

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичную запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 = z(z-2) \\ yz = -2x + x^2 = x(x-2) \\ zx = -2y + y^2 = y(y-2) \end{cases}$$

(I). Заметим, что  $xy \cdot yz \cdot zx = z(z-2)x(x-2)y(y-2)$

$$x^2y^2z^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2)$$

$x, y, z$  нечетные по условию

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

Замением подставим  $xy = -2z + z^2$ :

$$(z^2 - 2z)z = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$z^2(z-2) = (x-2)(y-2)(z-2).$$
 Заметим, что

$$z \neq 2, \text{ иначе } xy = -2z + z^2 = 0 \Rightarrow \text{тогда } y=0,$$

а по усл.  $x, y$  нечетные. Значит,

$$z^2 = (x-2)(y-2) \quad (y-2)(x-2) = xy - 2(x+y) + 4$$

(II). Подставим  $xy$ :  $z^2 = z^2 - 2z - 2(x+y) + 4$

$$z = \sqrt{x+y-2-(x+y)}.$$
 Подставим  $z =$

Возьмем квадрат, зная, что это четные числа:  $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$

$$\begin{aligned} (II) \quad & (2-(x+y)-2)^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + (x+y)^2 = \\ & x^2 - 4x + (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - \\ & - 2x - 2y - 2z + 12 = x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y) - 2(2-(x+y)) + 12 = 2x - 2y - 2z = \\ & = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 8 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + 5 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(1)  $3x = -2y + y^2$  (из исходных)

(IV)  $(2-(x+y))x = y^2 - 2y$

$2x - x^2 - yx = y^2 - 2y$   $yx = z^2 - 2z$  (из исходных)

$2x - x^2 - (-2z + z^2) = y^2 - 2y$

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$

+ 5 (из III пункта) = 3 + 5 = 8

Отвт. 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{30001} = 10^{30001} - 1$$

$$\begin{aligned} n &= 10^3 - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 = \\ &= \underbrace{10 \dots 0 \dots 0}_{90003} + \underbrace{30 \dots 0}_{30001} - \underbrace{30 \dots 0}_{60001} 1 = \end{aligned}$$

$$= \underbrace{10 \dots 0}_{60001} \underbrace{30 \dots 0}_{30001} - \underbrace{30 \dots 0}_{60001} 1 =$$

$$= \underbrace{99 \dots 9}_{30000} \underbrace{70 \dots 0}_{30000} \underbrace{29 \dots 9}_{30001}$$

Ответ: 60001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle D = 90^\circ$  (т.к. отмечен  
на диаметр  $AB$ )  $\Rightarrow$

$\angle AEB = 90^\circ$  (т.к. отмечен  
на диаметр  $AB$ )

$\angle EDA = \angle EBA$  (т.к. отмечены на  
одну дугу)

Найдем  $BE$ :  $BE = 6$ ,  $AB = 8$ ,  $\angle AEB = 90^\circ \Rightarrow$  из г. Пифагора

получим, что  $AE = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sin \angle EBA = \frac{2\sqrt{7}}{8}$

$= \frac{\sqrt{7}}{4}$ .  $\angle EDA = \angle EBA \Rightarrow \sin \angle EBA = \sin \angle EDA = \frac{\sqrt{7}}{4}$

~~Найдем~~  $\sin \angle EDA = \frac{AF}{AD}$  ( $DF \perp AC$  по услов.)

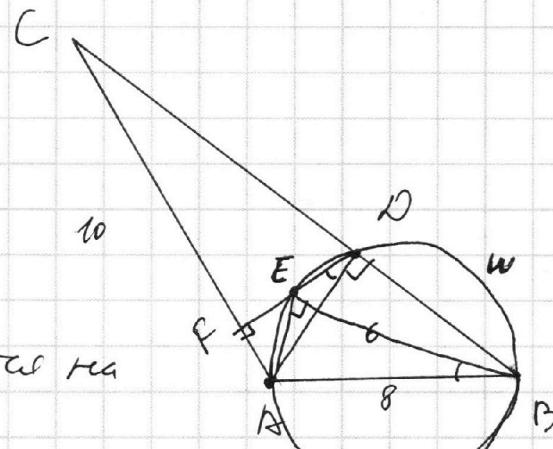
Из логарифм. соотн. прямоугл. треугр.  $AC \cdot AF = AD^2$

