



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- ✓1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- ✓2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- ✓3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- ~ ✓5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- ✓6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- ✓7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 1. \quad n! + (n+1)! + (n+2)! &= \\
 &= n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = \\
 &= n! (n+2 + n^2 + 2n + n+2) = \\
 &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \div 361
 \end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

Рассмотрим 3 случая и из них выберем наименьшее n

1) $n! \div 19^2$ т.к. 19 - простое число, которое может встечаться как множитель в числах 19 и 38 наименьших

$$n_{\min_1} = 38$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad n! &\div 19 \\
 \text{и } n+2 &\div 19
 \end{aligned}$$

$$3) \quad (n+2)^2 \div 19^2$$

$$(n+2)_{\min} = 19$$

$$17 < 38$$

фактически, эти два случая совпадают, когда мы рассматриваем минимальные n

$$n_{\min_{2,3}} = 17$$

Ответ: $n_{\min} = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Заменим последовательные натуральные числа как:

n $n+1$ $n+2$ $n+3$ $n+4$

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 &= \\ &= n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 + \\ &+ n^2 + 8n + 16 - 10 = 5n^2 + 20n + 20 = \sqrt[3]{N} \end{aligned}$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = \sqrt[3]{N}$$

$$5(n+2)^2 = \sqrt[3]{N}$$

чётное кол-во
каждого простого
множителя

кол-во
каждого простого
множителя
делится на 3

$$5(n+2)_{\min}^2 = \sqrt[3]{N_{\min}}$$

$$(n+2)_{\min} = 5$$

$$N_{\min}^3 = 5^3$$

$$N_{\min} = 5$$

Ответ: $N_{\min} = 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

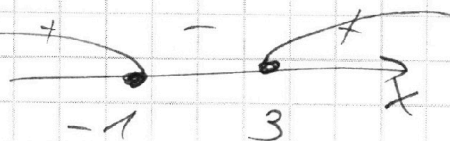
$$3. |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |3-2x|$$

ОДЗ:

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$



$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 > 0 \text{ всегда}$$

Рассмотрим знак этого выражения

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \leq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \leq 1-2x \text{ при } 1-2x \leq 0 \text{ не выполняется}$$

значит рассмотрим:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} \leq 1-2x \\ 1-2x > 0 \end{cases}$$

$$x^2-2x-3 \leq 4x^2-4x+1$$

$$\begin{cases} 3x^2-2x+4 \geq 0 \text{ и } D < 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2x < 1 \text{ и } x < \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и теперь будем раскрывать
модуль при разном x

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \quad (1)$$

$$4-2x \quad (2) \text{ где это предельно}$$

или знаки при
разном x

$$\begin{array}{ccccccc} (1) & - & & + & & + & \\ (2) & + & \frac{1}{2} & + & \frac{3}{2} & - & 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+2x-4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+4-2x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3}+4-2x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ 14 \geq 4x \\ \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \\ 6 \geq 6 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < \frac{1}{2} \\ 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3,5 \\ \frac{1}{2} \leq x < 3,5 \\ x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2} \\ x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 4 \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 - \emptyset \text{ DKO} \\ x < \frac{1}{2} \\ x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

А теперь выполним из ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \\ x \in [\frac{1}{2}; 3] \end{cases}$$

Ответ: $x \in [\frac{1}{2}; 3]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а теперь перемножим
с кол-вом вариаций исключаемых:

$$\begin{aligned} & 41 \cdot 42 \cdot 4 + 46 \cdot 42 \cdot 4 + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\ & = 2 \cdot (42)(46 \cdot 2 + 44) + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 41 \cdot 42 \cdot 4 = \\ & = 84 \cdot 136 + 2025 + 2(45-2)^2 + \\ & + (44-3)(44+3) \cdot 4 = \\ & = 11424 + 2025 + 3698 + 7708 = \\ & = 17147 + 7708 = 24855 \end{aligned}$$

Ответ: 24855



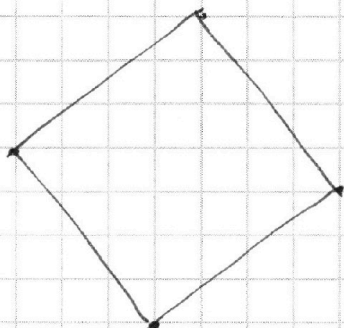
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

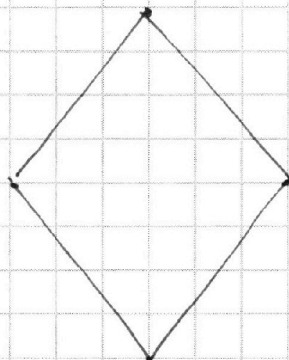
СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



5.



