



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- ✓ 1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- ✓ 2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- ✓ 3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- ✓ 6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- ✓ 7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 1. \quad & n! + (n+1)! + (n+2)! = \\
 & = n! (1+n+1+(n+1)(n+2)) = \\
 & = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 : 361 \\
 & 361 = 19^2
 \end{aligned}$$

Далее получим 3 случая и из них выберем наименьшее n

1) $n! : 19^2$ т.к. 19 - простое число, которое может встречаться как множитель в числах 19 и 38 наименьшим

$$n_{\min_1} = 38$$

2) $n! : 19$
и $n+2 : 19$

фактически, эти два случая совпадают,

3) $(n+2)^2 : 19^2$

когда это расщепляется.

$$(n+2)_{\min} = 19 \quad n = 17$$

$n_{\min_{2,3}}$

$17 < 38$

Ответ: $n_{\min} = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Затишеми последовательность
натуральних числа квадрів:

$$n \ n+1 \ n+2 \ n+3 \ n+4$$

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = \\ = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 \\ + n^2 + 8n + 16 - 10 = 5n^2 + 20n + 20 = N^3 \end{aligned}$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

чотирий квадрат
квадрату
квадрату
квадрату
квадрату
квадрату

$$5(n+2)^2 = N_{\min}^3$$

$$(n+2)_{\min} = 5$$

$$N_{\min}^3 = 5^3 \quad N_{\min} = 5$$

Одбив: $N_{\min} = 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \quad |2x^2 - 2x - 3| + 6 \geq |2x^2 - 2x - 3 + 2x - 1| + |3 - 2x|$$

OD3:

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 > 0 \text{ всегда}$$

≥ 0

Далее осталось зная это выделение

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq -1 - 2x \quad \begin{array}{l} \text{при } -1 - 2x \leq 0 \\ \text{исполнение} \\ \text{всегда} \end{array}$$

значи рассмотрим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq -1 - 2x \\ -1 - 2x \geq 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 4x^2 - 4x + 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \\ \Delta < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 - 2x \geq 0 \\ x < \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а теперь будем раскладывать
модули при разных x

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \quad (1)$$

$y = 2x \quad (2)$ где это пределы
и знаки при
разных x

$$\begin{array}{c} (1) \quad - \quad + \quad + \\ \hline (2) \quad + \frac{1}{2} \quad + \frac{3}{2} \quad - \quad + \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \\ \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ 14 \geq 4x \\ \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \end{array} \right.$$

$$6 \geq 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{1}{2} \\ 2\sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \\ x < \frac{1}{2} \\ 2\sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x < \frac{1}{2} \\ 2x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 4 \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 - \emptyset \text{ DKO} \\ x < \frac{1}{2} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

А теперь вспомнила про DKO.

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \\ x \in [\frac{1}{2}; 3] \end{cases}$$

Ответ: $x \in [\frac{1}{2}; 3]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а теперь переносимся
с кое-Все варящий иска-
зывали:

$$\begin{aligned} & 41 \cdot 42 \cdot 4 + 46 \cdot 42 \cdot 4 + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\ & = 2 \cdot (42)(46 \cdot 2 + 44) + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 41 \cdot 43 \cdot 4 = \\ & = 84 \cdot 136 + 2025 + 2(45-2)^2 + \\ & + (44-3)(44+3) \cdot 4 = \\ & = 11424 + 2025 + 3698 + 7208 = \\ & = 17144 + 7208 = 24855 \end{aligned}$$

Ответ: 24855

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

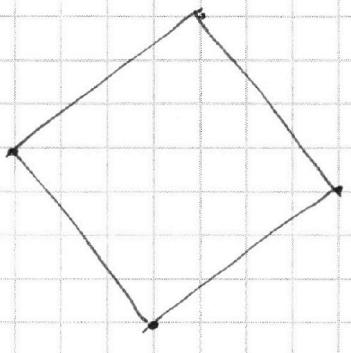


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

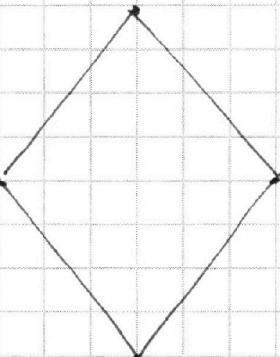
СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



5.



