



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h! + (h+1)! + (h+2)! = h! (1 + (h+1) + (h+1)(h+2)) = \\ = h! (1 + h + h^2 + 3h + 2) = h! (h+2)^2$$

$n!$: 19 мало при $n \geq 19$
m.k. 19 простое

$$(h+2)^2 : 19 \text{ мало при } n+2 : 19 \Rightarrow \\ \Rightarrow h \geq \frac{19}{19}^2$$

$$361 = 19^2$$

$n \geq 17$ это минимальное $n=17$

при $n=17$

$n! 17! \cdot 19^2 : 361$ m.k. содержит 361,
при $n < 17$ невозможно, потому
 $n=17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 = \sum_{k=1}^{n+4} k^2 - \sum_{l=1}^{n-1} l^2 =$$

$$\underline{(n+4)(n+5)(2n+9)} - \underline{n(n+1)(2n+1)} =$$

$$\underline{\underline{(n^2+9n+20)(2n+9) - (n^2+n)(2n+1)}} =$$

~~$$2n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - (2n^3 + 2n^2 + n^2 + n)$$~~

~~$$= \underline{24n^2 + 120n + 180} - \underline{4n^2 + 20n + 30}$$~~

~~$$= \underline{2n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - (2n^3 + 2n^2 + n^2)}$$~~

$$\underline{\underline{\frac{30n^2 + 120n + 180}{6}}} = 5n^2 + 20n + 30$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

На левое члене можно уменьшить на 5,
значит $N^3 : 5 \Rightarrow N : 5$ проверка $N=10$

~~$$5n^2 + 20n + 20 = 1000 \Rightarrow 5n^2 + 20n - 980 = 0 \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow n^2 + 4n - 196 = 0$$~~

~~$$D = 16 + (200-4) \cdot 4 = 800$$~~

~~$\sqrt{800} \neq \sqrt{16} \Rightarrow$ не подходит.~~
~~проверка $N=15$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$5n^2 + 20n + 20 = 5(n^2 + 4n + 4) = 5(n+2)^2 \Rightarrow$$

N^3 - квадрат числа умножить на 5, т.е. степень числа 5 в N^3 - нечетная

$$N^3 - 5 \cdot x^2 \Rightarrow N = 5 \cdot y^2$$

$$y^6 \cdot 25 = x^2 \Rightarrow x = 5 \cdot y^3$$

$N=20$ подходит под все эти условия, а 10 и 15 - нет. проверки $N=20$ ($10=2 \cdot 5$, 2 не квадрат, $15=5 \cdot 3$, 3 не квадрат, $20=5 \cdot 4$, 4 - квадрат)

$$5(n+2)^2 = 20^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n+2)^2 = 4 \cdot 20 \cdot 20 = 40^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+2 = 40 \Rightarrow n = 38$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{(x+3)(x+1)}$ не определена на $(x^2 - 1, 3)$, поэтому
при $x < -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq \sqrt{x^2 - 1}$$

$$[x-1] \text{ при } x \leq -1 \text{ равен } 1-x$$

$$= 1 - x + 2x + 1 = x + 2 \text{ (однако не)}$$

малко при $-2 \leq x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

при $x \geq 0,5$ $1 - 2x \leq 0 \Rightarrow$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ если определён}$$

если же $x < 0,5 \Rightarrow 1 - 2x > 0 \Rightarrow$
 $x \notin (-2; 3)$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 2x \Rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow$$

$x \notin [-2; 2]$, значит $x \leq -1$ не

найдутся, а $x \geq 2$ найдутся

$$\sqrt{4 + 4 + 1} - 4 + 1 = -2 < 0 \Rightarrow$$

таким образом малко решений

$$x \in [3, 3, 5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{(\lambda-3)(\lambda+4)} \geq \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 6 > 0$ м.к. корень
равен нулю и $\sqrt{(\lambda-3)(\lambda+4)} > 0$

$$\text{таким } 2\lambda - 1 > 6 \Rightarrow$$

$$|\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 2\lambda - 1| > |\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 6|, \text{ м.к.}$$

и тогда одна из чисел a может быть
и это можно назвать условие и
найдем $2\lambda - 1 > 6$, а $(7-2\lambda) \geq 0$, поэтому
 $\lambda > 3,5$ не подходит $\Rightarrow \lambda \leq 3,5$

$$\lambda \leq 3,5 \Rightarrow -2\lambda \geq -7 \Rightarrow 2-2\lambda \geq 0 \Rightarrow$$

$$(7-2\lambda) = 7-2\lambda$$

$$\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 6 - 7 + 2\lambda \geq \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 2\lambda - 1$$

