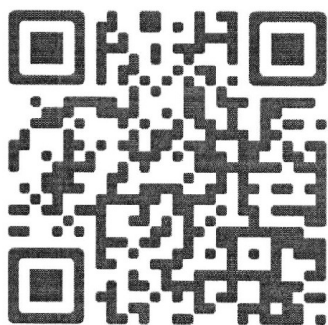




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 = z(z-2) \\ yz = -2x + x^2 = x(x-2) \\ zx = -2y + y^2 = y(y-2) \end{cases}$$

I Заметим, что $xy \cdot yz \cdot zx = z(z-2) \cdot x(x-2) \cdot y(y-2)$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2)$$

x, y, z нечетные по условию

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

Заменим $xy = -2z + z^2$:

$$(z^2 - 2z)z = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$z^2(z-2) = (x-2)(y-2)(z-2). \text{ Заметим, что}$$

$z \neq 2$, иначе $xy = -2z + z^2 = 0 \Rightarrow$ хотя бы $y=0$,

а по ум. x, y нечетные. Значит,

$$z^2 = (x-2)(y-2) \quad (x-2)(y-2) = xy - 2(x+y) + 4$$

II Подставим xy : $z^2 = z^2 - 2z - 2(x+y) + 4$

$$z = x+y-2 \quad \text{Подставим } z$$

выражение, значит, которое нужно найти: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$

$$\begin{aligned} (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + (x+y-2)^2 \\ &= x^2 - 4x + y^2 - 4y + x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 4y + 4 \\ &= 2x^2 + 2y^2 + 2xy - 8x - 8y + 8 \\ &= 2(x^2 + y^2 + xy - 4x - 4y + 4) \\ &= 2(x-1)^2 + 2(y-1)^2 + 2(z-1)^2 + 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~III~~ $2x = -2y + y^2$ (из системы)

IV $(2 - (x+y))x = y^2 - 2y$

$$2x - x^2 - yx = y^2 - 2y$$

$$yx = z^2 - 2z \text{ (из системы)}$$

$$2x - x^2 - (-2z + z^2) = y^2 - 2y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + 5$$

$$+ 5 \text{ (из III пункта)} = 3 + 5 = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

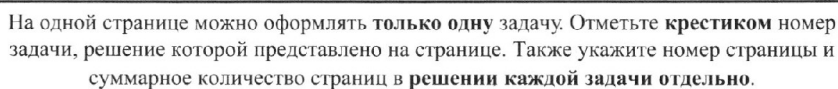
$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{30001} = 10^{30001} - 1$$

$$n^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 =$$
$$= 1 \underbrace{0 \dots 0}_{90003} + 3 \underbrace{0 \dots 0}_{30001} - 3 \underbrace{0 \dots 0}_{60001} 1 =$$

$$= 1 \underbrace{0 \dots 0}_{60001} \underbrace{30 \dots 0}_{30001} - 3 \underbrace{0 \dots 0}_{60001} 1 =$$

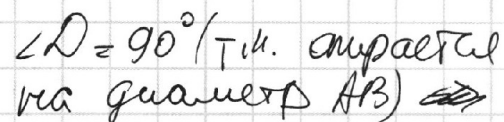
$$= \underbrace{99 \dots 9}_{30000} \underbrace{70 \dots 0}_{30000} 2 \underbrace{9 \dots 9}_{30001}$$

Ответ: 60001



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = 90^\circ$ (т.ч. опирается на диаметр AB)

$\angle EDA = \angle EBA$ (т.к. опущен перпендикуляр на одну сторону)

Реш. ~~ЕБ~~ $BE=6, AB=8, \angle AEB=90^\circ \Rightarrow$ из т. Пифагора

найдем, что $AE = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sin \angle EBA = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

$$= \frac{\sqrt{7}}{4}. \angle EDA = \angle EBA \Rightarrow \sin \angle EBA = \sin \angle EDA = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

~~Proof AB = AC~~ Since $\angle EDA = \frac{AD}{AO} \frac{AF}{AO}$ ($DF \perp AC$ no ques.)

Из метрич. соотн. применяя теор. АС. АЕ = АД²

$$AC \approx 10, AD \leq \frac{AF}{\sin \angle EDA} \quad (\angle FDA \approx \angle EDA \text{ m. } E \in DF) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = \frac{AO^2}{AC} = \frac{AF^2}{10 \sin^2 \angle EDA} \Rightarrow AF = 10 \cdot \sin^2 \angle EDA$$

$$= 10 \cdot \frac{7}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}$$

Ober: $\frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего x коробок
для пяти коробок вероятностей выпрыгива:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cancel{5} (x-3)!}{2! \cdot (x-5)!} : \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}, \text{ т.к. } \cancel{\text{количество}}$$

когда выпрыгивает, ~~то~~ ₄ значит, что точно один
открыт 3 выпрыгива и 2 какие-то остальные,

а общее кол-во случаев $\frac{x!}{5! (x-5)!}$ т.к. 5 коробок.

