



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361 \quad \text{№ 1}$$

$$n! \cdot (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) : 361$$

$$n! \cdot (n+2)(n+2) : 361 \quad (361 = 19^2, 19 - \text{простое})$$

Пусть $n < 19 \Rightarrow n! \not\div 19$ (т.к. 19 - простое, никакое $a \in \mathbb{N}$ и $n < 19$ не делится на 19)

$$\Downarrow$$
$$n+2 : 19, n < 19$$

$\Downarrow$

$$n = 17$$

$$\text{Тогда } n! \cdot (n+2)^2 = 17! \cdot 19^2 : 361$$

Для $n \geq 19$ $n > 17$, значит $\div 17$ - наименьшее значение n .

$$\text{Следств.: } n = 17.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть даны числа $n, n+1, n+2, n+3, n+4$.

Тогда сумма их квадратов:

$$n^2 + (n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 4n + 4) + (n^2 + 6n + 9) + (n^2 + 8n + 16) = 5n^2 + 20n + 30$$

По условию $(5n^2 + 20n + 30) - 10 = N^3, N > 6, N \in \mathbb{N}$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$$\Rightarrow 5 \Rightarrow :5, \text{ но т.к. } N^3 - \text{куб, а 5 - простое, } N^3 : 5^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(n+2)^2 : 5^3 \Rightarrow (n+2)^2 : 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+2 : 5$$

Но $n+2 \neq 5$, т.к. тогда $N^3 = 5^3$ и $N=5$, а $N > 6$.

Значит, $n+2 = 5 \cdot p_1^{k_1} \cdot p_t^{k_t}$, где k и t - натуральные числа, а p_i - любые простые числа. ($p_i \neq p_j$, где $i \neq j$)

$$\text{Тогда } 5(n+2)^2 = 5^3 \cdot p_1^{2k_1} \cdot p_t^{2k_t} = N^3$$

Тогда, т.к. p_i - простое, $2k_i : 3$, т.к. $p_i^{2k_i}$ - куб.

$$k_i : 3$$

Если мы хотим наименьшее значение N , нам нужно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

наименьшее значение $n \Rightarrow t$ и k должны быть наименьшими $\Rightarrow t=1$ и $k=3$ (м.к. $k \in \mathbb{N}$ и $k:3 \nmid \text{aten}$)
Тогда $n+2=5 \cdot p^k$, но $5 \cdot p^3$ мин тогда, когда $p=2$,
м.к. p -простое.
 $n+2=5 \cdot 2^3=40$
 $n=38 \Rightarrow N=5 \cdot (n+2)^2=5 \cdot 40^2=20^3 \Rightarrow N=20$.
Ответ: $N=20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

1) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$, когда $2x - 1 \geq 0$, т.к.
 $2x - 1 \geq 0$
 $2x \geq 1$
 $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow$ при $x \geq \frac{1}{2}$ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$

2) $7 - 2x \geq 0$

$$7 \geq 2x$$

$$3,5 \geq x, \text{ при } x < 3,5 \quad 7 - 2x < 0.$$

Тогда, раскрывая модуль, у нас 3 случая:

a) $x < \frac{1}{2}$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 = -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1$$

$$|7 - 2x| = 7 - 2x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x$$

РДЗ: $x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 $(x-1)^2 - 4 \geq 0$
 $(x-1) \geq 2$
 $|x-1| \geq 2$
 $\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x-1 \leq -2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 - 4x \geq 0, \text{ т.к. } 2 \geq 4x, \text{ т.к. } \frac{1}{2} \geq x$$

Мы можем возвести нер-во в квадрат:

$$4x^2 - 8x - 12 \geq 4 + 16x^2 - 16x$$

$$0 \geq 16 + 12x^2 - 8x \quad | :4$$

$$0 \geq 4 + 3x^2 - 2x$$

$$0 \geq (x-1)^2 + 2x^2 + 3$$

0 0 0

Это невозможно

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1$$

$$|x - 2x| = x - 2x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + x - 2x$$

$$0 \geq 0$$

Это верно для любого x , кроме $x < \frac{1}{2}$, $x > 3,5$,

и кроме $x^2 - 2x - 3 < 0$

$$(x-1)^2 - 4 < 0$$

$$(x-1)^2 < 4$$

$$|x-1| < 2$$

$$-2 < x-1 < 2$$

$$-1 < x < 3 \Rightarrow \text{пункт Б верен для любых}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$6) 3,5 \leq x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x - 1 = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1$$

$$-7 - 2x = 2x - 7$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$14 \geq 4x$$

$$7 \geq 2x$$

$$3,5 \geq x, \text{ но } x < 3,5$$

Противоречие.