$AC = 10$ ,  $AD = \frac{AF}{\sin \angle EDA}$  ( $\angle FDA = \angle EDA$  т.к.  $E \in DF$ )  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AF = \frac{AD}{AC} = \frac{AF^2}{10 \sin^2 \angle EDA} \Rightarrow AF = 10 \cdot \sin^2 \angle EDA =$$

$$= 10 \cdot \frac{7}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}$$

Ответ:  $\frac{35}{8}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда всего  $x$  коробок  
Одна метка коробок вероятность выигрыша:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cancel{x} (x-3)!}{2! \cdot (x-5)!} : \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}, \text{ т.к. неизвестно,}$$

когда выигрыш, ~~если~~, значит, что можно выбрать  
одну из 3 выигрышных и 2 какие-то остальные,

а общее кол-во шансов  $\frac{x!}{5! (x-5)!}$  т.к. 5 коробок.

То есть, вероятность выигрыша  $\frac{5! \cdot (x-3)!}{2! \cdot (x-5)! x!}$

Одна 7 коробки:

анализируя, вероятность выигрыша при 7

коробках  $\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (x-3)!}{\cancel{9!} \cdot (x-7)!} : \frac{x!}{7! \cdot (x-7)!} =$

$$= \frac{7! (x-3)!}{4! x!}$$

значит, вероятность увеличилась в

$$\frac{7! (x-3)!}{4! x!} : \frac{5! (x-3)!}{2! x!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{210}{60} =$$

$$= 3,5 \text{ раза}$$

ответ 2,5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

Пусть корни  $x_1$  и  $x_2$ ,  $x_1 < x_2$

$$x_1 = a_0 + 5k, x_2 = a_0 + 6k \quad (\text{т.к. } 6\text{-й и } 7\text{-й члены арифм. прогрессии})$$

$$2) 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

Пусть корни  $x_3$  и  $x_4$ ,  $x_3 < x_4$ .

$$x_3 = a_0 + 3k, x_4 = a_0 + 8k \quad (\text{т.к. 4-й и 9-й члены арифм. прогрессии})$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a = 2a_0 + 11k \quad (\text{из F. Внешн. прогрессии: } ax + bx + c = 0, x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$$

$$x_3 + x_4 = \frac{(a^3 - 2a^2)}{3} = 2a_0 + 11k$$

$$\underline{a^2 - 2a} = \frac{\underline{a^3 - 2a^2}}{3} \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = a(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad a=0: \quad x^2 - 0x + 0 - 0 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = \sqrt{7}$$

$$3x^2 - (0-0)x + 6 - 0 = 0 \neq 0, \forall x. 3x^2 \geq 0$$

значит,  $a=0$  не может

$$\textcircled{2} \quad a=2: \quad x^2 - 0x + 4 - 2 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}$$

$$3x^2 - (2^3 - 2 \cdot 2^2)x + 6 - 32 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}}, x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow \text{противоречие, т.к. } x_2 - x_1 =$$

$$\Rightarrow k = 2\sqrt{5}, a \quad x_4 - x_3 = 5k = 2\sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$\textcircled{3} \quad a=3: \quad x^2 - (3^2 - 2 \cdot 3)x + 9 - 3 - 7 = x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{15 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{15 - \sqrt{13}}{2}; \quad 3x^2 - (3^3 - 2 \cdot 3^2)x + 6 - 3^5 = 0 \Rightarrow x_3 = \frac{75 - 5\sqrt{13}}{2}, x_4 = \frac{75 + 5\sqrt{13}}{2}$$

и первое уравнение  $x_2 - x_1 = k = \sqrt{13}$ , т.к.  $x_4 - x_3 = 5k = 5\sqrt{13} \Rightarrow \cancel{x_4 = \frac{75 + 5\sqrt{13}}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} k = \sqrt{13} \\ 5k = 5\sqrt{13} \end{cases} \rightarrow a = 3 \text{ подходит}$$

Решение:  $a = 3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~QR-код~~

①  $AB = BP$  (по ум.)