$\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} - 1 + 2\lambda$ является либо
константой, либо $a \geq |d|$, значит
 $a \geq 0$,

$$\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} + 2\lambda - 1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} \geq 1 - 2\lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda - 3 \geq 1 - 4\lambda + 4\lambda^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \geq 3\lambda^2 - 2\lambda + 4$$

$$D = 4 - 48 = -44, \text{ корней нет, значит}$$

$$1 - 2\lambda \leq 0 \Rightarrow$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 \leq 1 - 4\lambda + 4\lambda^2 \Rightarrow 0 \leq 3\lambda^2 - 2\lambda + 4$$

$$\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda - 3} \leq \sqrt{3\lambda^2 - 2\lambda + 4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

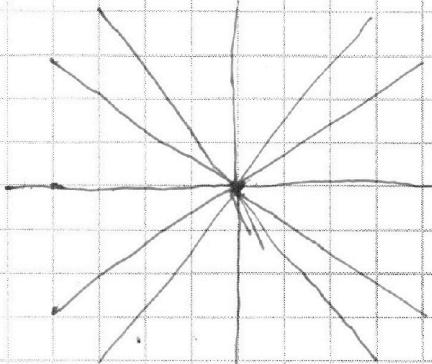


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
19 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число
расположенных узлов



12 вершин из которых
наибольший отрезок
(Условия)

назову пересечение из
вершинами Ок и
вертикальной оси Оу

при ($x < 7$ и $y < 7$) или
($x > 7$ и $y > 7$) или ($x > 7$ и $y < 7$)
или ($x < 7$ и $y > 7$) то это
"чёрт" можно провести только по
3 прямым углом,

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k : 19 \text{ масштаб } k_1 = k + 45 \Rightarrow (k + 45)^2 = k^2 + 90k + 45^2 = 245^2 \Rightarrow 245^2 - 19^2 \Rightarrow k^2 + 90k = 2^{12} \cdot 19$$

$$k + 90 : 19 \Rightarrow k + 14 \text{ дел. } 19$$

$$1) k : 19 \Rightarrow k = 19 \text{ m}$$

~~19 + 19~~

$$k^2 + 90k = 2^{12} \cdot 19$$

$$19^2 \cdot m^2 + 90 \cdot 19m = 2^{12} \cdot 19 \Rightarrow$$

$$2^{12} = 19m^2 + 90m$$

$m = \sqrt{m}$

$$\sqrt{19m^2} = \sqrt{90m}$$

$$\begin{cases} m : 2 \\ m : 4 \end{cases}$$

$\underline{k \leq 2 \Rightarrow 2^x \leq 4}$, а $19m^2 + 90$ можно делить

$$2) k + 90 : 19$$

$$k + 90 = 19 \cdot 2$$

$$k = 2$$

$$p > 1 \text{ m.k. } k + 90 > 90,$$

$$a \frac{90}{19} > 4 \Rightarrow 2^p > 4$$

$$k + 90 \geq k \Rightarrow \text{дел. } q \leq 1 \Rightarrow k \leq 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k + 90 \leq q \leq 19 \text{ и } 90 \leq 19$$

находим корней 13 это единственный корень.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2 \quad \text{около} \quad x=20$$

$$x^2 - 6x - \min \quad \text{при } 3$$

$$x^2 - 6x - \text{меньши при } -|a| \text{ т.к.}$$

$$d^2 + 6|a| + a \quad \text{вершина и ymin}$$

$$a^2 + 6|a| + a \quad \text{меньши от}$$

$$a^2 + 6|a| + a \quad \text{меньши}$$

$$\text{при } a > 0 \quad a \in [-1|a|, |a|]$$

$$a^2 + 6|a|a = a^2 + 7a = 8$$

$$\text{при } a = 7; -8, \text{ но } -8 \text{ не подходит}$$

$$\text{при } a < 0$$

$$a^2 - 6a + a = 8 = a^2 - 5a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow a$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}, \quad \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

< 0

> 0

уравнение

$$a = 7 \text{ и } a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

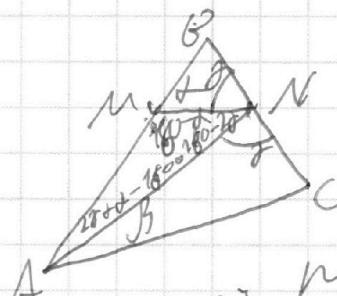


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle NAC = \beta, \angle BMN = \gamma$$

даде дејств многократно испољувана теорема синуса исташај дејств

нисам тајако врежај треугаљник и је примени

ΔACN

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AN}{\sin(\beta + \gamma - 180)} = \frac{AN}{\sin(\beta + \gamma)}$$