То есть, вероятность выпрыгива $\frac{5! \cdot (x-3)!}{2! \cdot (x-5)! \cdot x!}$

Для 7 коробок:

аналогично, вероятность выпрыгива для 7
коробок

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (x-3)!}{\cancel{5} 4! \cdot (x-7)!} : \frac{x!}{7! \cdot (x-7)!} =$$

$$= \frac{7! (x-3)!}{4! x!}$$

значит, вероятность увеличилась в

$$\frac{7! (x-3)!}{4! x!} : \frac{5! (x-3)!}{2! x!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{210}{60} =$$

$= 2,5$ раз

ответ: 2,5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

Пусть корни будут x_1 и x_2 , $x_1 < x_2$

$$x_1 = a_0 + 5k, x_2 = a_0 + 6k \quad (\text{т.к. 6-й и 7-й члены арифм. прогрессии})$$

($k > 0$)

$$2) 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

Пусть корни x_3 и x_4 , $x_3 < x_4$.

$$x_3 = a_0 + 3k, x_4 = a_0 + 8k \quad (\text{т.к. 4-й и 9-й члены арифм. прогрессии})$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a = 2a_0 + 11k$$

$$x_3 + x_4 = (a^3 - 2a^2) = 2a_0 + 11k \quad (\text{как из 5. Введи: } ax + bx + c = 0 \text{ } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$$

$$\frac{a^2 - 2a}{3} = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = a(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

$$\textcircled{I} a=0: x^2 - 0x + 0 - 0 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = \sqrt{7}$$

$$3x^2 - (0 - 0)x + 6 - 0 = 0 \quad \emptyset, \text{ т.к. } 3x^2 \geq 0$$

Значит, $a=0$ не подходит

$$\textcircled{II} a=2: x^2 - 0x + 4 - 2 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}$$

$$3x^2 - (2^3 - 2 \cdot 2^2)x + 6 - 32 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_3 = -\sqrt{\frac{26}{3}}, x_4 = \sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow \text{противоречие, т.к. } x_2 - x_1 =$$

$$= k = 2\sqrt{5}, \text{ а } x_4 - x_3 = 5k = 2\sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$\textcircled{IV} a=3: x^2 - (3^2 - 2 \cdot 3)x + 9 - 3 - 7 = x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1.5 + \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$$x_2 = 1.5 - \frac{\sqrt{13}}{2} \quad 3x^2 - (3^3 - 2 \cdot 3^2)x + 6 - 3^5 = 0 \Rightarrow x_3 = 1.5 - \frac{5\sqrt{13}}{2}, x_4 = 1.5 + \frac{5\sqrt{13}}{2};$$

$$\text{из первого уравнения } x_2 - x_1 = k = \sqrt{13}, \text{ из второго } x_4 - x_3 = 5k = 5\sqrt{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} k = \sqrt{13} \\ 5k = 5\sqrt{13} \end{cases} \Rightarrow a = 3 \text{ поскольку}$$

Ответ: $a = 3$

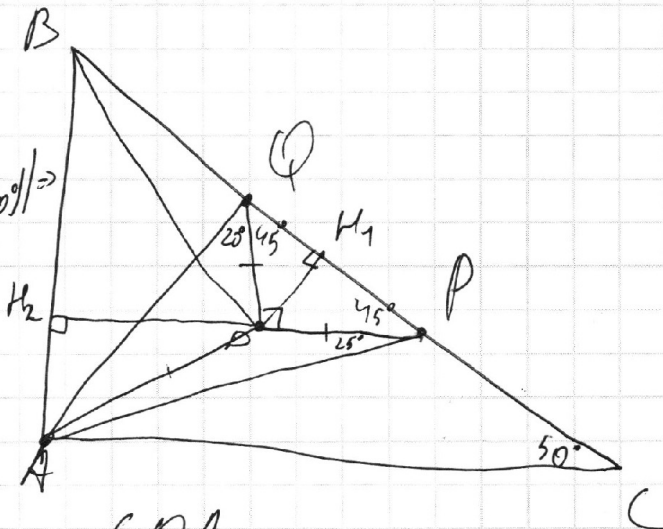


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~BP = BQ~~
I. $AB = BP$ (по ум.)