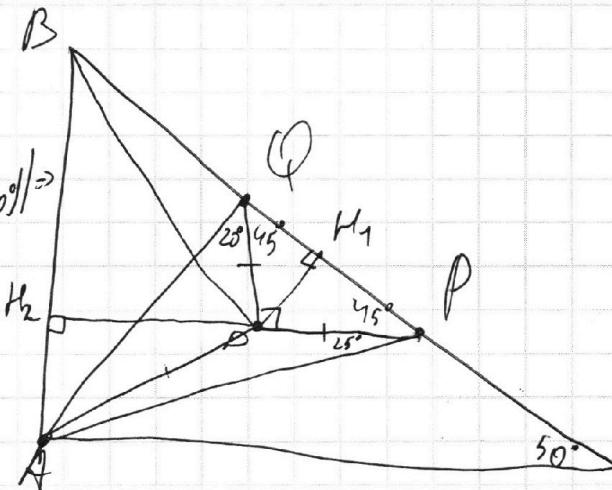
$\angle ABD \approx 40^\circ$  (т.к.  $\angle BCA = 50^\circ$ )

$\Rightarrow \angle BAP = 70^\circ = \angle BPA$

②  $AC = CQ$  (по ум.)

$\angle BCA = 50^\circ$  (по ум.)

$\Rightarrow \angle CAQ = 65^\circ = \angle CQA$



③  $\angle BAP + \angle CAQ - \angle QAP = \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$  из II и I пучков  $\angle QAP = 45^\circ$ , а т.к.

$\angle QAP = \angle DQP = 45^\circ$  (т.к.  $\angle DPA = \angle DQC$  и  $\angle DPA = \angle DQC$ )

и A и D лежат в одной полуплоскости от QP

D-члены отм. окр.  $\angle AQP \geq AD \cdot DQ = DP$

④  $\angle DQP = \angle DPA = 45^\circ$  (т.к.  $\angle DPA = \angle DQC$  и  $\angle DQC = 45^\circ$ )

$\Rightarrow$  из I пучка следует, что  $\angle AAD = 20^\circ$ , а из

II пучка что  $\angle DPA = 25^\circ$

⑤ Из IV пучка  $AD = DQ - DP \Rightarrow$  из IV пучка

$\angle QAD = 20^\circ$ ,  $\angle DAP = 25^\circ$ .  $\angle AQB = 180^\circ - \angle AQP$

$\angle AQP = \angle ABQ + \angle BAQ = 65^\circ$ ; а т.к.  $\angle ABQ$  есть  $\angle ABC \approx 40^\circ$

$\angle BAQ = 25^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle BAC + \angle QAP = 45^\circ$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

VI) Две окружности  $DH_2$  и  $DH_1$  касаются  $AB$  и  $BC$  соответственно. ( $DH_2 \perp AB$ ,  $DH_1 \perp BC$ )

из V пункта  $\angle BAD = 45^\circ \Rightarrow \triangle AH_2D$  равнобедр. ~~равнозад~~. Пусть  $AD = X$  ( $\angle QD = \frac{QP}{DP}$  т.к.  $QD$  - радиус окр.  $AQD$ ).  $DH_2 = \frac{X\sqrt{2}}{2}$ .

Решение  $\triangle QDH_1$ : он равнобедренный ( $\angle H_1 = 90^\circ$ ,  $\angle DQP = 45^\circ$  (IV пункт)), а тк.  $QD = X$ , то  $DH_1 = \frac{X\sqrt{2}}{2} \Rightarrow DH_1 = DH_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle D$  равнобедр. об соединяющая  $AB \Rightarrow$

$\Rightarrow BD$ -диагональ  $\angle ABC \Rightarrow \angle ABC = \frac{\angle ABD}{2} = 20^\circ$

Ответ  $20^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

- 1
  - 2
  - 3
  - 4
  - 5
  - 6
  - 7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C \beta(A \approx 50^\circ)$$

CABL - ?

