



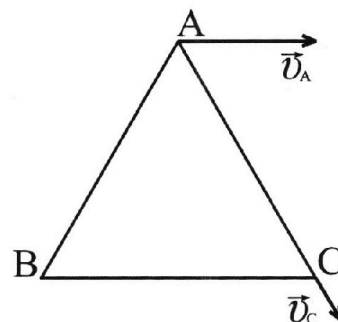
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,6$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны AC. Длины сторон треугольника $a = 0,3$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит восемь оборотов?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

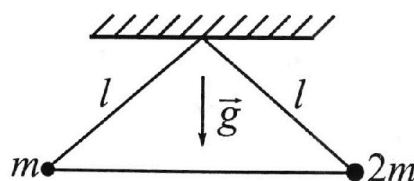
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 15$ м фейерверк находился через $\tau = 1$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 200$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарик массы $2m$ скреплен с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарик массы m находится на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



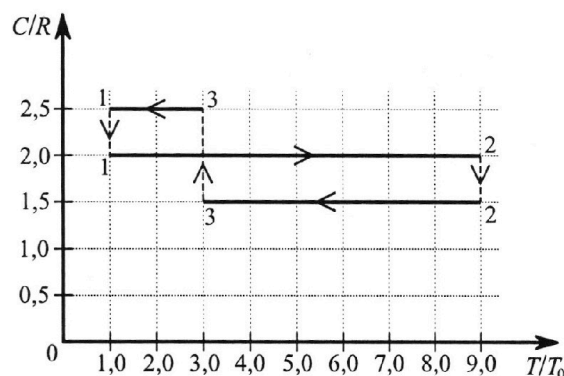
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 200$ К.

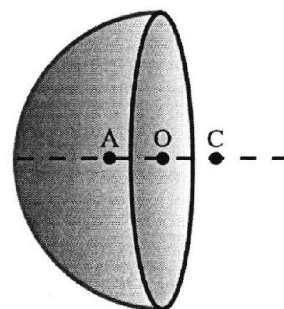


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 415$ кг за $N = 25$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О кинетическая энергия частицы равна K .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$|\vec{v}_A| = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$|\vec{v}_C| = ?$$

$$a = 0,3 \text{ м}$$

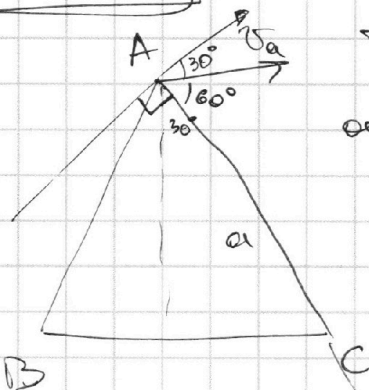
$$h = ?$$

$$h = 8$$

$$m = 6 \text{ кг}$$

$$R = ?$$

Решение



Т.к. отрезок AC - абсолютно тв. тело, то:

$$v_A \cos 60^\circ = v_C = \frac{v_A}{2} =$$

$$= 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{3}{10} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Т.к. $\sum \vec{F}_{\text{внешних}} = 0$

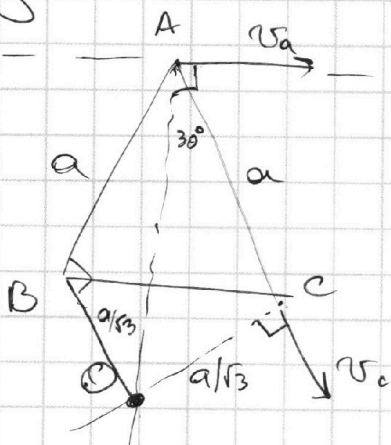
и $\sum \vec{M}_{\text{внешних сил}} = 0$,

ведь внешних сил нет, то $\vec{\omega} = \text{const}$
Если можно посчитать относит. любой точки, посчитаем относит. C: $v_A \sin 60^\circ = a\omega$

$$\Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{3} v_A}{2a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,6 \text{ м/с}}{2 \cdot 0,3 \text{ м}} = \sqrt{3} \text{ с}^{-1}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi h}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 8}{\sqrt{3} \text{ с}^{-1}} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3} \text{ с}$$

Найдём мгновенный центр вращения:



Раз $\omega = \text{const}$, то ускорение точки B будет ~~только~~ $\parallel BO$ (будет только нормальное).