Фигуры можно сдвигать и поворачивать на 90° , поэтому некоторые имеют варианты, но нам даны лишь их копии

1) 4 варианта

4, 5) 2 варианта

3) 1 вариант

от поворота
нужные вспомогательные
т.к. в квадрате

а теперь рассмотрим сколько
каждой фигуры можно разместить
в квадрате 49×49 (вычитаем
всю эту сумму)

$$1) (49-9+1)(49-3+1) = 41 \cdot 47$$

$$2) (49-4+1)(49-8+1) = 46 \cdot 42$$

$$3) (49-5+1)^2 = 45^2$$

$$4) (49-7+1)^2 = 43^2$$

$$5) (49-8+1)^2 (49-6+1)^2 = 42 \cdot 44$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. рассмотрим две точки с расстоянием 5 и целочисленными координатами

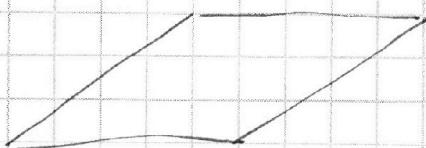
$$A(x_1, y_1) \quad (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$$

$$B(x_2, y_2)$$

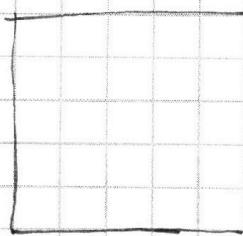
25-сущего квадрата, это могут быть 9 и 16 или 9 и 16, это наследует задачам видов сторон их есть 2, и их симметричные вершины на полосах

из таких сторон можно выделить 5 видов фигур, т.к. одна определяет все 2-ые стороны (их положение определяет друг друга)

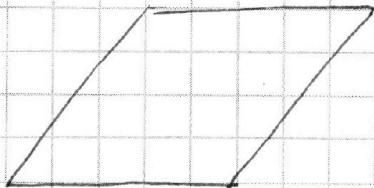
1.



3.



2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

мога представить
ся числа в виде 2^k и $2^n \cdot 19$
 $(y-45)$ и $y+45$

$$|2^k - 2^n \cdot 19| = 90$$

$$\begin{cases} 2^k - 2^n \cdot 19 = 90 \\ 2^k - 2^n \cdot 19 = -90 \end{cases}$$

пусть $k \geq n$

$$\begin{cases} 2^n (2^{k-n} - 19) = 90 \\ 2^n (2^{k-n} - 19) = -90 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = 1$$

$$n_{\min} = 1$$

$$2^{k-n} - 19 = 45$$

$$2^{k-n} - 19 = -45$$

$$k-n = 6$$

$$2^{k-n} = 34 \quad \text{или} \quad 64$$

$$2^{k-n} = 34 \quad k-n=2 \quad 26 \quad \text{или} \quad k=4$$

пусть $k < n$

$$\begin{cases} 2^k (1 - 2^{n-k} \cdot 19) = 90 \\ 2^k (1 - 2^{n-k} \cdot 19) = -90 \end{cases}$$

$$k = 1 = k_{\min}$$

$$1 - 2^{n-k} \cdot 19 = 45 \quad \text{или}$$

$$1 - 2^{n-k} \cdot 19 = -45 \quad \text{или}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n &= 2 \\ k &= 4 \end{aligned}$$

$$n+k=x$$

$$\begin{aligned} 2^2 \cdot 19 &\text{ и } 2^4 \\ 4^2 &\text{ и } 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

$$n+k=x=8$$

$$2 \cdot 19 \quad 2^4$$

$$3^2 \text{ и } 128$$

$$\begin{aligned} y &= 45 && \text{из осталось} \\ y &= 83 && \text{следует} \\ \text{Ответ: } x &= 8, y = 83 && \text{решение} \\ &&& \text{ко это} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$(y-45)(y+45)$ - y ~~написано~~
и знак ~~одинаковые~~

если $y-45$ чётно, то $2^x = 1$

$$19 = (y-45)(y+45) \quad x=0$$

значит $y-45$ - чётно $\Rightarrow y \in \mathbb{O}$

$y-45$ и $y+45$ между собой
разница в 90, значит
числа одна из которых делится
на 4 (то есть степень вхождение
2-ки - 1), число делится на 4 если
 $90 : 4$

~~получим 1 в 1й строке~~

$$19 \cdot 2 \cdot 2 = (y-45)(y+45)$$

~~$\Rightarrow y \in \mathbb{O}$~~

~~значит одна делится на 4~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$$x^2 + y^2 = a^2$$