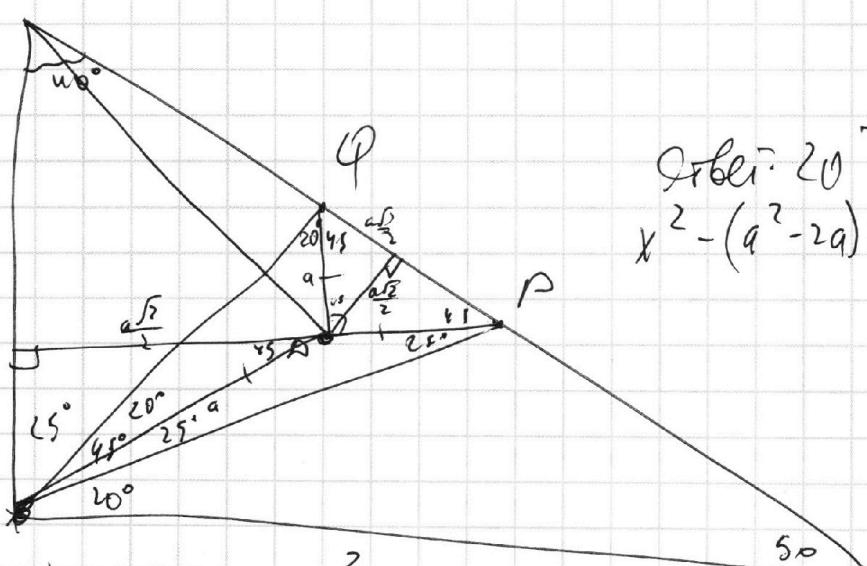
$$4f + 6s = 110$$

$$70 + 65 - \alpha = 90 \quad \alpha = 45^\circ$$

$$a^2 + b^2 = (a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac$$

$y_5, 90^\circ \rightarrow$  <sup>Q</sup> yes exp. one. exp.

八



$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$A \quad k_1 + k_2 = a^2 - 2q$$

$$x_3 + x_4 = \underline{a^3 - 2a^2}$$

$$3a^2 - 6a = a^3$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$\uparrow$        $\uparrow$

$x_1 + x_2$        $x_3 + x_4$

$$q(a-3)(a-2)$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (x^2 - 3)! / (2! \cdot (x-5)!)}{\cancel{x!} / 5! \cdot (x-5)!}$$

$$\left( \frac{2}{34} \right) \frac{3000}{4 \cdot 34!} \frac{12}{23} \frac{13}{24} \frac{14}{34}$$

$$\frac{1 \cdot (x-3)!}{2! \cdot (x-5)! \cdot \cancel{x!}} \cdot \frac{5!(x-3)!}{2! \cdot x!}$$

Задача 7:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (x-3)!}{4! \cdot (x-7)!} : \frac{x!}{7!(x-7)!} = \frac{(x-3)! \cdot 7! \cdot (x-7)!}{4! \cdot (x-7)!}$$

$$= \frac{(x-3)! \cdot 7!}{4! \cdot x!} \quad \text{Ответ: } \frac{5! \cdot (x-3)!}{2! \cdot x!} : \frac{(x-3)!}{x!} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2}$$

$$\text{График: } \frac{(x-3)!}{x!} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \frac{(x-3)!}{x!} \quad \Rightarrow \frac{60(x-3)!}{x!}$$

$$\frac{210}{60} = 2,5$$

Ответ: б) 2,5 раза

№5.