В силу симметрии $CO \perp AC \Rightarrow AB \perp BO$.

$$\Rightarrow BO = AB \cdot \tan \angle BAO =$$

$$= a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow a_B = \omega^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{3 v_A^2}{4 a^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} v_A^2}{4 a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{4 \cdot 0,3 \text{ м}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,09 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,3} = \frac{\sqrt{3}}{10} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $m \ll M_{\Delta ABC}$, то $a_{\text{мужик}} = a_B$

по II З.Н.: $\vec{a}_B \parallel BO$

$\Rightarrow$ по осев BO $ma_B = R =$

$$= \cancel{18} 60 \text{ кг} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{10} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} =$$

$$= 18\sqrt{3} \cdot 10^{-6} \text{ Н} = \boxed{18\sqrt{3} \text{ мкН}}$$

— Вдоль $\vec{BO}$

~~1860~~

Ответ: $v_c = \frac{v_a}{2} = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$\epsilon = \frac{4\pi\epsilon_0}{\sqrt{3}v_a} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3} \text{ с}$$

$$\cancel{\epsilon = \frac{4\pi\epsilon_0}{\sqrt{3}v_a} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3} \text{ с}}$$

$$R = \frac{m \cdot \sqrt{3} v_a^2}{4a} = 18\sqrt{3} \text{ мкН}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

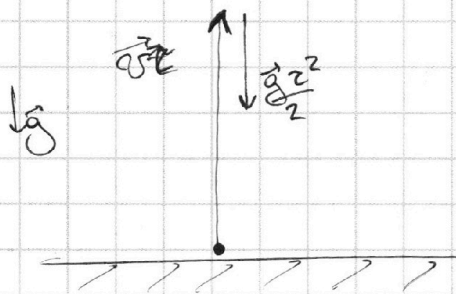
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$h = 15 \text{ м}$
 $\tau = 1 \text{ с}$
 $H = ?$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $v_0 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $L_{\text{max}} = ?$

Решение:



пусть v - его нач. скорость.

$$v\tau - \frac{g\tau^2}{2} = h$$

$$\Rightarrow v = \frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2}$$

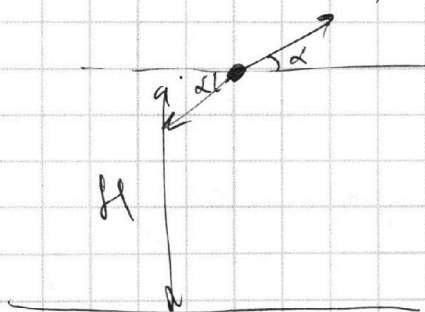
$$H = \frac{v^2 - 0^2}{2g} = \frac{\left(\frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2}\right)^2}{2g} = \frac{h^2}{2g\tau^2} + \frac{gh}{g} + \frac{g^2\tau^2}{2g} = \frac{h^2}{2g\tau^2} + h + \frac{g\tau^2}{2}$$

ордината перемещения без времени

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2}\right)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{15 \text{ м}}{1 \text{ с}} + \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с}}{2}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{(15 + 5)^2}{20} \text{ м} = \boxed{20 \text{ м}}$$

Найдём L_{max} :

Подойдём к решению задачи векторно:

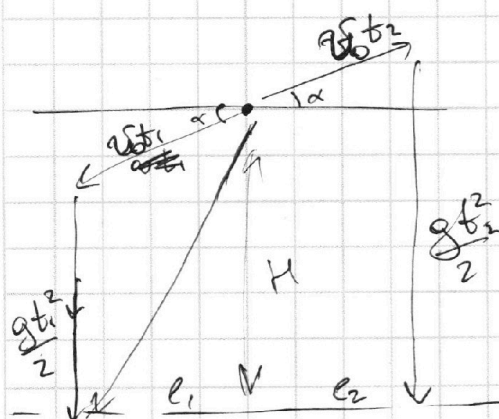


~~Внешних сил нет~~

$\Rightarrow$ ц.м. (центр масс)

будет падать (до первого удара, по крайней мере) как шарик без взрыва (с $\vec{g}$ вниз), т.е. осколки движутся

массой, то скорость второго равна $-v_0$ (по 3-й) (по 3-й).



$$\Rightarrow \frac{g t_1^2}{2} + \frac{g t_2^2}{2} = H \Rightarrow (t_1^2 + t_2^2) g = 2H$$