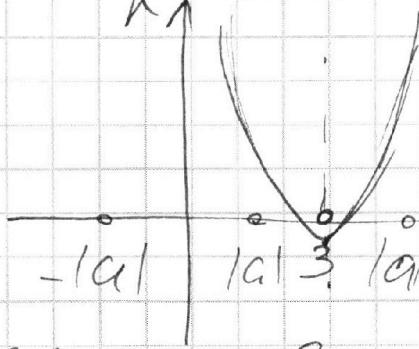
$$x^2 - 6x + a^2 = (x-3)^2 + a^2 - 9 = k$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

ограничивает значение

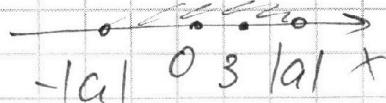
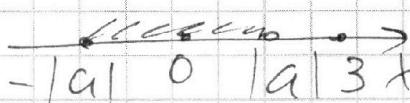
$$-|a| \leq x \leq |a|$$

$k \uparrow$



наибольшее значение выражение при x максимально удалено от $x=3$
при $x=0$ от $x=3$

рассмотрим 2 случая



в первом случае максимальное удаление точкой движется

$-|a|$

$$a^2 + 6|a| + a^2 = 8$$

$$a \leq 0$$

$$a > 0$$

$$a^2 + 6a + a^2 = 8$$

$$a^2 - 6a + a^2 = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \\ a > 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a \leq 0 \\ a > 0 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \\ a \leq 0 \\ a > 0 \\ a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

Ответ: $a \in \left\{ 1, \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right\}$



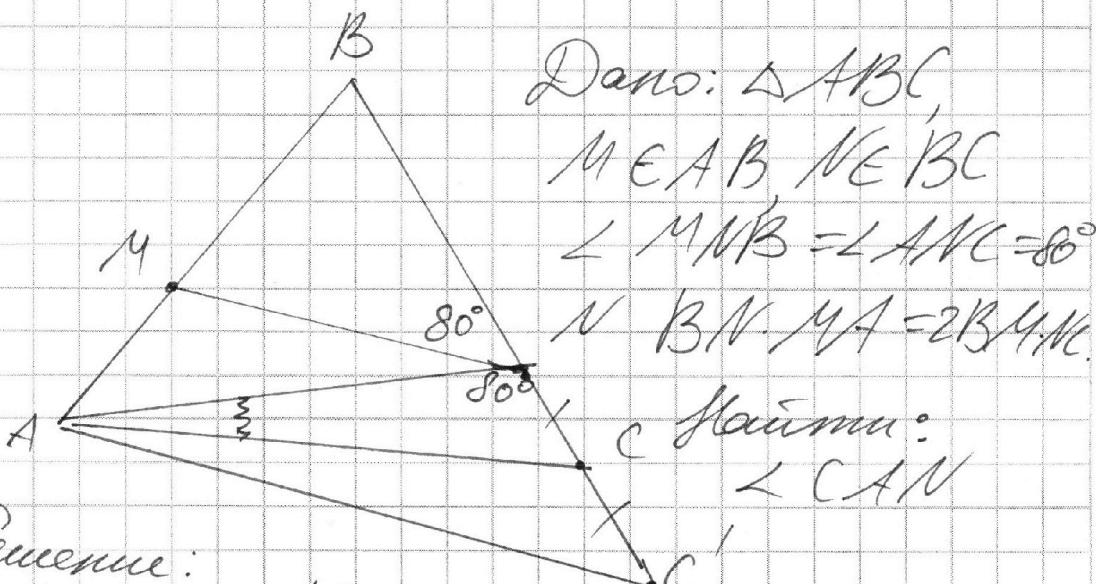
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.



Дано: $\triangle ABC$,

$M \in AB, N \in BC$

$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$N \angle BAN : \angle A = 2 \angle BAC$$

Найти:

$$\angle CAN$$

Решение:

$$\frac{BN}{BN} = \frac{2NC}{AM} \text{ предполагая } BC \text{ за } NC$$

$$C' \in BC \quad CC' = NC \quad NC' = 2NC$$

$$\text{тогда, исходя из равенства } \frac{BN}{BN} = \frac{NC'}{AM}$$

$$\text{по теореме } \Rightarrow MN \parallel AC'$$

$$\angle MNB = \angle AC'B = 80^\circ \text{ (п.к. } MN \parallel AC)$$

$$\triangle ANC' - \text{равнодедр, п.к. } \angle AC'B = \angle ANC = 80^\circ$$

AC -щадана в этом \triangle , а
недоказано в первом $\Rightarrow \angle ACN = 80^\circ$

$$\begin{aligned} \angle CAN &= 180^\circ - \angle ANC - \angle ACN = \\ &= 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