Фигуры можно ещё и поворачи-
вать на 90° , поэтому некоторые
имеют вариации, но нам важно
лишь их кол-во

1) 4 вариации

3) 1 вариация

4, 5) 2 вариации

от поворота
ниже не меняет
т.к. в квадрате

и теперь рассмотрим сколько
каждой фигуры можно разместить
в квадрате 49×49 (вычитаем
высоту и длину)

$$1) (49 - 9 + 1)(49 - 3 + 1) = 41 \cdot 47$$

$$2) (49 - 4 + 1)(49 - 8 + 1) = 46 \cdot 42$$

$$3) (49 - 5 + 1)^2 = 45^2$$

$$4) (49 - 7 + 1)^2 = 43^2$$

$$5) (49 - 8 + 1)^2 (49 - 6 + 1)^2 = 42 \cdot 44$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. рассмотрим две точки
с расстоянием 5 и целыми
координатами

$A(x_1, y_1)$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$$

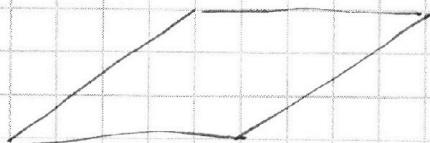
$B(x_2, y_2)$

25 - сумма квадратов, это
могут быть 3 и 25 или 5 и 16,
это нарисует виды сторон

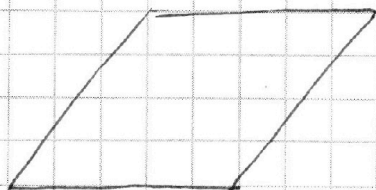
их всего 2,
ну и их симметрич-
ные вершины на
плоскости

из таких сторон можно выделить
5 видов фигур, т.к. ромб определяется
се 2-мя сторонами. (из положением
относительно
друг друга)

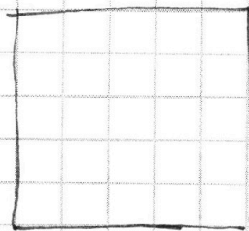
1.



2.



3.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда представим $n, k \in \mathbb{N}$
два числа в виде 2^k и $2^n \cdot 19$
($y-45$ и $y+45$)

$k_{\min} = 1 = n_{\min}$
 ~~$n_{\min} = 1$~~ m.k.: 2

$$|2^k - 2^n \cdot 19| = 90$$

$$\begin{cases} 2^k - 2^n \cdot 19 = 90 \\ 2^k - 2^n \cdot 19 = -90 \end{cases}$$

пусть $k \geq n$

$$\begin{cases} 2^n (2^{k-n} - 19) = 90 \\ 2^n (2^{k-n} - 19) = -90 \end{cases} \Rightarrow n = 1$$

$n_{\min} = 1$

$$2^{k-n} - 19 = 45$$

$$2^{k-n} - 19 = -45$$

$$k - n = 6$$

$$2^{k-n} = 64$$

$$2^{k-n} = 26 \quad k - n = 2 - 2.6 \quad \emptyset$$

$$k = 4$$

пусть $k < n$

$$2^k (1 - 2^{n-k} \cdot 19) = 90$$

$$2^k (1 - 2^{n-k} \cdot 19) = -90$$

$$k = 1 = k_{\min}$$

$$1 - 2^{n-k} \cdot 19 = 45 \quad \emptyset$$

$$1 - 2^{n-k} \cdot 19 = -45 \quad \emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 2$$
$$k = 4$$
$$n + k = x$$

$$2^2 \cdot 19 \text{ и } 2^4$$
$$76 \text{ и } 16$$

$$n = 1$$
$$k = 7$$
$$n + k = x = 8$$

$$2 \cdot 19 \quad 2^7$$

$$38 \text{ и } 128$$

$$y = 45$$

$$y = 83$$

из остальных
следует
единствен-
ность

Ответ: $x = 8, y = 83$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$(y-45)(y+45)$ — y как чётность и знак одинаковые