$\angle ABC = 40^\circ$ (т.к. $\angle BCA = 50^\circ$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAP = 70^\circ = \angle BPA$

II. $AC = CQ$ (по ум.)

$\angle BCA = 50^\circ$ (по ум.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAQ = 65^\circ = \angle CQA$

III. $\angle BAP + \angle CAQ - \angle QAP = \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ из II и I пунктов $\angle QAP = 45^\circ$, а т.к.

$\angle PQR = 90^\circ$ (по ум.) / $\Rightarrow$ то есть $\angle PQR = 2\angle QAP$,
и A и D лежат в одной полупрямой от QR

D - центр. ошн. окр. $\triangle AQR \Rightarrow AD \cdot DQ = DR$

IV. $\angle DQR = \angle DRQ = 45^\circ$ (т.к. $QR = DQ$ и $\angle PQR = 90^\circ$)

$\Rightarrow$ из I пункта следует, что $\angle AQR = 20^\circ$, а из

II пункта, что $\angle BAP = 25^\circ$

V. Из IV пункта $AD = DQ = DR \Rightarrow$ из IV пункта

$\angle QAD = 20^\circ$, $\angle DAP = 25^\circ$. $\angle AQR = \angle ARQ$, $\angle DQR = 45^\circ$

$\angle AQR = \angle ARQ + \angle BAQ = 65^\circ$, а т.к. $\angle ABC$ есть $\angle ABC = 40^\circ$,

$\angle BAQ = 25^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle BAQ + \angle QAD = 45^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

VI Пусть высоты DN_2 и DN_1 на AB и BC соответств. ($DN_2 \perp AB$, $DN_1 \perp BC$)
Из V пункта $\angle BAD = 45^\circ \Rightarrow \triangle AN_2D$ равнобедр.
~~равноб.~~ Пусть $AD = X$ ($= QD =$ ~~QP~~ т.к. D центр
окр. $\triangle AQP$). $DN_2 = \frac{X\sqrt{2}}{2}$.
Р-ции $\triangle QDN_1$: он равнобедренный
(т.к. $\angle N_1 = 90^\circ$, $\angle DQP = 45^\circ$ (IV пункт)), а т.к. $QD =$
 $= X$, то $DN_1 = \frac{X\sqrt{2}}{2} \Rightarrow DN_1 = DN_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow D$ равноуд. от сторон угла $ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow BD$ - бис. $\angle ABC \Rightarrow \angle DBC = \frac{\angle ABC}{2} = 20^\circ$
Ответ 20°



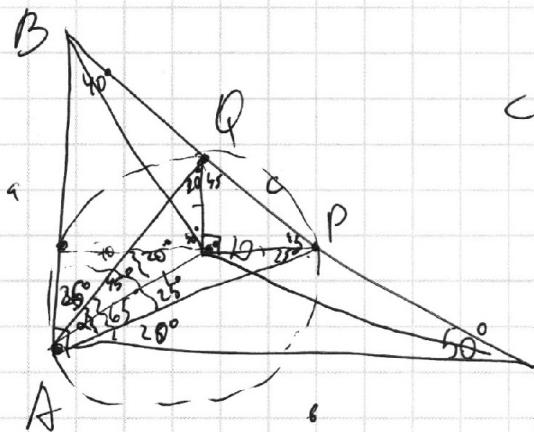
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7.



