta =$$

$$\Rightarrow \sin \beta (1 - \cos^2 \gamma) = \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta =$$

$$= \sin \beta \cdot \sin^2 \gamma \Rightarrow \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \beta \cdot \sin \gamma \Rightarrow$$

(можно сократить, так как $\sin \gamma > 0$)

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \operatorname{ctg} \gamma$$

$$\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

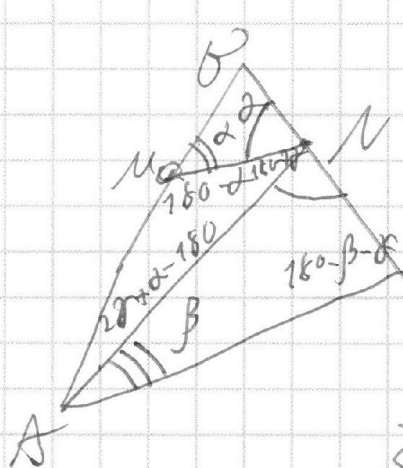
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BN \cdot MA = 2 \cdot NC \cdot \frac{AO \cdot MN}{AN}$$
$$AC = \frac{AO \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AO \cdot \sin \alpha}{\sin \beta \cdot \sin 80} \Rightarrow AN = AO \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin 80}$$

$$BM = \frac{MN \cdot \sin 80}{\sin \alpha}$$



$$\frac{AM}{\sin(180 - 2\alpha)} = \frac{AN}{\sin \alpha}$$

$$\frac{BN}{\sin \alpha} = \frac{BM}{\sin 80}$$

$$\frac{BN}{\sin(2\alpha + \alpha - 180)} = \frac{AN}{\sin(180 - \alpha - 2\alpha)} =$$

$$= \frac{AN}{\sin(\alpha + 2\alpha)} = \frac{BN}{\sin(2\alpha + 2\alpha)}$$

$$\frac{AN}{\sin(\beta + \alpha)} = \frac{NC}{\sin \beta}$$

$$\frac{AM}{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)} = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$
$$AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~итого 25 ч 45~~
 $k(k+90) = 19 \cdot 2^x$

~~19 = k + 90~~

1	2
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	13
7	7
8	14
9	9
	-1

18 1

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq$$

$$\geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x \neq 4 \quad x_1 = p$$

$$x < 4 \Rightarrow x \leq 3$$

$$x \geq 3,5 \Rightarrow$$

$$x < 3,5 \Rightarrow |7 - 2x| \geq 0 \Rightarrow$$

$$7 - 2x = |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 - 7 + 2x \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma} \cdot \frac{NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \gamma}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$= \frac{BM \cdot NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \cos \gamma}{\sin \beta}$$

$$= BM \cdot NC \cdot 2$$

$$\frac{\sin(\beta + \gamma) \cos \gamma}{\sin \beta} = 1$$

$$\sin \beta \cdot \cos^2 \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \beta$$

$$\sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin^2 \gamma \cdot \sin \beta$$

$$\cos \gamma \cdot \cos \beta = \sin \gamma \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \beta = 1 \Rightarrow$$

$$\gamma + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$

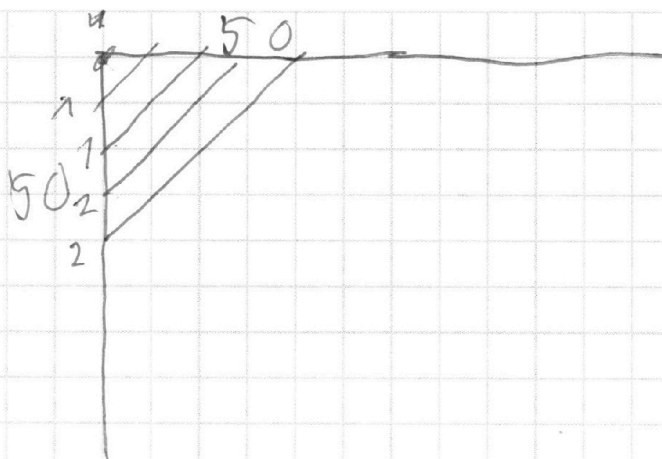


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

0	6
1	1
2	14
3	9
4	16
5	6
6	12
7	11
8	7
9	5
10	5
11	2
12	11
13	12
14	6
15	16
16	9
17	4
18	1

$$2025 = 45^2 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$y \equiv 11 \pmod{19}$$