если $y-45$ нечётно, то $2^x = 1$

$$19 = (y-45)(y+45) \quad x=0$$

значит $y-45$ — чётно $\Leftrightarrow y \in \emptyset$

$y-45$ и $y+45$ между ними разность в 90, значит числа оба либо не делятся на 4 (то есть степень вношения 2-ки - 1), либо делятся на 4 оба

рассмотрим 1-ый случай

$$19 \cdot 2 \cdot 2 = (y-45)(y+45)$$

$\Leftrightarrow y \in \emptyset$

значит оба делятся на 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

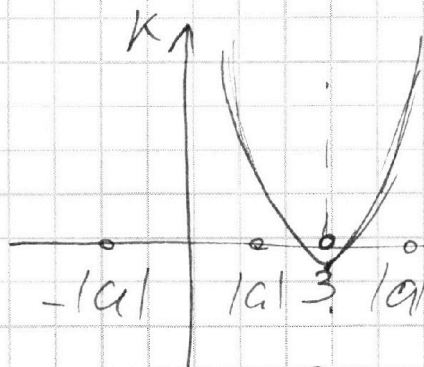
$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + a - 9 = k$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

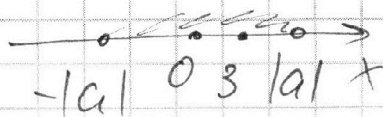
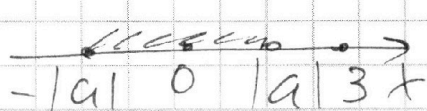
ограничивает значение x

$$-|a| \leq x \leq |a|$$



наибольшее
значение
выражение
при x макси-
мально удален-
ном от $x=3$

рассмотрим 2 случая



в обоих случаях максимальной
удаленной точкой является
 $-|a|$

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$a \leq 0$$

$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$a > 0$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \\ a > 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a \leq 0 \\ \{ a > 0 \\ a^2 + 4a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \\ a \leq 0 \\ \{ a > 0 \\ a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

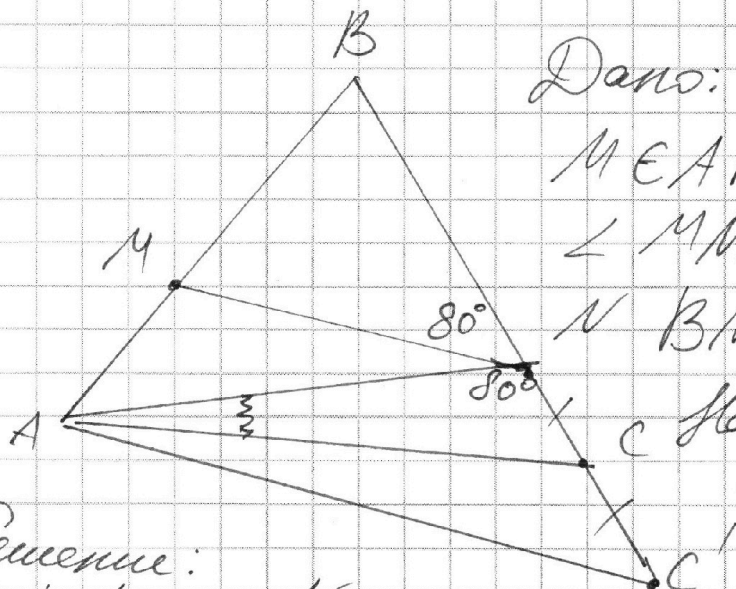
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.



Дано: $\triangle ABC$,
 $M \in AB$, $N \in BC$
 $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$
 $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Найти:
 $\angle CAN$

Решение:

$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{AM}$ продлим BC за
точку C на NC

$C' \in BC$ $CC' = NC$ $NC' = 2NC$

тогда, исходя из равенства $\frac{BN}{BM} = \frac{NC'}{AM}$

по пропорции $\Rightarrow MN \parallel AC'$

$\angle MNB = \angle AC'B = 80^\circ$ (т.к. $MN \parallel AC'$)

$\triangle ANC'$ - равнобедрен, т.к. $\angle AC'B = \angle ANC = 80^\circ$

AC - медиана в этом $\triangle$, а
следовательно и высота $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$