$$L = v_0 (t_1 + t_2) \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

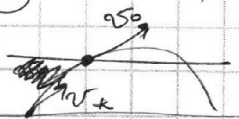
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① + ②: $g(t_1^2 + t_2^2) + 2v_0 \sin \alpha (t_1 - t_2) - 4H = 0$
 $\Rightarrow g(t_1^2 + t_2^2) - \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - 4H = 0$
 $t_1^2 + t_2^2 = \frac{4H}{g} + \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2}$
 $(t_2 - t_1)^2 = t_1^2 + t_2^2 - 2t_1 t_2 = \frac{4H}{g} + \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} - 2t_1 t_2$
 $-2t_1 t_2 = \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} - \frac{4H}{g}$
 $\Rightarrow t_1 t_2 = \frac{2H}{g}$
 $\Rightarrow t_1 + t_2 = \sqrt{(t_2 - t_1)^2 + 4t_1 t_2} = \sqrt{\frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{8H}{g}}$
т.к. $(t_1 + t_2) \cos \alpha = \frac{L}{v_0} \rightarrow \max$
 $\Rightarrow (t_1 + t_2) \cos \alpha \rightarrow \max$
 $\Rightarrow (t_1 + t_2) \cos^2 \alpha = \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{g^2} + \frac{8H \cos^2 \alpha}{g}$

Развернём во времени движение из левого кусочка. И произведём сна-
чала его, а потом запустим правый
кусочек в нормальном времени. Если
покажется, что мы запустим с земли
какой-то кусочек, затем он пролетит
точку взрыва, а потом упадёт где-то
дальше. найдём его скорость
внизу параболы:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

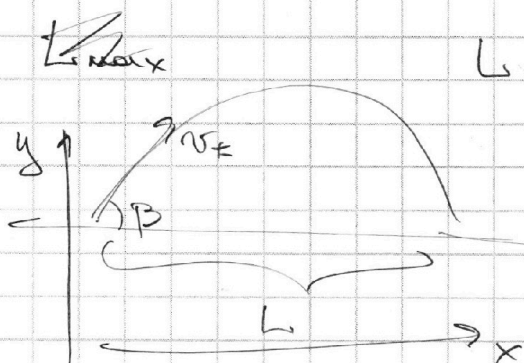
СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3C2:

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh$$
$$v_x = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$



$L \rightarrow \max$

$$L = v_x \cdot t = v_x \cos \beta \cdot \frac{2v_x \sin \beta}{g} = \frac{2v_x^2 \sin \beta \cos \beta}{g} = \frac{v_x^2 \sin 2\beta}{g}$$

при $\beta = 45^\circ$

$$\rightarrow L_{\max} = \frac{v_x^2}{g} = \frac{v_0^2}{g} + 2h = \frac{900}{10} \text{ м} + 2 \cdot 20 \text{ м} = 130 \text{ м}$$

Ответ: $H = \frac{\left(\frac{4}{2} + \frac{8^2}{2}\right)^2}{2g} = 20 \text{ м}$

$$L_{\max} = \frac{v_0^2}{g} + 2H = 130 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$m = 200 \text{ г}$$

$$L = 1,2 \text{ м}$$

$$\alpha = ?$$

$$a_1 = ?$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = ?$$

Решение:

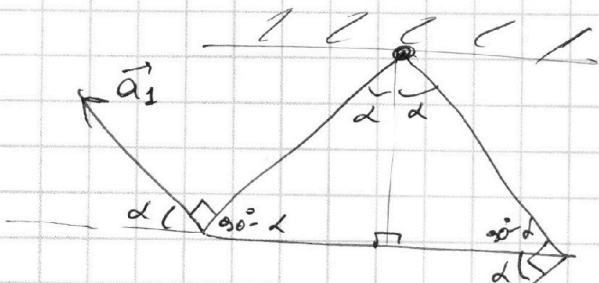
Через время dt (dt - ^{го} дифференциал ~~dt~~
 $dt \rightarrow a$) скорость m будет равна $\vec{a}_1 dt$.
 $\Rightarrow$ А шарик движется $\perp$ своей нити
 $\Rightarrow \vec{a}_1 \perp$ левой нити!

a его перемещение
 $\Delta S = \frac{\vec{a}_1 dt^2}{2}$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 0,6 = \frac{3}{5}$$

Выводим 2 В.Н. на ось $\perp \vec{a}_1$!

Т.к. система из начального покоялась ($v=0$), то работает кин. связь для ускорений на стержнях: ($\vec{a}_2 \perp$ правой нити)



$$\Rightarrow a_1 \cos \alpha = a_2 \cos \alpha$$

$$\boxed{a_2 = a_1} \equiv a$$

2 В.Н. ::

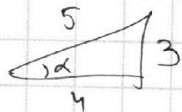
1) на ось $\parallel \vec{a}_1$ для m :

$$ma = T \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

2) на ось $\parallel \vec{a}_2$ для $2m$:

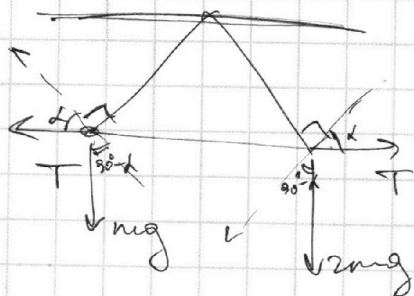
$$2ma = 2mg \sin \alpha - T \cos \alpha$$

~~cos alpha~~



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\rightarrow \begin{cases} ma = \frac{4}{5}T - \frac{3}{5}mg & (1) \\ 2ma = \frac{6}{5}mg - \frac{4}{5}T & (2) \end{cases}$$

$$\text{где } a = a_1 = a_2$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (1) = (2) \Rightarrow \frac{8}{5}T - \frac{6}{5}mg = \frac{6}{5}mg - \frac{4}{5}T$$

$$12T = 12mg$$

$$\boxed{T = mg}$$

$$a_1 = a = \frac{4T - 3mg}{5m} = \frac{mg}{5m} = \boxed{\frac{g}{5}}$$

$$\text{Ответ: } \sin \alpha = 0,6 = \frac{3}{5}$$

$$a_1 = g/5 = 2 \frac{m}{c^2}$$

$$T = mg = \boxed{2H}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\gamma = 1,4$$

$$T_0 = 200 \text{ K}$$

$$P/P_0 (V/V_0) - ?$$

$$Q_1 - ?$$

$$\eta - ?$$

$$M = 4,15 \text{ кг}$$

$$N = 25$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$\eta = \frac{1}{2}$$

Решение: п.н.т.

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{pdV + \frac{3}{2}RdT}{dT} = \frac{3}{2}R + \frac{pdV}{dT}$$

Зн-е Менделеева-Клапейрона:

$$d(PV) = d(RT) \quad PV = RT$$

$$\Rightarrow d(PV) = pdV + dP \cdot V = d(RT) = RdT$$

$$\Rightarrow C = \frac{3}{2}R + \frac{pdV}{pdV + dP \cdot V} \cdot R = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{dP \cdot V}{pdV}}$$

$$1 \rightarrow 2; C_1 = 2R \text{ и } T \uparrow$$

$$2 \rightarrow 3; C_2 = 1,5R \text{ и } T \downarrow$$

$$3 \rightarrow 1; C_3 = 2,5R \text{ и } T \downarrow$$

$$1) 1 \rightarrow 2; C_1 = 2R = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{dP \cdot V}{pdV}} = \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{dP \cdot V}{pdV} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} - \frac{dV}{V} = 0$$

Рассмотрим в общем случае;

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} \right) = \int \frac{dP}{P} + \int \frac{dV}{V} \cdot \gamma = \ln P + \gamma \ln V + \text{const} = \ln P + \ln V^\gamma + \text{const} = \ln PV^\gamma + \text{const} = 0$$

$$\Rightarrow PV^\gamma = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Результат: $\frac{dp}{p} = \frac{dV}{V}$ в $1 \rightarrow 2$ $\frac{dp}{p} - \frac{dV}{V} = 0$
 $\Rightarrow pV^{-1} = \text{const}$
 $(p = dV, \text{ где } L = \text{const})$

2) $2 \rightarrow 3$: $C_2 = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{dp}{p} \frac{dV}{dV}} = \frac{R}{1 + \frac{dp}{p} \frac{dV}{dV}}$

$\Rightarrow \frac{dp}{p} \frac{dV}{dV} = \infty$ ("число равно ∞ ")
 $\Rightarrow dV = 0$ "это изохора"

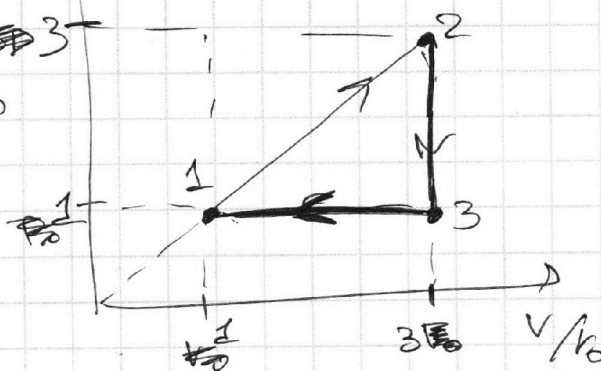
3) $3 \rightarrow 1$: $C_3 = \frac{5}{2}R = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{dp}{p} \frac{dV}{dV}}$

$\Rightarrow \frac{dp}{p} \frac{dV}{dV} = 0 \Rightarrow dp = 0$
 $\Rightarrow$ "изобара"