$$\text{Ответ. } x \in [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 5

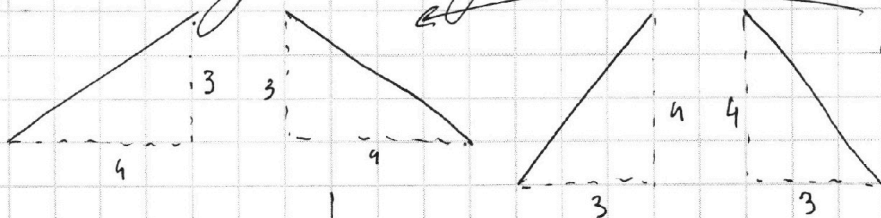
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что отрезок длины 5, соединяющий узлы сетки, можно достроить до прямоугольного $\triangle$, проведя к одному концу отрезка перпендикуляр $\parallel O_x$, а к другому $\parallel O_y$, тогда длины катетов будут целыми числами, и все длины катетов a и b , но $a^2 + b^2 = 25$. (по теореме Пифагора) —
 $a \in \mathbb{Z}$ и $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ либо $a=0, b=5$; $a=5, b=0$;

$$a=3, b=4; a=4, b=3$$

т.к. a и $b \leq 5$, а если a или $b = 2$, то a^2 или $b^2 = 21$, и a или b будет не целое.

Значит, на координатной плоскости стороны ромба могут выйдут 6 способами (т.к. $a=3$ и $b=4$ может быть в разных порядках



так же с $a=4$ и $b=3$.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

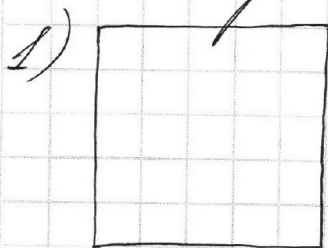
СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

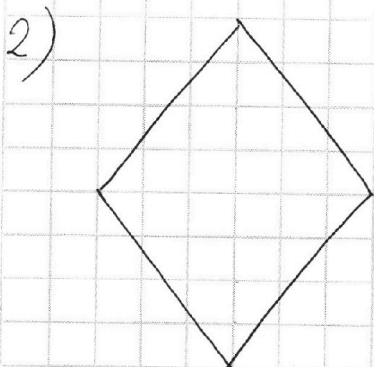
Многоугольник состоит из 2 видов сторон, т.е.
в нем по 2 пары параллельных сторон.

Тогда таких многоугольников $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ (вкл-во сторон, выбрать 2 разные стороны из 6-ти)

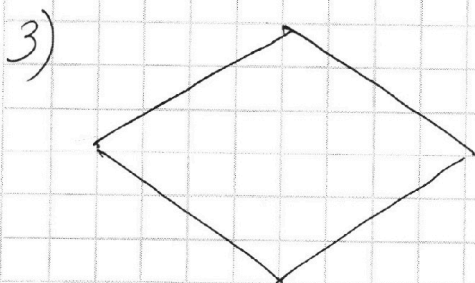
Рассмотрим для каждого вкл-во сторон его расположения: (каждый многоугольник по-разному расположен)



Вариантов расположения вершин на плоскости так, что все вершины были внутри или на сторонах квадрата 50 на 50 — 46 · 46



Вариантов для располож. вершин по 4: чтобы соблюдалось условие:
44 · 42 ← второе число — кол-во координат по оси Oy,
← первое число — кол-во координат по оси Ox,



Аналогично 2) — 44 · 44²
(но в повернутом виде)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

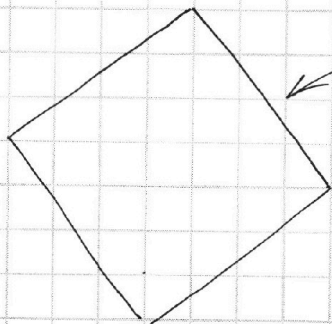
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 5

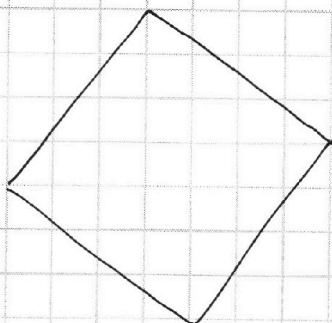
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4)



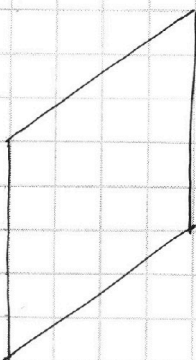
403.43 8)

5)



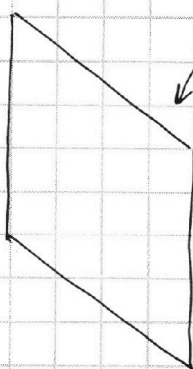
43.43

6)



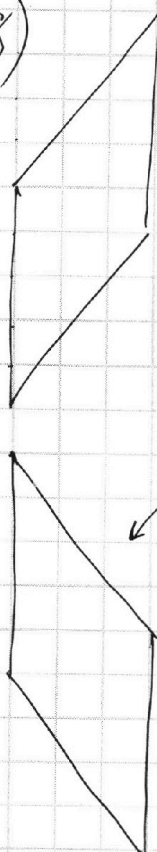
46.42

7)



~~46.42~~ 46.42

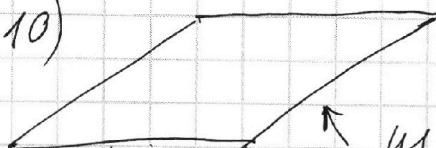
9)



47.41

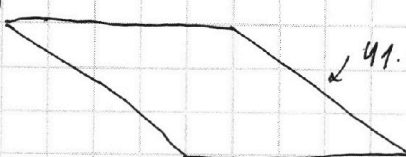
~~47.41~~ 47.41.