ΔAMN

$$\frac{MN}{\sin(\beta + \gamma - 180)} = \frac{AN}{\sin(180 - \gamma)} = \frac{AM}{\sin(180 - \gamma)} =$$

$$= \frac{AN}{\sin \gamma} = \frac{AM}{2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma} \Rightarrow AN = \frac{AM \cdot \sin \gamma}{2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma}$$

ΔBMN

$$\frac{BM}{\sin \gamma} = \frac{BN}{\sin \gamma} \Rightarrow BN = \frac{BM \cdot \sin \gamma}{\sin \gamma}$$

$$\frac{NC}{\sin \beta} = \frac{AM \cdot \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma} \Rightarrow$$

$$NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma$$

$$\Rightarrow AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}$$

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \gamma \cdot NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{\sin \beta \cdot \sin \gamma} =$$

$$= \frac{BM \cdot NC \cdot \sin(\beta + \gamma) \cdot 2 \cos \gamma}{\sin \beta} = 2 BM \cdot NC \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{\sin(\beta+\gamma) \cdot \cos\gamma}{\sin\beta} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \sin(\beta+\gamma) \cdot \cos\gamma =$$

$$= (\sin\beta \cdot \cos\gamma + \sin\gamma \cdot \cos\beta) \cos\gamma =$$

$$= \sin\beta \cdot \cos^2\gamma + \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot \cos\beta =$$

$$\Rightarrow \sin\beta(1 - \cos^2\gamma) = \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot \cos\beta =$$

$$\Rightarrow \sin\beta \cdot \sin^2\gamma = \cos\gamma \cdot \cos\beta = \sin\beta \cdot \sin\gamma \Rightarrow$$

(Можно упростить, ведь $\sin\gamma > 0$)

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\gamma$$

$$\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~10x12~~

$G(n)$ — количество решений конурол лотто
получить из ногки в квадрате $n \times n$ из
всех тех, которые вершикой на право
квадрата $G(n)$ — количество ногок на задней

Числопанчи делит ноги на 2

~~2 - 1~~

~~3 - 1~~

~~4 - 2~~

$$P(n) = \sum_{i=1}^n G(i) = \cancel{\frac{n(n+1)}{2}} - \cancel{\frac{1}{4} + (-1)^n \frac{1}{4}}$$

$$\frac{n(n+1)-2}{4} - \cancel{\frac{1}{4} + (-1)^n \frac{1}{4}} = \cancel{\frac{n^2+n-2-n-1}{4}} + \cancel{\frac{1}{4} + (-1)^n \frac{1}{4}} =$$

$$19 \cdot 2^k + 2025 = y^2$$

$$\cancel{y^2 - 19^2 = y^2 - 361}$$

$$y^2 - 19^2 = y^2 - 361$$

$$y^2 = 7^2 + 12^2$$

$$19 \cdot 2^k + 45^2 = (45+k)^2 = 45^2 + 90k + k^2$$

$$19 \cdot 2^k = 90k + k^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$BN \cdot MA = 2 \cdot NC \cdot \frac{AO \cdot MN}{AN}$$

$$AC = \frac{AO \cdot \sin \angle}{\sin \beta}$$

$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AO \cdot \sin \angle}{\sin \beta \cdot \sin \alpha} \Rightarrow AN^2 AO \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$OM = \frac{MN \cdot \sin \alpha}{\sin \angle}$$

$$\frac{AM}{\sin(180-\alpha)} = \frac{AN}{\sin \alpha}$$

$$\frac{ON}{\sin \alpha} = \frac{OM}{\sin \beta}$$

$$\frac{ON}{\sin(2\alpha+\beta-180)} = \frac{AN}{\sin(180-\beta-\alpha)} =$$

$$= \frac{AN}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{BN}{\sin(2\alpha+\beta)}$$

$$\frac{AN}{\sin(\beta+\alpha)} = \frac{NC}{\sin \beta}$$

$$\frac{AM}{\sin 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)} = \frac{NC \cdot \sin(\beta+\alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$AM = \frac{NC \cdot \sin(\beta+\alpha) \cdot 2\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}$$

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K(K+90) = 19 \cdot 2^x$$

$$19 \cdot 2^x = K(K+90)$$

- | | |
|----|----|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |
| 5 | 6 |
| 7 | 8 |
| 9 | 10 |
| 11 | 12 |
| 13 | 14 |
| 15 | 16 |
| 17 | 18 |
| 19 | 20 |
| -1 | |

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 6 \geq |x^2 - 2x - 1| + |x - 2x|$$

$$x > 1 \quad x > 0$$

$$x < y \Rightarrow x \leq 3$$

$$x \geq 3, 5 \quad x =$$

$$x < 3, 5 \Rightarrow |x - 2x| \geq 0 \Rightarrow$$

$$2 - 2x = |x - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 6 - 2 + 2x \geq |\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq 0$$