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \quad x_1, x_2 = 6-a \text{ и } 7-a$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \quad x_3, x_4 = 4-a \text{ и } 9-a$$

$$\text{Пусть } x_1 < x_2, x_3 < x_4, x_1 = x + 5k, x_2 = x + 6k, x_3 = x + 3k, x_4 = x + 8k$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \quad a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \quad a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \quad a(a^2 - 5a + 6) = 0 \quad a(a-2)(a-3) = 0$$

$$a = 0:$$

$$x^2 + 0 - 0 - 7 = 0 \quad x^2 = 7 \quad x^2 = \pm \sqrt{7} \quad 3x^2 + 6 = 0 \quad \emptyset \Rightarrow a \text{ не подходит}$$

$$a = 2:$$

$$x^2 + 4 - 2 - 7 = 0 \quad x^2 = 5 \quad x = \pm \sqrt{5} \quad 3x^2 - (8-8)x + 6 - 32 = 0$$

$$a = 3:$$

$$x^2 - 3x + 9 - 3 - 7 = 0 \quad x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (x-3)^2 = 10 \quad x = \pm \sqrt{10} \quad 3x^2 - (27-18)x + 6 - 243 = 0 \quad x^2 - 3x - 79 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad z(z-2) \quad x(x-2) \quad \cancel{\frac{x}{z}} \cancel{\frac{z}{x}} \cancel{\frac{z}{(z-2)}} \\
 & x^2y^2z^2 = kyz(z-2)(x-2)y-2 \\
 & xyz = (x-2)(y-2)(z-2) \\
 & z \cdot z(z-2) = (x-2)(y-2)(z-2) \\
 & (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = z^2(y-2) = xy - 2x - 2y + 4 \\
 & -x^2 - 4xy + 4y^2 - 4yz + 4z^2 - 4z^2 + 4z = 2z = 4 - 2x - 2y \\
 & I = x^2 - 2x - 2x + y^2 - 2y - 2y + z^2 - 2z - 2z + 12 = z^2 - 2z + 2z = 2z = 2 - x - y \\
 & = xy + yz + zx - 2x - 2y - 2z + 12 = \\
 & = xy + yz + zx - 2x - 2y - (4 - 2x - 2y) + 12 = \\
 & = xy + yz + zx - 2x - 2y - 4 + 2x + 2y + 12 = \\
 & = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + 5 \\
 & -z^2 - 2z + 2x + y^2 - 2x + 8 = (2-z-y)y = -2z + z^2 \\
 & 2y - y^2 - yz = -2z + z^2 \\
 & 2y - y^2 - x^2 + 2x = -2z + z^2 \\
 & I = x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2x - 2z = 0 \\
 & (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3 \Rightarrow \text{Ostl. 8.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & n^2 g \dots g = 10^{300001} - 1 \\
 & \underbrace{(10^{30001} - 1)}_{10^{30001}} \underbrace{(10^{30001} - 1)}_{10^{30001}} = \frac{n^3 = 10^{300003}}{(10^{30001} - 2 \cdot 10^{30001} + 1) / 10^{30001} - 1} - 1 + 3 \cdot 10^{30001} - 3 \cdot 10^{30002}
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

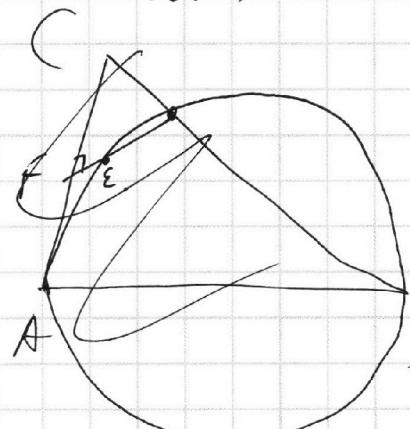
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