$$\angle B(A \approx 50^\circ)$$

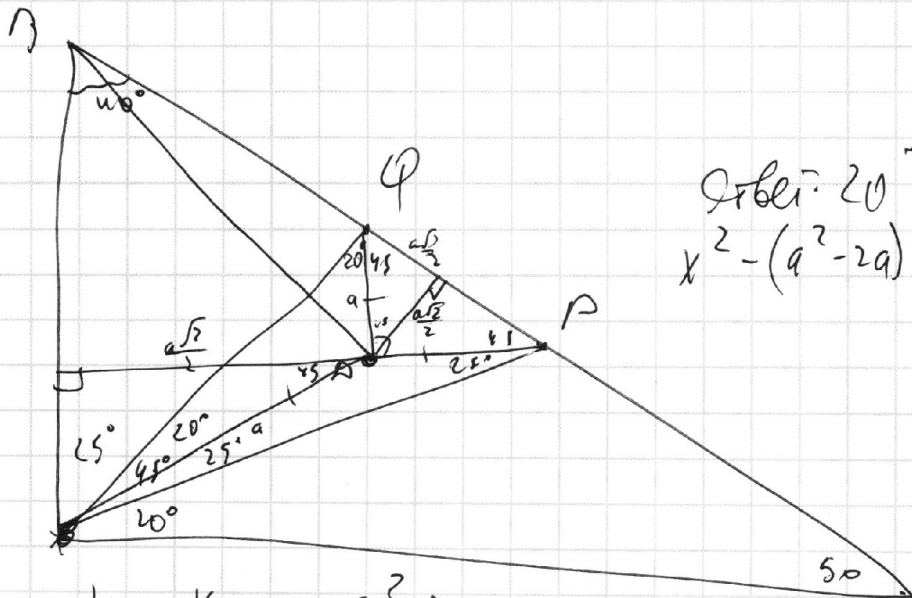
$$\angle BLC = ?$$

$$45 + 65 = 110$$

$$70 + 65 - \alpha = 90 \quad \alpha = 45^\circ$$

$$a^2 + b^2 = (a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac$$

$$45, 90^\circ \rightarrow \text{центр } P \text{ осн. Окр.}$$



$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^3 - a - 7 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 2a$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{a}$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \quad a \cdot (a-3)(a-2)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дана 5:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (x^2 - 3)!}{5! \cdot (x-5)!} = \frac{1 \cdot (x-3)!}{2! \cdot (x-5)! \cdot \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}} = \frac{5! \cdot (x-3)!}{2! \cdot x!}$$

Дана 7:

$$\frac{1 \cdot 1 \cdot (x-3)!}{4! \cdot (x-7)!} = \frac{x!}{7! \cdot (x-7)!} = \frac{(x-3)! \cdot 7! \cdot (x-7)!}{4! \cdot (x-7)!}$$

$$= \frac{(x-3)! \cdot 7!}{4! \cdot x!}$$

Сравн $\frac{(x-3)!}{x!} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = \frac{210 \cdot (x-3)!}{x!} = \frac{60 \cdot (x-3)!}{x!}$

$$\frac{210}{60} = 2,5$$

Ответ: 6 2,5 раз

NS.

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$x_1, x_2 = 6-a \text{ и } 7-a$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$x_3, x_4 = 4-a \text{ и } 9-a$$

Пусть $x_1 < x_2$, $x_3 < x_4$, $x_1 = x + 5k$, $x_2 = x + 6k$, $x_3 = x + 3k$, $x_4 =$

$$= x + 8k \quad x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \quad a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \quad a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0 \quad a(a-2)(a-3) = 0$$

$$a = 0:$$

$$x^2 + (0-0)x + 0-0-7 = 0 \quad a = 5:1$$

$$x^2 = 7 \quad x^2 = \pm \sqrt{7} \quad 3x^2 + 6 = 0 \quad \Rightarrow a \text{ не подходит}$$

$$a = 2:$$

$$x^2 + 4 - 2 - 7 = 0 \quad x^2 = 5 \quad x = \pm \sqrt{5}$$

$$3x^2 - (8-8)x + 6-32 = 0$$

$$a = 3:$$

$$x^2 - 3x + 9 - 3 - 7 = 0 \quad x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (x-3)^2 = 10$$

$$3x^2 = 25 \quad x = \pm \frac{5}{\sqrt{3}} \quad x^2 - 3x - 79 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x, y, z &\neq 0 \\ \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} & \quad \begin{aligned} & z(z-2) \\ & x(x-2) \\ & y(y-2) \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\frac{xy}{z} = \frac{z(z-2)}{x(x-2)}$$

$$\frac{x^2 y^2 z^2}{y^2 z^2 x^2 (x-2)^2} = \frac{xy z (z-2)(x-2)(y-2)}{xy z (z-2)(x-2)(y-2)}$$

$$\frac{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2}{2} = \frac{xy + yz + zx - 2x - 2y - 2z + 12}{2}$$

$$\frac{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2}{2} = \frac{xy + yz + zx - 2x - 2y - 2z + 12}{2}$$

$$\frac{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2}{2} = \frac{xy + yz + zx - 2x - 2y - 2z + 12}{2}$$

$$I = x^2 - 2x - 2x + y^2 - 2y - 2y + z^2 - 2z - 2z + 12 =$$

$$= xy + yz + zx - 2x - 2y - 2z + 12 =$$

$$= xy + yz + zx - 2x - 2y - (4 - 2x - 2y) + 12 =$$

$$= xy + yz + zx + 8 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 2y + 8 =$$

$$= (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + 5$$

$$\frac{z^2 - 2z + zx + x^2 - 2x + 8}{(2-z-y)y} = \frac{-2z + z^2}{2y - y^2 - yz} = \frac{-2z + z^2}{2y - y^2 - x^2 + 2x} = \frac{-2z + z^2}{-2z + z^2}$$

$$II \quad x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3 \Rightarrow \text{Ответ: } 8.$$

$$n^2 \cdot 9 \dots 9 = 10^{300001} - 1$$

$$(10^{300001} - 1) \cdot (10^{300001} - 1) = 10^{600002} - 2 \cdot 10^{300001} + 1$$

$$n^2 = 10^{600002} - 2 \cdot 10^{300001} + 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