$\angle CAN = 180^\circ - \angle ANC - \angle ACN =$
 $= 180^\circ - 80^\circ - 90^\circ =$
 $= 10^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y-45)(y+45) = 19$$

$$-1 \text{ и } -19$$

$$1 \text{ и } 19$$

~~$$\begin{cases} y-45 = -19 \\ y+45 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y-45 = 1 \\ y+45 = 19 \end{cases}$$

$$y = 26$$~~

$y-45$ и $y+45$ рассматриваются
 на 90 $\Rightarrow y$ должна всегда степень
 вхождения 2

если один делится ^{на 2} на 2^2 , то
 и второй тоже

если один не делится, то
 и второй 2^1

~~$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2 \cdot 2$$~~

~~$$y+45 = 88$$~~

~~$$y-45 = 2$$~~

~~$$2^n - 2^k \cdot 19 = 90$$~~

~~$$2^n - 2^k \cdot 19 = -90$$~~

~~$$2^k (2^{n-k} - 19) = 90$$~~

~~$$2^{n-k} = 34$$~~

~~$$k_{\max} k_{\min} = k_{\max} = 2$$~~

~~$$2^{n-k} - 19 = 15$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

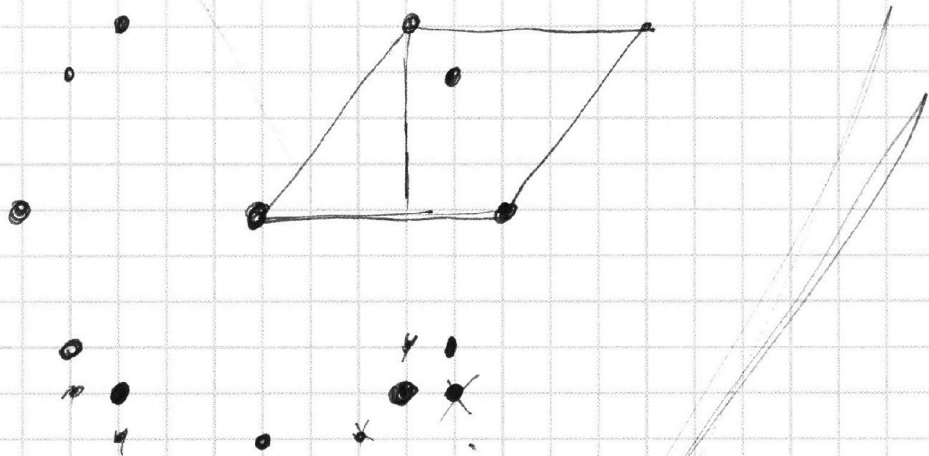
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$

$\begin{cases} 0 \text{ или } 25 \\ 9 \text{ или } 6 \end{cases}$



5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$y - 45$ и $y + 45$ одной чётности
и ещё одной знаком
~~3 и 5~~

$$y < 45 \text{ или } y > 45$$

$y + 45$ — чётна
 y — нечётна

$$x_{\min} = 2$$

$$y \text{ — чётна} \rightarrow 2^x = 1 \\ x = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

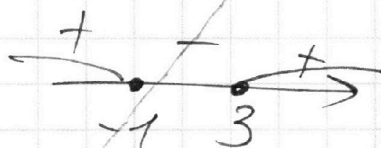
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |x-2x|$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$
$$(x+1)(x-3) \geq 0$$



$$\sqrt{x^2-2x-3}+6$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$$

$$x^2-2x-3 = (2x-1)^2$$

$$x^2-2x-3 = 4x^2-4x+1$$

$$3x^2-2x+4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1-12$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0$$

$\emptyset$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= \\ &= n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \\ 361 &= 19 \cdot 19 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$1 + n+1 + n^2 + 2n + n+2$$

$$n_{\min} = 19$$

2.

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 &= \\ = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 + \\ + n^2 + 8n + 16 - 10 &= 5n^2 + 20n + 20 = N^3 \end{aligned}$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$$N^3 = 5$$