~~невозможно~~

~~невозможно~~

$x < 0 \Rightarrow y$ не целое,
 $x = 0$

$$2025 + 19 = 2044 = 4 \cdot 511 =$$

$$511 \equiv 13^2 \pmod{19} \equiv 3^2 \pmod{19}$$

$$511 = 7 \cdot 73, \text{ число квадратов} \\ \Rightarrow x > 0 \Rightarrow y^2 : 2$$

$$(45 + k \cdot 9)^2 = 2025 + 19 \cdot 2^x$$

$$k^2 + 180k = 19 \cdot 2^x$$

k - четное

$$k(k+90)$$

$k \cdot 180$

$$\begin{bmatrix} k \cdot 180 \\ k \cdot 180 \end{bmatrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 19^2$$

$$h! (1 + h + h^2 + h^3) = h! (h^4)$$

$$h! (1 + h + (h+2)(h+1)) = h! (h^2 + 4h + 4) = h! (h+2)^2$$

17

$$h^2 + (h+1)^2 + (h+2)^2 + (h+3)^2 + (h+4)^2 = N^3$$

0	0	0	0
1	1	1	1
2	4	2	3
3	4	3	2
4	1	4	4

N:5

$$\sum_{k=1}^{h+1} k^2 = \frac{(h+4)(h+5)(2h+9)}{6}$$

$$\frac{h^2 + (h+1)^2 + (h+2)^2 + (h+3)^2 + (h+4)^2}{6} = \frac{(h+4)(h+5)(2h+9)}{6} - \frac{h(h+1)(2h+1)}{6}$$

$$\frac{(h^2 + 9h + 20)(2h + 9) - (h^2 + h)(2h + 1)}{6} =$$

$$= \frac{2h^3 + 18h^2 + 40h + 9h^2 + 81h + 180 - 2h^3 - 2h^2 - h^2 - h}{6}$$

$$= \frac{24h^2 + 120h + 180}{6} = 4h^2 + 20h + 30$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4h^2 + 20h - 970 = 0 \Rightarrow 2h^2 + 10h - 485 = 0$$

~~4h^2 + 20h - 970 = 0~~

$$4h^2 + 20h + 30 - 10 = 1000 \Rightarrow 245$$
$$\Rightarrow h^2 + 5h + 5 = 250 \Rightarrow h^2 + 5h - 195 = 0$$

$$25 + 980 = 805$$

$$4h^2 + 20h + 20 = 8000$$

$$h^2 + 5h + 5 = 2000 \Rightarrow h^2 + 5h - 1995 = 0$$

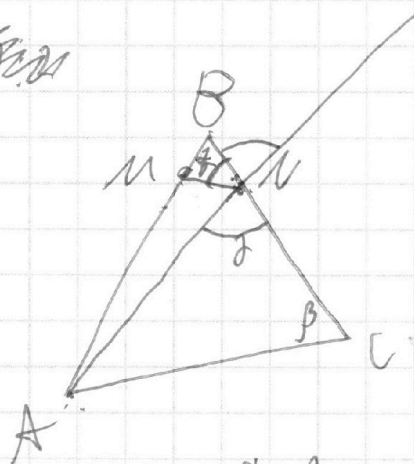
$$25 + 7980 = 8005$$

$$4h^2 + 20h + 20 = N^3$$

$$N: 2 \Rightarrow N^3: 24$$

$$\frac{MN}{\sin \alpha} = \frac{BM}{\sin 80}$$
$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin 80}$$
$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

$$BM \cdot AN = \frac{AB \cdot MN}{AN}$$



$$\frac{BM}{AC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{MN}{AN} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{MN}{AN}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