10)



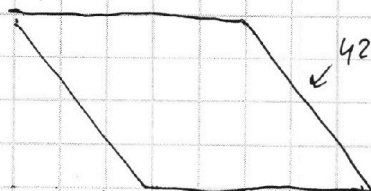
41.47

11)



41.47

12)



42.46



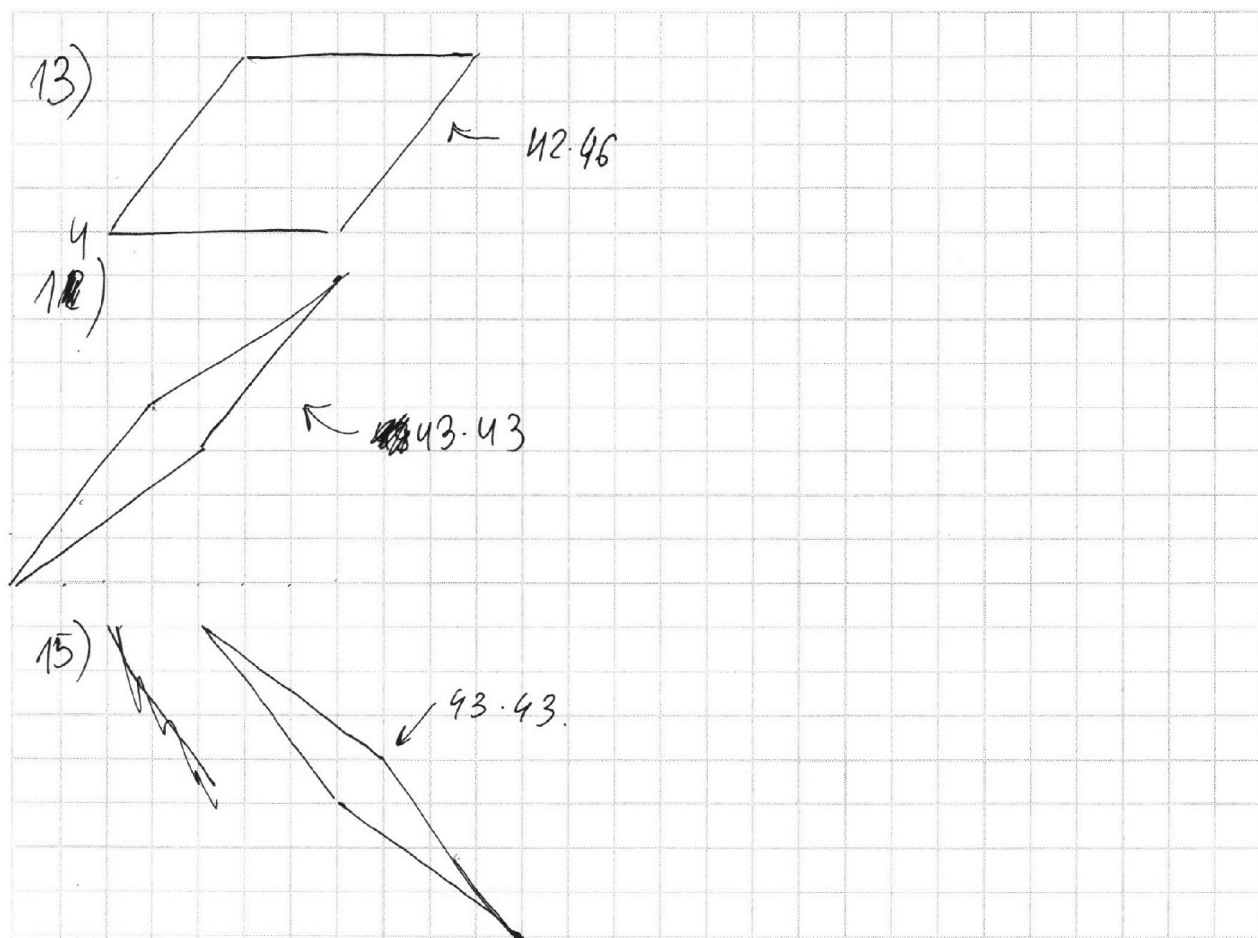
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Мы рассмотрим кат-во формулы для каждой воз-
можной комбинации. Сложим их:

$$\begin{aligned} & 46^2 + 44 \cdot 42 + 44 \cdot 42 + 43^2 + 43^2 + 46 \cdot 42 + 46 \cdot 42 + \\ & + 47 \cdot 41 + 47 \cdot 41 + 41 \cdot 47 + 41 \cdot 47 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + \\ & + 43^2 + 43^2 = 46^2 + 4 \cdot 43^2 + 4 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 46 \cdot 42 + 2 \cdot 44 \cdot 42 = \\ & = 46^2 + 4 \cdot 43^2 + 4 \cdot 41 \cdot 47 + 42(4 \cdot 46 + 2 \cdot 44) = 46^2 + \\ & + 4(43^2 + 41 \cdot 47) + 42(4 \cdot 46 + 2 \cdot 44) = 2116 + \\ & + 4(1849 + 1927) + 42(184 + 88) = 2116 + 9 \cdot 13776 + \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+ 42 \cdot 272 = 2116 + 15104 + 1424 = 18344$$

Итого: ~~18344~~ 28644



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = (y-45)(y+45) \quad \text{№5}$$

19 и 2 — простые числа

Пусть $x \geq 1$.

Тогда либо $y-45$, либо $y+45$ делится
на 19, но не делится на 4, либо
не делится на 2.

Итак: пусть $y-45:4$ и $y+45:4$.

Тогда ~~и~~ $y-45+y+45:4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2y:4 \Rightarrow y:2 \Rightarrow y+45:2$$

но $y+45:4$.

Противоречие.

Значит, рассмотрим, чему могут быть равны

свойки: 19 и 2^x ; 2^x и 19;

(в порядке $(y-45)$ и $(y+45)$)

$19 \cdot 2$ и 2^{x-1} ; 2^{x-1} и $19 \cdot 2$; 1 и $19 \cdot 2^x$; $19 \cdot 2$ и 1;

2 и $19 \cdot 2^{x-1}$; $19 \cdot 2^{x-1}$ и 2.

(так же ~~и~~ 2^{x-1} и $19 \cdot 2^{x-1}$ можно $\cdot (-1)$).

Но $(y-45)$ и $(y+45)$ имеют

одинаковую четность, т.к. $y \equiv y$ и $-45 \equiv 45$.

Могут быть только варианты:

(т.к. мы хотим
распределить множители
2, 2^{x-1} и 19 по 2 скобки
и у нас $2^2=8$
вариантов:
для каждой из них
и столько же для отриц.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2 \text{ и } 2^{x-1}; 2^{x-1} \text{ и } 19 \cdot 2; -2^{x-1} \text{ и } -19 \cdot 2; -19 \cdot 2 \text{ и } -2^{x-1};$$

$$2 \text{ и } 19 \cdot 2^{x-1}; 19 \cdot 2^{x-1} \text{ и } 2; -2 \text{ и } -19 \cdot 2^{x-1}; -19 \cdot 2^{x-1} \text{ и } -2.$$

Рассмотрим эти случаи:

1) $y - 45 = 38, y + 45 = 2^{x-1}$ 2) $y - 45 = 2^{x-1}, y + 45 = 38$

$$38 + 90 = 2^{x-1}$$

$$128 = 2^{x-1}$$

$$\boxed{x = 8, y = 83}$$

$$2^{x-1} = -52$$

Для $x \geq 1$ такого y не может.

3) $y - 45 = -2^{x-1}, y + 45 = -38$ 4) $y - 45 = -38, y + 45 = -2^{x+1}$

$$-2^{x-1} + 90 = -38$$

$$-2^{x-1} = -128$$

$$\boxed{x = 8, y = -83}$$

$$52 = -2^{x+1}$$

Для $x \geq 1$ такого y не может.

5) $y - 45 = 2, y + 45 = 19 \cdot 2^{x-1}$

$$2 + 90 = 19 \cdot 2^{x-1}$$

$$92 = 19 \cdot 2^{x-1}$$

$$92/19$$

Противоречие

6) $y - 45 = 19 \cdot 2^{x-1}, y + 45 = 2$

$$19 \cdot 2^{x-1} + 90 = 2$$

$$19 \cdot 2^{x-1} = -88$$

Противоречие

7) $y - 45 = -2, y + 45 = -19 \cdot 2^{x-1}$ 8) $y - 45 = -19 \cdot 2^{x-1}, y + 45 = -2$

$$-2 + 90 = -19 \cdot 2^{x-1}$$

$$88 = -19 \cdot 2^{x-1}$$

Противоречие

$$-19 \cdot 2^{x-1} + 90 = -2$$

$$-19 \cdot 2^{x-1} = -92$$

Противоречие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но есть для $x \geq 1$ два решения - $(8; 83)$ и $(8; -83)$.

Если $x=0$, то $19+2025=y^2$

$$2044=y^2$$

Но $45^2=2025$, а $46^2=2116$

$$2025 < 2044 < 2116$$

↓

$x \neq 0$

Если $x < 0$, то $19 \cdot 2^x$ - не целое, а $y^2 - 2025$ -

- целое, т.к. $y \in \mathbb{Z}$
и $2025 \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Но } 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

Противоречие.