Ответ: $\angle CAN = 70^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(y - 45)(y + 45) = 19$$

$$-1 \text{ и } -19$$

$$1 \text{ и } 19$$

$$\begin{cases} y - 45 = -19 \\ y + 45 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y - 45 = 1 \\ y + 45 = 19 \end{cases}$$

$$y = 26$$

$y - 45$ и $y + 45$ ~~представляются~~
на 90 \Rightarrow у каждого всегда степень
входящая 2

если обея делются ^{1 или 2} на 2^2 , то
и входят тоже

если обея не делятся на
и входит 2^1

$$(y - 45)(y + 45) = 19 \cdot 2 \cdot 2$$

$$y + 45 = 38$$

$$y - 45 = 2$$

$$2^n - 2^k \cdot 19 = 90$$

$$2^n - 2^k \cdot 19 = -90$$

$$2^k(2^{n-k} - 19) = 90$$

$$2^{n-k} = 34$$

$$k_{\max} k_{\min} = k_{\max} = 2$$

$$2^{n-k} - 19 = 15$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

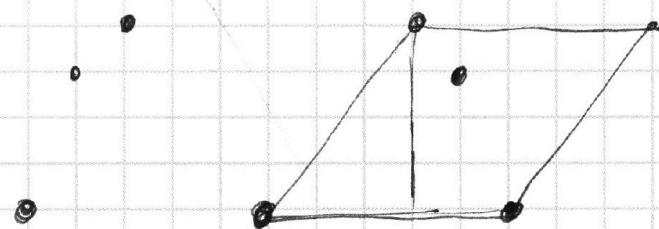
7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

4. $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$

0 или 5
9 или 16



5. $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$

~~$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$~~

~~$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$~~

$y - 45$ и $y + 45$ одной чётности
и ещё одно знако

здесь

$y < 45$ или $y > 45$

$y + 45$ чётны

y -нечётна

$x_{min} = 2$

y -чётна $\rightarrow 2^x = 1$

$x = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

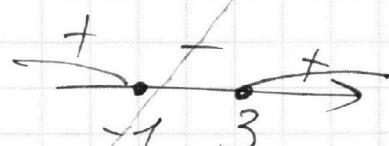
СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \quad |\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |6 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$



$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \cancel{\geq 0}$$

$$x^2 - 2x - 3 = (2x-1)^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 12$$

$$\text{или } x \leq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \cancel{\leq 0}$$

$$\emptyset$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= \\ &= n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \\ 361 &= 19 \cdot 19 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$1 + n + 1 + n^2 + 2n + n + 2$$

$$n_{\min} = 19$$

2.

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 &= \\ &= n^2 + n^2 + \underline{2n+1} + n^2 + \underline{4n+4} + n^2 + \underline{6n+9} + \\ &+ n^2 + \underline{8n+16} - 10 = 5n^2 + 20n + 20 = N^3 \end{aligned}$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$$N^{\frac{4}{3}} = 5$$

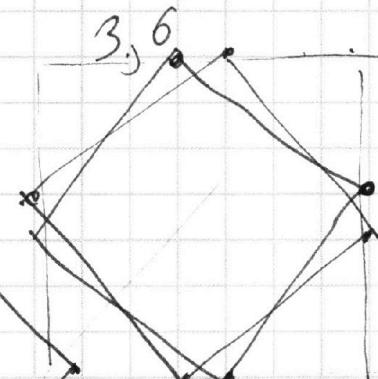
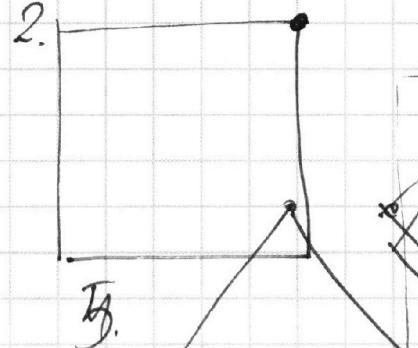
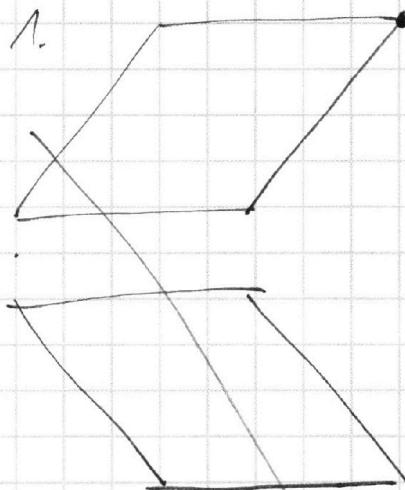