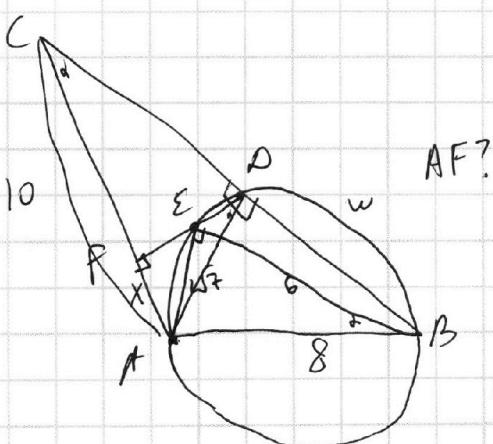
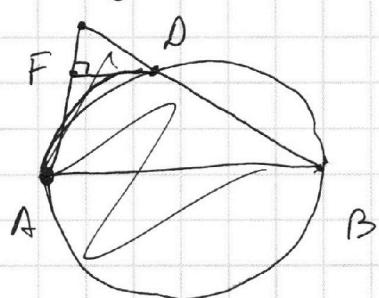
$$\begin{array}{r} & 30001 \\ \times & 0.30001 \\ \hline & 90003 \\ - & 330001 \\ \hline & 600002 \end{array}$$

600001 - ? не все

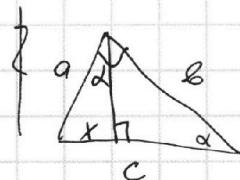
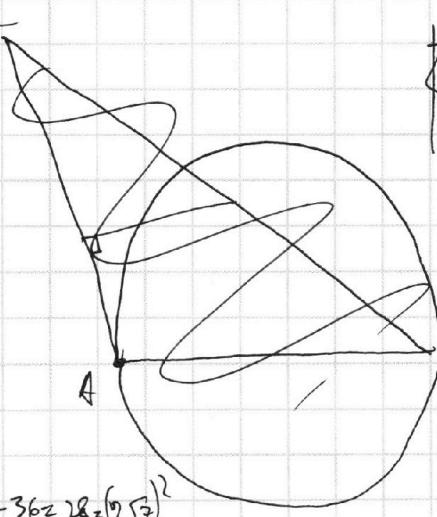
$$\begin{array}{r} 0.9999999999999999 \\ \times (1000) \\ \hline 9999999999999999 \end{array}$$



№ 3



AF?



$$\frac{x}{a} = \frac{q}{c}$$

35

$$\left(\frac{4\sqrt{7}x}{7}\right)^2 = 10x$$

$$\frac{16 \cdot 7}{49} x^2 = 10x$$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow AD = \frac{AF}{\sin \alpha} =$$

$$x = \frac{70}{16} = \frac{35}{8} = \frac{3}{\frac{4}{7}} = \frac{49}{16} = \frac{4\sqrt{7}x}{7}$$

нч.

Число корней  $x$ , тогда

$$\frac{3 \cdot (x-3) \cdot (x-4)}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)} = 0$$

$$\frac{3(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)} = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \quad x_1 + x_2 = a^2 - 2a$$

$$x^2 - \left(\frac{a^3 - 2a^2}{3}\right)x + \frac{6 - a^5}{3} = 0 \quad x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

расс  
 $x_1 < x_2, x_3 < x_4$   
 $x_1 + 5h, x_2 + 6h, x_3 + 7h, x_4 + 8h$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \quad a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0 \quad \text{реш.}$$

1)  $a=0$ : I  $x^2 - (0-2 \cdot 0)x + 0 - 0 - 7 = 0$

$$x^2 = 7 \quad x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = +\sqrt{7}$$

II:  $x^2 - \left(\frac{0-0}{3}\right)x + \frac{6-0}{3} = 0 \quad x^2 + 2 = 0 \Rightarrow \emptyset$

2)  $a=2$ :

$$x^2 - (2^2 - 2 \cdot 2)x + 4 - 2 - 7 = x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}$$

$$x^2 - \left(\frac{8-8}{3}\right)x + 6 - \frac{32}{3} = x^2 - \frac{26}{3} = 0$$

3)  $a=3$ :

$$x^2 - (9-6)x + 9 - 3 - 7 = 0 \quad x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{27-9}{3}\right)x + \frac{6-3^5}{3} = x^2 - 3x + 2 - 81 = x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 79 = 9 + 316 - 4 = 325 = 5 \cdot 65 = 5(5\sqrt{13})^2$$

$$x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 5k = 5\sqrt{13} \Rightarrow a = 3 \text{ можно}$$