Ответ: $(8; 83)$ и $(8; -83)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$x^2 - 6x + 9 + a = 17$$

$$(x-3)^2 + a = 17$$

Условие равносильно тому, что максимальное значение выражения $(x-3)^2 + a$ равно 17. Но a - параметр, значит, $(x-3)^2 + a$ максимально тогда, когда x минимально. Но наибольший x в выражении $x^2 + y^2 = a^2$ тогда, когда y^2 минимально, т.к. a - константа.

Но $y^2 \geq 0 \Rightarrow y^2$ минимально при $y=0 \Rightarrow x$ наибольший в $x^2 = a^2$.

~~Если $a > 0$, то~~ Тогда $x = \pm |a|$. Но нам нужен x наибольший, но есть $x = |a|$.

$$\text{Тогда } |a|^2 - 6|a| + a = 8; \quad \cancel{|a|^2 - 6|a| + |a| = 8}$$

$$\text{Пусть } a > 0, \text{ тогда: } a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 8 = 25 + 32 = 57$$

$$\cancel{x_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}} \quad a_{x1} = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$\cancel{x_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}} \quad a_{x2} = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

Но $a > 0 \Rightarrow a_2$ не подходит, т.к. $57 > 25 \Rightarrow 5 - \sqrt{57} < 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a \leq 0$, тогда: $(-a)^2 + 6a + a = 8$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 48 = 49 + 32 = 81$$

$$a_1 = \frac{-7 + \sqrt{81}}{2} = \frac{-7 + 9}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{-7 - \sqrt{81}}{2} = \frac{-7 - 9}{2} = -8$$

Но $a \leq 0 \Rightarrow a_1 = 1$ не подходит.
Ответ: $a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$, либо $a = -8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \quad \text{№ 7}$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Пусть N' — точка на BC

за точкой C такая, что $NC = CN'$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NN'}, \text{ т.к. } \frac{BN}{NN'} = \frac{BN}{2NC}$$

$$MN \parallel AN' \Rightarrow \angle BNM = \angle BN'A = 80^\circ$$

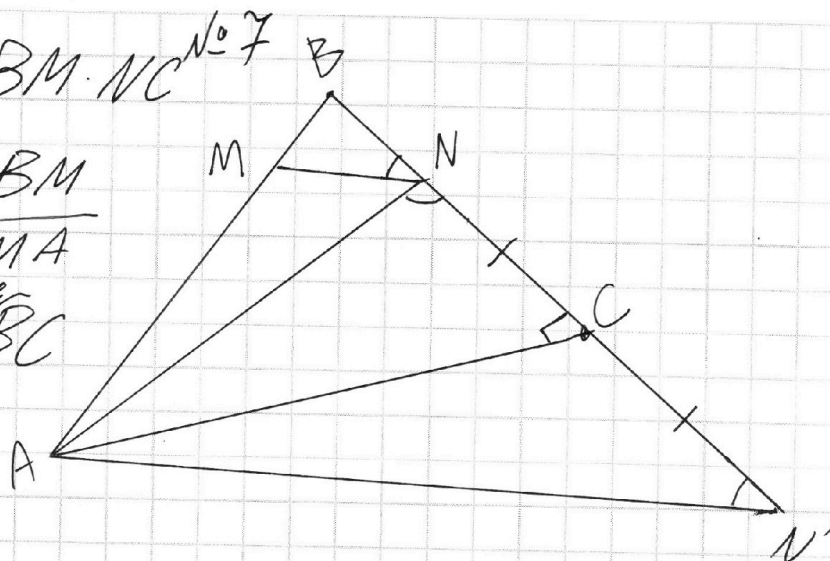
$$\text{Значит, } \angle ANN' = \angle AN'N, \text{ и } NC = CN'$$

$$\angle ANN' \parallel \angle ANC$$

AC — медиана к основанию равнобедренного $\triangle ANN'$ с углом при основании $= 80^\circ$

$$\angle NAC + \angle ANC = 90^\circ \Rightarrow \angle NAC = 10^\circ, \text{ т.к. } \angle ANC = 80^\circ$$