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



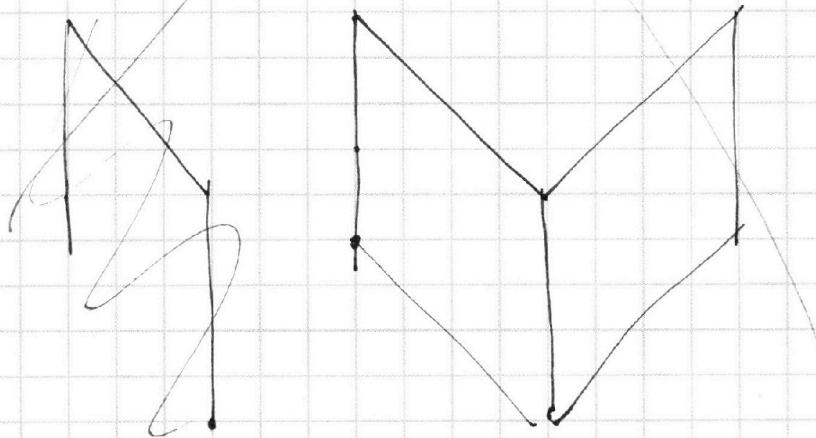
4.

$$1) \cancel{(50-3)(50-8)}(50-4+1) = \\ = (50-2)(50-3) = 43 \cdot 47$$

$$2) (50-5+1)^2 = (50-4)^2 = 46^2$$

$$3) (50-2+1)^2 = 44^2$$

$$5) (50-6+1) \cancel{(50-8+1)} = (50-5)(50-4) = \\ = 45 \cdot 43$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3

4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$43 \cdot 47 \cdot 4 + 46^2 + 2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 45 \cdot 43$$

$$\begin{aligned} & \cancel{42 \cdot 46 \cdot 4 + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 44 \cdot 42 =} \\ & = \cancel{2 \cdot 42} | 46 \cdot 2 + 44 | + \cancel{45^2} + \cancel{2 \cdot 43^2} = \\ & = 84 \cdot 136 + 2025 + 2 \cdot (45 - 2)^2 = \\ & = 11424 + 2025 + 2(2025 - 180 + 4) = \\ & = 11424 + 2025 + 3698 = 17147 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{136} \\ \cancel{84} \\ \hline \cancel{544} \\ \cancel{+ 1088} \\ \hline \cancel{11424} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1927} \\ \cancel{4} \\ \hline \cancel{7708} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{111} \\ + \cancel{11424} \\ \cancel{2025} \\ \cancel{3698} \\ \hline \cancel{171408} \\ \hline \cancel{24855} \end{array}$$