$T_1 = T_0 = \frac{p_0 V_0}{\gamma R}$
 $T_2 = 9T_0 = \frac{(3p_0)(3V_0)}{\gamma R}$
 $T_3 = 3T_0 = \frac{p_0 (3V_0)}{\gamma R}$

Результат $T_2 = 9T_0 \sim pV$, а $p \sim V$, то

$p_2/p_0 = V_2/V_0 = 3$, где $3^2 = 9$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

Q
 R
 m
 q
 $v_-?$
 E_0
 $v_c?$

Решение:

примем $\varphi_\infty = 0$

ЗСД:

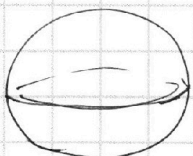
$$q\varphi_0 + K = \frac{mv^2}{2}$$

$$\varphi_0 = \int \frac{k dq}{R} = \frac{kQ}{R}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(kQq + K)}{m}} = \sqrt{\frac{2(kQq + kR)}{mR}}$$

поле внутри

$\rightarrow$ потенциал



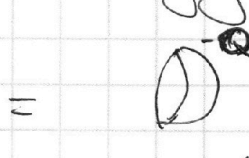
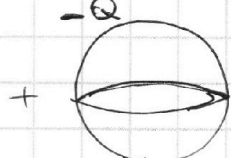
равномерно заряженной сферой - $\vec{E}$.
внутри нее равен $\vec{E}$ и равен потенциалу в центре, где $\vec{E} = \frac{kQ}{R^2}$ (в от-
счете от центра)

т.к. $d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{r}$

существование других зарядов)

Найдём потенциал φ_c следующим образом:

метод суперпозиции



$-\varphi_A$ $\leftarrow$ $\vec{E}$ симметрично

В точке c $\varphi_c = -\frac{kQ}{R} = -\varphi_A$

ЗСД: $A \rightarrow 0 \rightarrow \varphi_A = \varphi_0 + \frac{k}{q} = \frac{kQ}{R} + \frac{k}{q}$

$$\varphi_c = -\varphi_A + \frac{kQ}{R} = -\frac{k}{q}$$

ЗСД:

$\vec{E} \neq 0 \rightarrow c \rightarrow$

$$\varphi_0 q + K = \frac{mv_c^2}{2} + \varphi_c q$$

$$\frac{kQ}{R} + k = \frac{mv_c^2}{2} - K$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2(kQ + 2kR)}{mR}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow U = \sqrt{\frac{2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} Qq + kR\right)}{mR}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(Qq + 4\pi\epsilon_0 kR)}{2\pi\epsilon_0 mR}}$$

$$U_c = \sqrt{\frac{2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} Qq + 2kR\right)}{mR}} = \sqrt{\frac{(Qq + 8\pi\epsilon_0 kR)}{2\pi\epsilon_0 mR}}$$

~~Решение~~

Ответ: $U = \sqrt{\frac{(Qq + 4\pi\epsilon_0 kR)}{2\pi\epsilon_0 mR}}$

$$U_c = \sqrt{\frac{(Qq + 8\pi\epsilon_0 kR)}{2\pi\epsilon_0 mR}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L = v_0(t_1 + t_2) \cos \alpha \rightarrow t_1 + t_2 = \frac{L}{v_0 \cos \alpha}$$

$$H = \frac{g t_1^2}{2} \cdot l_2 + \frac{g t_2^2}{2} l_1$$

$$2HL = g(t_1^2 l_2 + t_2^2 l_1) \rightarrow \max$$

const

$$l_2 \sim t_2^2$$

$$l_1 = v_0 \cos \alpha t_1$$

$$t_1^2 t_2 + t_2^2 t_1 \rightarrow \max$$

$$t_1 t_2 (t_1 + t_2) \rightarrow \max$$

$$H = \frac{g t_1^2}{2} + v_0 t_1 \sin \alpha = \frac{g t_2^2}{2} + v_0 t_2 \sin \alpha$$

$$g t_1^2 + 2 v_0 \sin \alpha t_1 - 2 H = 0 \quad (1)$$

$$g t_2^2 - 2 v_0 \sin \alpha t_2 - 2 H = 0 \quad (2)$$

$$(1) - (2): g(t_1^2 - t_2^2) + 2 v_0 \sin \alpha (t_1 + t_2) = 0$$

$$(g(t_1 - t_2) + 2 v_0 \sin \alpha)(t_1 + t_2) = 0$$

$$\rightarrow g(t_2 - t_1) = 2 v_0 \sin \alpha$$

$$t_2 - t_1 = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_2 = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{L}{v_0 \cos \alpha} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha + g L}{2 g v_0 \cos \alpha}$$

$$t_1 = \frac{-2 v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{L}{v_0 \cos \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