$$\text{В итоге: } \angle CAN = 10^\circ$$



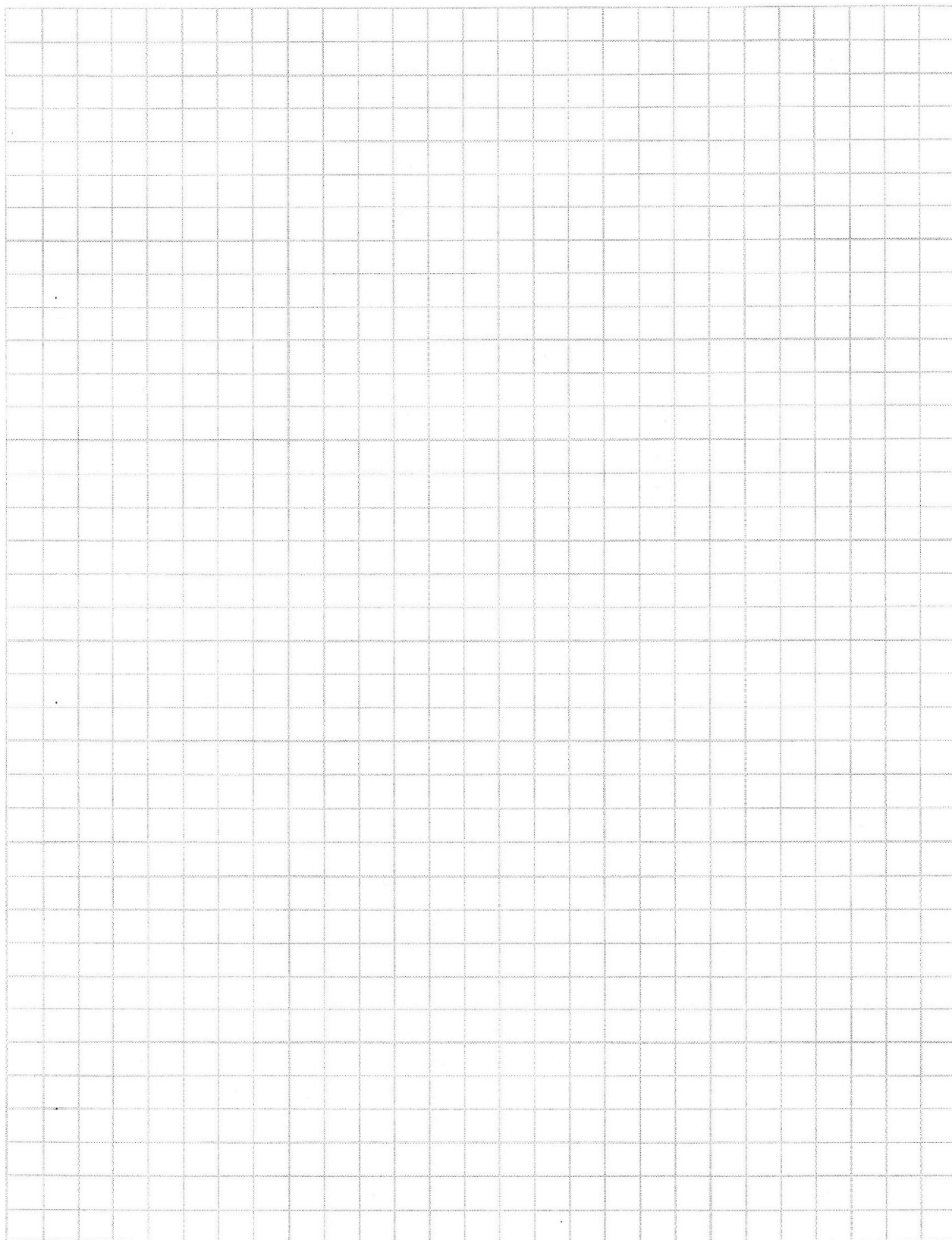


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



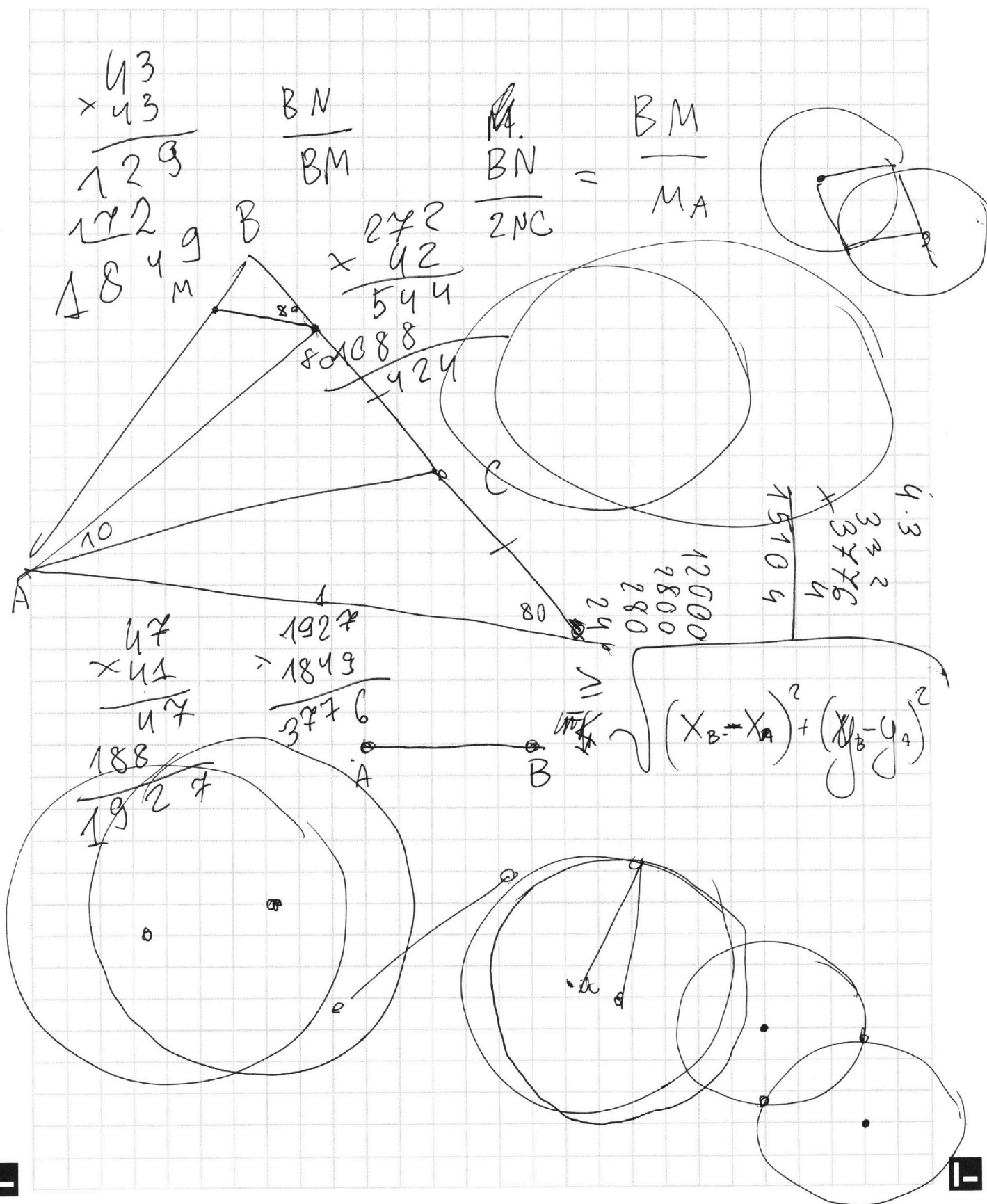


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



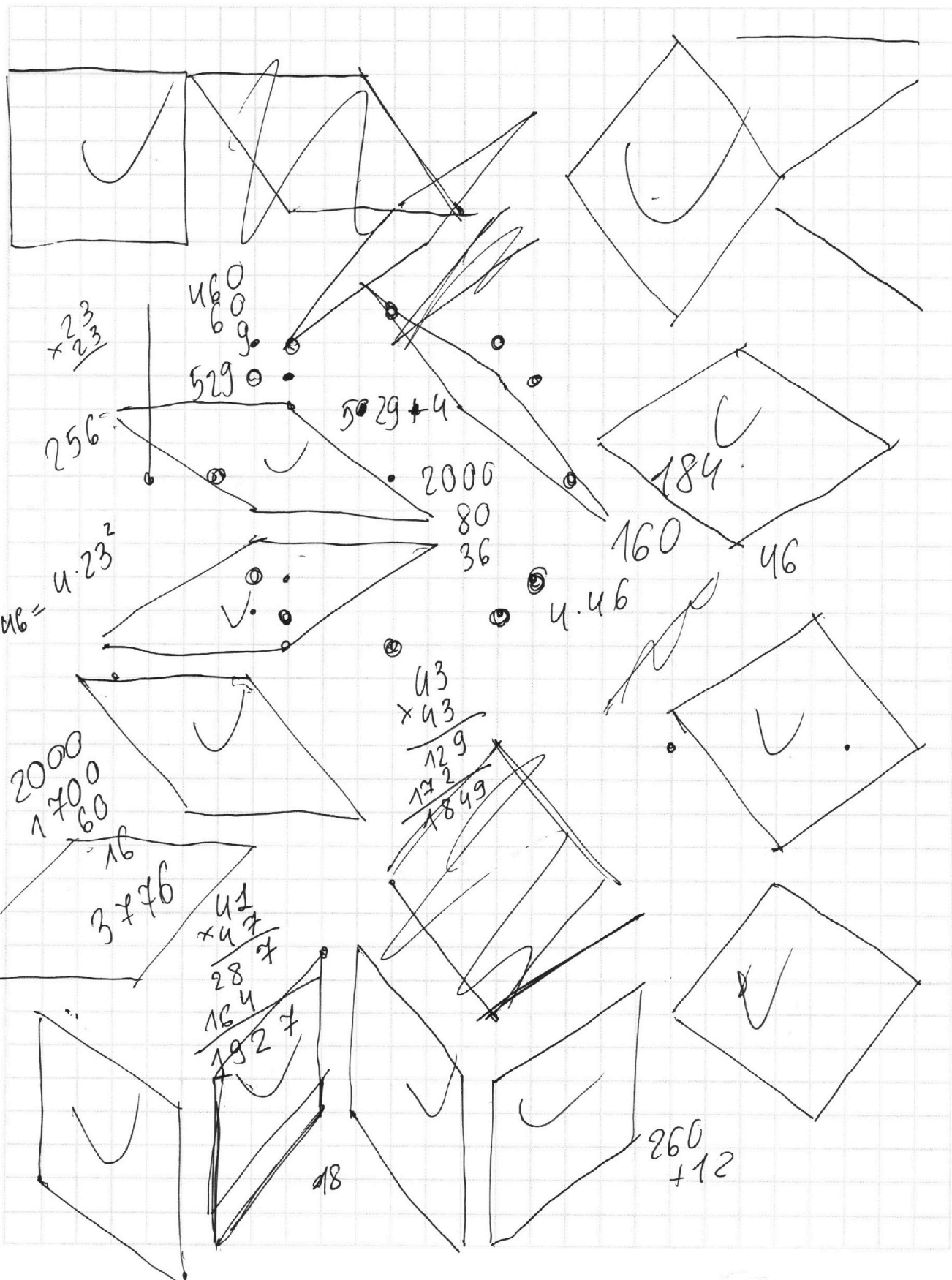


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1+7-2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2$$

$$4x^2-8x-12 \geq 16x^2+4-16x$$

$$0 \geq 12x^2+16-8x$$

$$0 \geq 3x^2+4-2x$$

$$D = 4-4 \cdot 3 \cdot 4.$$

$$2) \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 3,5$$

$$3) \quad \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1-7+2x$$

$$6 \geq 4x-8$$

$$14 \geq 4x$$

$$7 \geq 2x$$

$$3,5 \geq x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper:

Top left: $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$

Top right: $2025 = 45 \cdot 45$

Middle left: $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$

Middle right: $20 \cdot 38.5$

Bottom left: $42 \cdot 272$

Bottom right: $x=8$, $y=$