$$1849$$

$$\begin{array}{r} \cancel{36} \\ 3695 \end{array}$$

$$44^2 - 3^2$$

$$\begin{aligned} (45 - 1)^2 &= 2025 - 90 + 1 = \\ &= 1935 + 1 = \end{aligned}$$

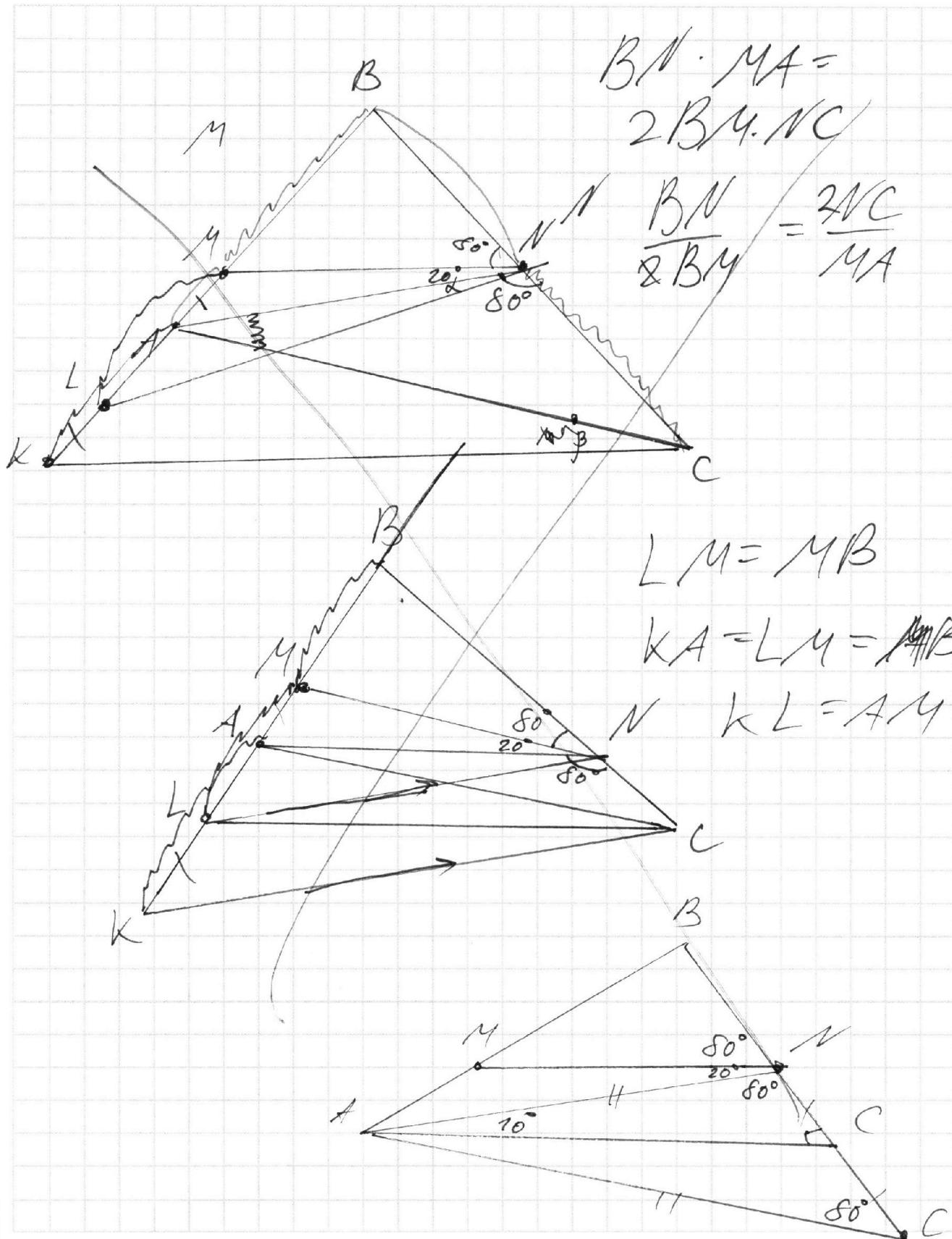


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + a - 9 \cancel{+g}$$

y^2

$$(|a|+3)^2 + a - 9 =$$

$$= 8$$

$$a^2 + 6|a| + g + a - 9 =$$

$$= a^2 + 6|a| + a =$$

$$= 8$$

$$a < 0.$$

$$a^2 - 6a + a - 8 = 0$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Delta = 25 + 32 = 57$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$x_{\max}^2 = a^2$$

$$x = \pm a$$

$$a > 0 \quad a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a-1)(a+8) = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$-|a| \quad 0 \quad 3 \quad |a|$$

$$-|a| \quad 0 \quad 3 \quad |a| \quad 3$$

$$x = -|a|$$

$$|a| > 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ \sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq -4x \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq -4x \\ -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$4x^2 - 8x - 12 \geq 16x^2$$

$$12x^2 + 8x + 12 \leq 0$$

$$3x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + 3 \leq 0$$

решение: $0 \leq x \leq 3$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ \sqrt{4(x^2 - 4x - 3)} \geq 16x^2 \\ -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2^n(2k) &= 1 \\ n(1-2^{-k}) &= 90 \\ 1-2^{-k} &= 90 \\ 2^{-k} &= \frac{1}{90} \\ k &= 4 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |y - 2x| \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x - 6 + y - 2x \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ |y - 2x| \leq 6 - 2x + 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 2x - 3} \geq -4x \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ -\frac{4x^2 - 2x}{y+2x} \leq y - 2x \leq y - 2x \\ -14 + 4x \leq 0 \leq 0 \\ 2x - y \leq 0 \\ x \leq 3,5 \end{cases}$$