L

L



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$AM \cdot BN = \frac{BM \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \sin(\alpha) \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha},$$

$$= \frac{BM \cdot NC \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot 2 \cos \alpha}{\sin \beta} =$$

$$= BM \cdot NC \cdot 2$$

$$\frac{\sin(\beta + \alpha) \cos \alpha}{\sin \beta} = 1$$

$$\sin \beta \cdot \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin^2 \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = 1 \Rightarrow$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 10^\circ$$

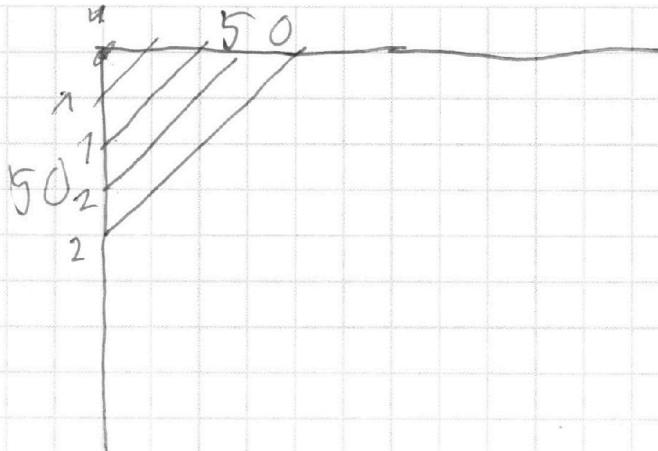


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324

$$2025 = 45^2 = 11$$

$$y = 11$$

64 \leq 1196

$x > 0$

$x < 0 \Rightarrow y$ не целое,

$x = 0$

$$2025 + 19 = 2044 = 4 \cdot 511 =$$

$$511 = 13 \frac{1}{4} = 3 \frac{1}{4} 6$$

$$19 = 19$$

$511 = 7 \cdot 73$ Число квадрат =
 $\Rightarrow 7 \cdot 70 \Rightarrow y^2 : 2$

$$(45 + k)^2 = 2025 + 19 \cdot 2^x$$

$$k^2 + 90k = 19 \cdot 2^x$$

$k -$ чётн.

$$k(k+90) \quad \begin{cases} k=19 \\ k=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} k=19 \\ k=-5 \end{cases} \quad 19$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 19^2$$

$$n! \left(1 + n + (n+1)(n+2) \right) = n! (n+1)^2$$

$$n! \left(1 + n + (n+1)(n+2)(n+3) \right) = n! (n^2 + 4n + 4) = \\ = n! (n+2)^2$$

17

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 = N^3$$

0	9	0	0
1	4	1	1
2	9	2	3
3	1	3	2
4	6	4	4

$N:5$

$$\sum_{k=1}^{n+4} k^2 = (n+4)(n+5)(2n+9)$$

$$\frac{n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2}{6} = \frac{(n+4)(n+5)(2n+9)}{6}$$

$$\frac{(n^2 + 9n + 20)(2n+9)}{6} - \frac{(n^2 + n)(2n+1)}{6} =$$

$$= \frac{2n^3 + 18n^2 + 40n + 9n^2 + 81n + 180 - 2n^3 - 2n^2 - n}{6} =$$

$$= \frac{24n^2 + 120n + 180}{6} = 4n^2 + 20n + 30$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$4n^2 + 20n - 920 = 0 \Rightarrow 2n^2 + 10n - 460 = 0$$

~~решение~~

$$4n^2 + 20n + 30 - 10 = 1000 \Rightarrow 2n^2 + 10n + 10 = 1000$$

$$\Rightarrow n^2 + 5n + 5 = 250 \Rightarrow n^2 + 5n - 245 = 0$$

$$25 + 7980 = 8005$$

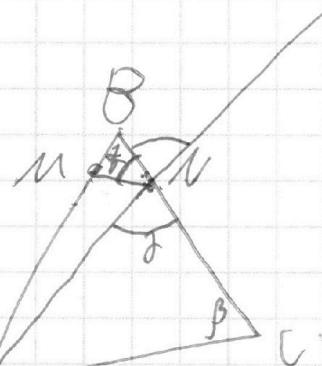
$$4n^2 + 20n + 20 = 8000$$

$$n^2 + 5n + 5 = 2000 \Rightarrow n^2 + 5n + 5 = 2000$$

$$25 + 7980 = 8005$$

$$4n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$N: 2 \Rightarrow N^3: 2$$



$$\frac{MN}{\sin \alpha} = \frac{AN}{\sin 80^\circ}$$

$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin 80^\circ}$$

$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{BM}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \gamma}$$

$$\frac{BM}{AC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{MN}{AN} \Rightarrow$$

$$\frac{BM}{AC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{MN}{AN}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(4,5)

9,5

10,1

16,1