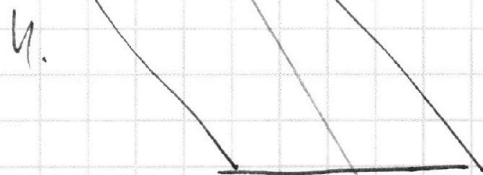
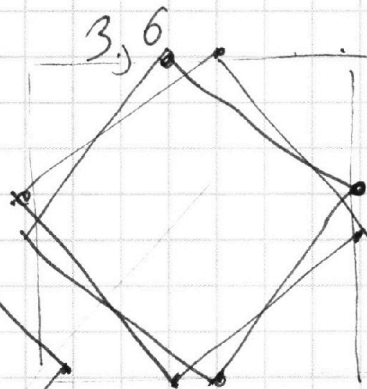
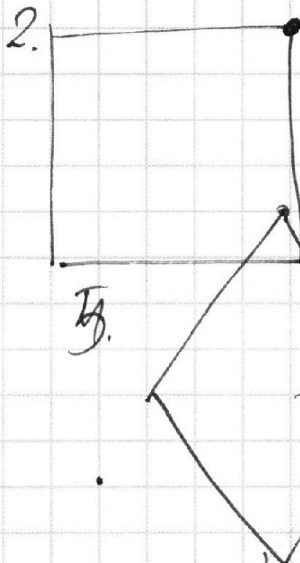
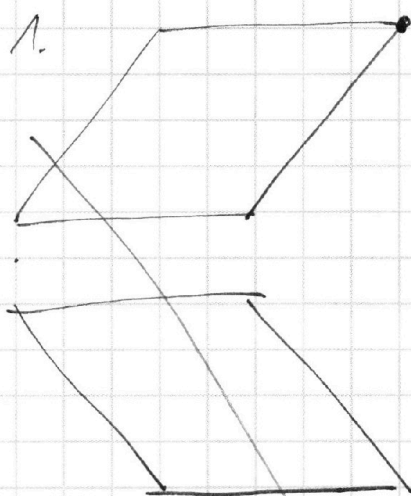


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

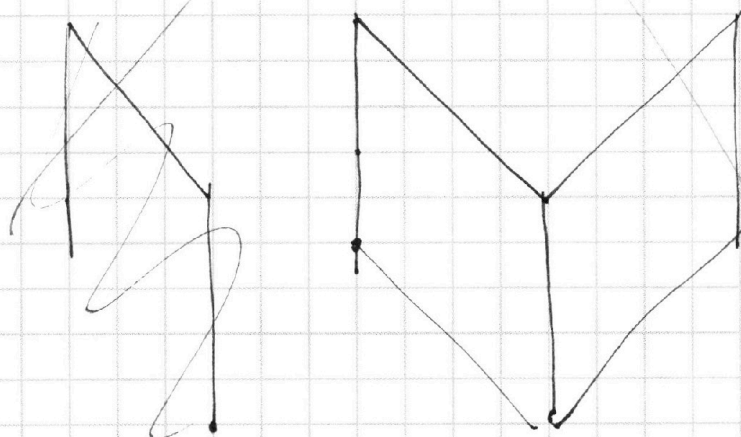


1.) $(50-3)/(50-8+1)(50-4+1) =$
 $= (50-4)/(50-3) = 43 \cdot 47$

2.) $(50-5+1)^2 = (50-4)^2 = 46^2$

3.) $(50-7+1)^2 = 44^2$

5.) $(50-6+1)(50-8+1)^2 = (50-5)(50-4) =$
 $= 45 \cdot 43$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$43 \cdot 47 \cdot 4 + 46^2 + 2 \cdot 44^2 + 2 \cdot 45 \cdot 43$$

X

$$\begin{aligned} & 42 \cdot 46 \cdot 4 + 45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 44 \cdot 42 = \\ & = 2 \cdot 42 \cdot 46 \cdot 2 + 44^2 + 2 \cdot 45^2 + 2 \cdot 43^2 = \\ & = 84 \cdot 136 + 2025 + 2 \cdot (45 - 2)^2 = \\ & = 11424 + 2025 + 2(2025 - 180 + 4) = \\ & = 11424 + 2025 + 3698 = 17147 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 136 \\ 84 \\ \hline + 544 \\ + 1088 \\ \hline 11424 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 11424 \\ 2025 \\ 3698 \\ \hline + 17147 \\ 4708 \\ \hline 24855 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1927 \\ 4 \\ \hline 7408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1849 \\ 36 \\ \hline 3698 \end{array}$$