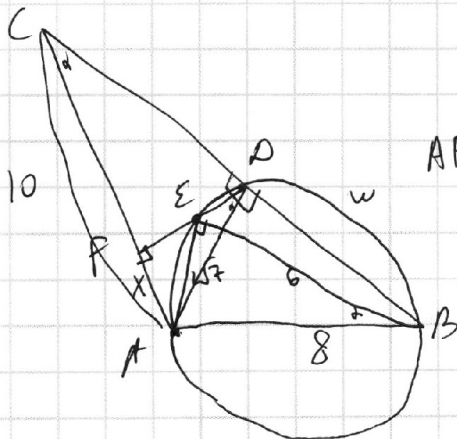
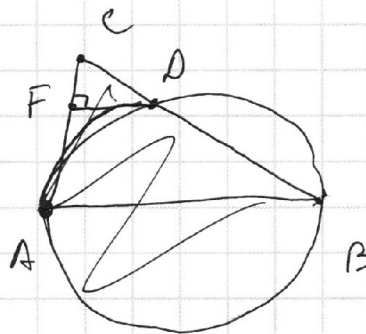
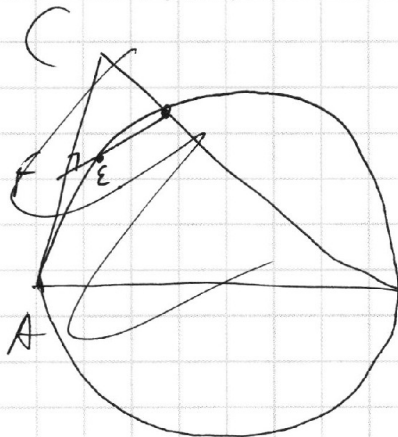
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 10.30001 \\ - 330001 \\ \hline 60002 \end{array}$$

600001 - ? по числу

$$\begin{array}{r} 0.97039...9 \\ \hline 30000 \end{array}$$

$\sqrt{2} \cdot 3$



AF?

$$64 - 36 = 28 = (2\sqrt{7})^2$$

$$\left(\frac{4\sqrt{7}x}{7}\right)^2 = 10x$$

$$\frac{16 \cdot 7}{7} x^2 = 10x$$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow AD = \frac{AF}{\sin \alpha} = \frac{x}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{4x}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}x}{7}$$

н.ч.

Пусть породил x , тогда вероятность

$$\frac{3(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6) \cdot 7! \cdot (x-7)!}$$

$$\frac{3 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x-4)}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \quad x_1 + x_2 = a^2 - 2a$$

$$x^2 - \left(\frac{a^3 - 2a^2}{3}\right)x + \frac{6 - a^5}{3} = 0 \quad x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

rem
 $x_1 < x_2, x_3 < x_4$
 $x+5k \quad x+6k \quad x+7k \quad x+8k$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \quad a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0 \quad \text{атер.}$$

1) $a=0$: I $x^2 - (0 - 2 \cdot 0)x + 0 - 0 - 7 = 0$

$$x^2 = 7 \quad x_1 = -\sqrt{7}; x_2 = +\sqrt{7}$$

II: $x^2 - \left(\frac{0-0}{3}\right)x + \frac{6-0}{3} = 0 \quad x^2 + 2 = 0 \Rightarrow \emptyset$

2) $a=2$:

$$x^2 - (2^2 - 2 \cdot 2)x + 4 - 2 - 7 = x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}$$

$$x^2 - \left(\frac{8-8}{3}\right)x + \frac{6 - \frac{32}{3}}{3} = x^2 - \frac{26}{9} = 0$$

3) $a=3$:

$$x^2 - (9-6)x + 9-3-7 = 0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{27-9}{3}\right)x + \frac{6-3^5}{3} = x^2 - 3x + 2 - 81 = x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 79 = 9 + 316 = 325 = 5 \cdot 65 = 5(5\sqrt{13})^2$$

$$x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 5k = 5\sqrt{13} \Rightarrow a = 3 \quad \text{можется}$$