Other calculations and numbers: 38 , 45 , 304 , 114 , 1444 , $556+25$, 581 , 38 , 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64 , $38+10+5$, 4 , 5 , 6 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 13 , 14 , 15 , 16 , 17 , 18 , 19 , 20 , 21 , 22 , 23 , 24 , 25 , 26 , 27 , 28 , 29 , 30 , 31 , 32 , 33 , 34 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39 , 40 , 41 , 42 , 43 , 44 , 45 , 46 , 47 , 48 , 49 , 50 , 51 , 52 , 53 , 54 , 55 , 56 , 57 , 58 , 59 , 60 , 61 , 62 , 63 , 64 , 65 , 66 , 67 , 68 , 69 , 70 , 71 , 72 , 73 , 74 , 75 , 76 , 77 , 78 , 79 , 80 , 81 , 82 , 83 , 84 , 85 , 86 , 87 , 88 , 89 , 90 , 91 , 92 , 93 , 94 , 95 , 96 , 97 , 98 , 99 , 100 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

1. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 3 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$7 \geq 2x$$

$$2x - 1 \geq 0$$

$$2x \geq 1$$

$$x^2 - 2x - 3 + 36 + 12\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$2x - 1 \geq 0$$

$$2x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$7 \geq 2x$$

$$3,5 \geq x$$

$$7 - 2x < 0$$

$$7 < 2x$$

$$3,5 < x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 + 4x^2 - 4x \quad (1 - 2x \geq 0)$$