$$44^2 - 3^2$$

$$\begin{aligned} (45 - 1)^2 &= 2025 - 90 + 1 = \\ &= 1935 + 1 = \end{aligned}$$

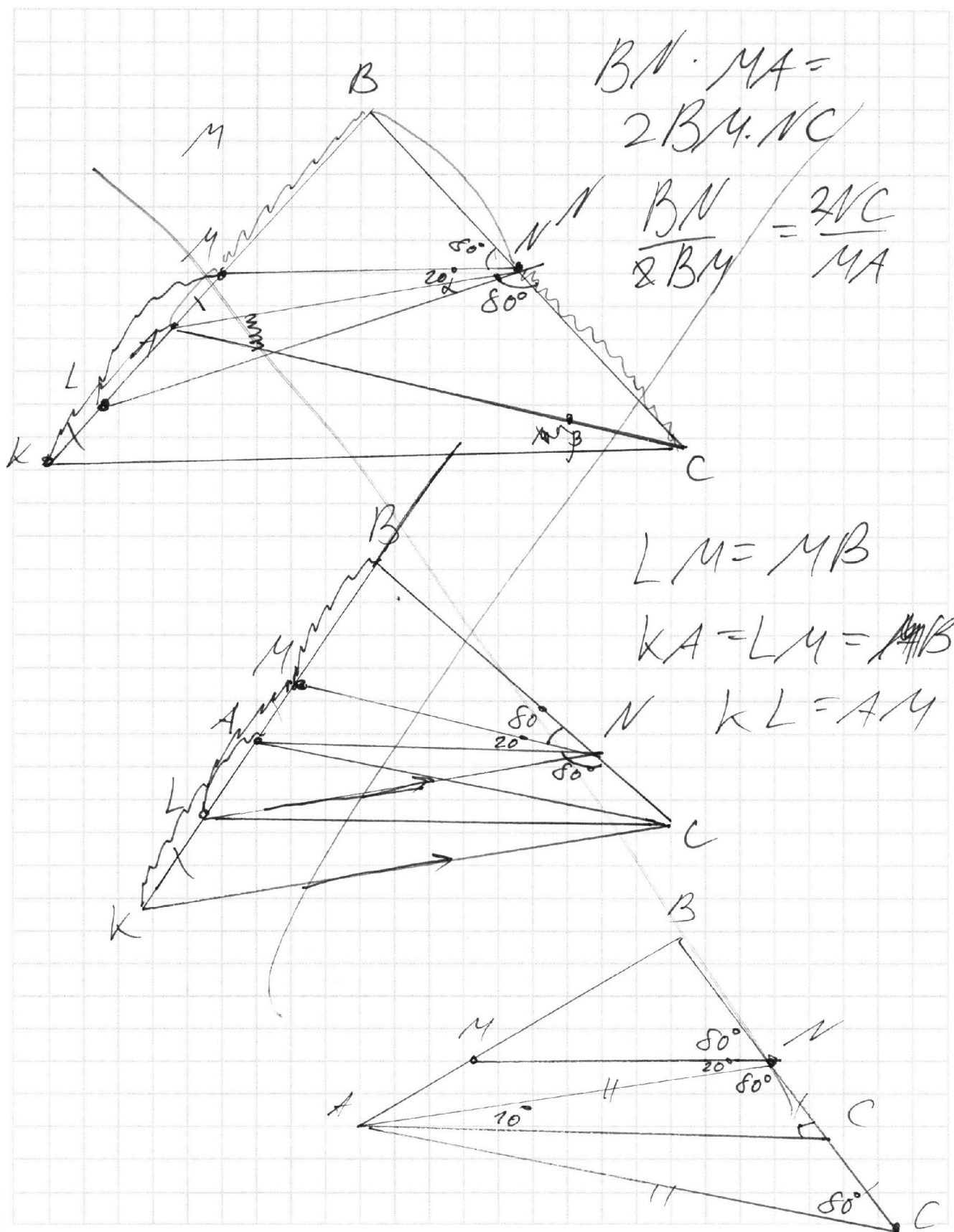


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



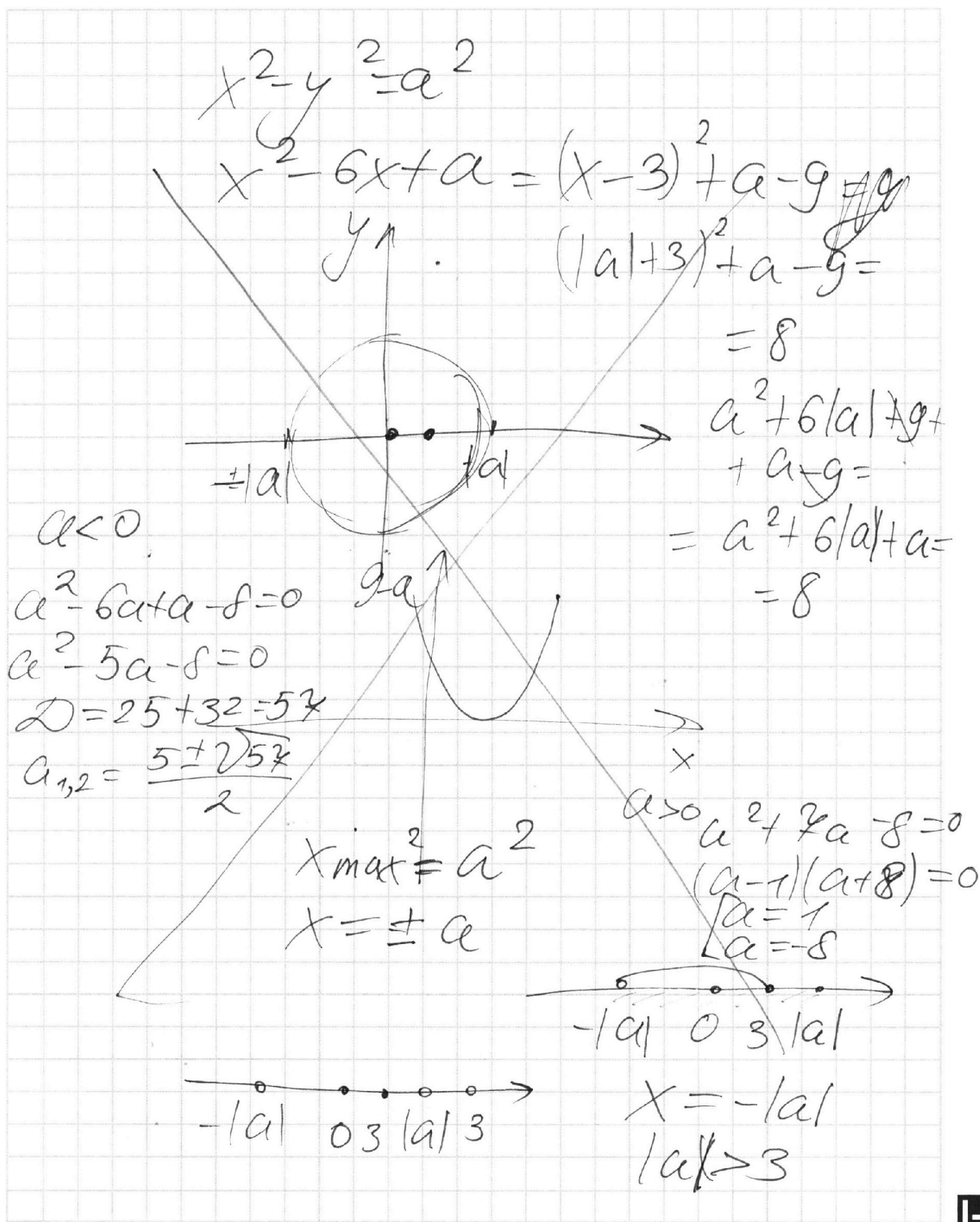


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ \sqrt{20x^2 - 2x - 3} \geq -4x \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 3 \\ 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \sqrt{20x^2 - 2x - 3} \geq -4x \\ -1 \leq x < 0 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 4x^2 - 8x - 12 \geq 16x^2 \\ 12x^2 + 8x + 12 \leq 0 \\ 3x^2 + 2x + 3 \leq 0 \\ x^2 + \frac{2}{3}x + 3 \leq 0 \\ D < 0 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 4(x^2 - 2x - 3) \geq 16x^2 \\ -1 \leq x < 0 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 2^k(1 - 2^{k-1} \cdot 19) = -90 \\ 2^k = 4 \end{cases}$$~~

~~$$2^k(19 + 1 - 2^{k-1} \cdot 19) = -15$$~~

~~$$2^k = 4$$~~

Ответ: $0 \leq x \leq 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3} + |7-2x|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} < x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1x + |7-2x|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x-6+7-2x \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} < x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |7-2x| \leq 6-2x+1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} < x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4-2x \leq 7-2x \leq 7-2x \end{array} \right.$$

$$-14+4x \leq 0 \leq 0$$

$$2x-7 \leq 0$$

$$x \leq 3,5$$