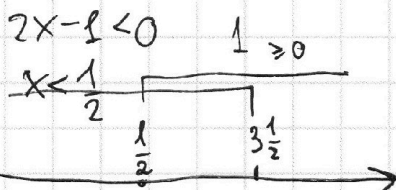
$$2x \geq 3x + 4$$

$$-3x + 2x - 4 \geq 0$$

$$4 - 4 \cdot 3 \cdot 4$$

$$-x^2 + 2x - 1$$

$$-(x - 1)^2 - 2x^2 - 3$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено болсе одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361 \cdot (19^2) \quad (190 + 90 + 81)$$

$$n! \cdot (\cancel{n+1} + 1 + n+1 + (n+1)(n+2)) : 361$$

$$\begin{matrix} 8000 \\ 3000 \\ 5000 \\ 1600 \end{matrix} \quad n! \cdot (n+2)^2 : 361$$

$$19^2$$

$$n \geq 19$$

$$n \leq 19$$

$$17! \cdot (19)^2$$

$$n=17$$

$$\begin{matrix} n & n+1 & n+2 & n+3 & n+4 \\ n^2 + n^2 + 2n+1 + n^2 + 4n+4 + n^2 + 6n+9 + n^2 + 8n+16 \end{matrix}$$

$$5n^2 + 20n + 30$$

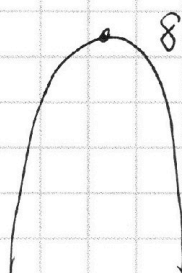
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + 8 \leq 8$$

$$x^2 - 6x - 8$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x \geq 0$$



$$5n^2 + 20n + 20 = N^3; N \geq 6$$

$$5(n^2 + 4n + 4)$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$$n+2 = 5$$

$$x(x-6) \quad n+2=5$$

$$5 \cdot 4 \cdot 18$$

$$5^3 \cdot 2^6$$

$$n=18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

