



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{aligned} \text{замечим, что } n! + (n+1)! + (n+2)! &= ((n+1)(n+2) + (n+1) + 1) \cdot \\ \times n! &= (n^2 + 3n + 2 + n + 1 + 1) \cdot n! = (n^2 + 4n + 4) n! = \\ &= (n+2)^2 \cdot n!, \text{ значит } (n+2)^2 \cdot n! : 361 \end{aligned}$$

нужно заметить, что 361 — простое, т.е. не делится

на все натуральные от 2 до 19 включ., а $19^2 = 361 > 361$,

значит, либо $n! : 361$ либо $(n+2)^2 : 361$,

или $n! : 361 \Rightarrow n \geq 361$, или $(n+2)^2 : 361 \Rightarrow$

$n+2 : 361 \Rightarrow n \geq 359$, т.е. $359 < 361$, то

мин $n = 359$

ответ: $n = 359$;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

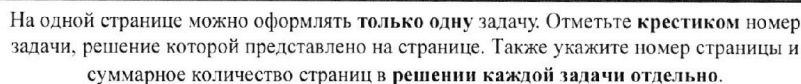
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

график быть в членом системы. Тогда min членом будет
3. $2 \geq 6$, а min членом членом будет 2^2 , член
 $p = p_1^2 = 2^2 = 4$ (т.е. min членом $a, b, \dots, z : 2 \Rightarrow \min 2$,
beg $\neq 0$)

$$\begin{aligned} & \text{11} \\ (n+2)^2 &= 5^2 \cdot 2^6 \Rightarrow 5(n+2)^2 = 5^3 \cdot 2^6 \Rightarrow N = 5 \cdot 2^2 = \\ &= 20 \end{aligned}$$

Orben: $N = \min 20$



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + \cancel{(n+4)^2} = 5n^2 + 2n + 4n + 6n + 8n +$$
$$+ 1 + 4 + 9 + 16 = 5n^2 + 20n + 30,$$

menyis $5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$

$$\begin{aligned} 5n^2 + 20n + 20 &= W^3 = 5(n^2 + 4n + 4) = \\ &= 5(n+2)^2 \end{aligned}$$

menyus m.c. $N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 5^3$

мы имеем $(n+2)^2 = 5^2 \cdot p^3$, где p простое
число $\in \mathbb{N}$ и $n, n. N > 6$, но $N^3 > 6^3 > 5^3 \Rightarrow$

$p \neq 1$, меняя представления p как произведение простых

Wann $p_1^{a_1} \cdot p_2^{b_1} \dots p_x^{z_1} \Rightarrow p^3$ dann $p_1^{3a_1} \cdot p_2^{3b_1} \dots p_x^{3z_1}$

знамен; н.д. $\frac{(n+2)^2}{5^2}$ то знамен чисел, но и

ρ^3 zur Seiten-Ansicht $\Rightarrow$ Länge $p_1, p_2, \dots, p_x,$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

теперь им $x \leq -1$, но ~~$\sqrt{a+2x-1}$~~

~~$\sqrt{a+2x-1}$~~ н.с. $|7-2x| = 7-2x$, н.с.

$x \leq -1$, теперь упрости и получи $(|\sqrt{a}+6|$ всегда

можно заменить на $\sqrt{a}+6$ ведь $\sqrt{a}+6 \geq 0$)

$$\sqrt{a}+6 \geq |\sqrt{a}+2x-1|+7-2x$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{a}+2x-1 \geq |\sqrt{a}+2x-1|$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{a}+2x-1 \geq 0$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{a} \geq 1-2x \quad \text{возведем в квадрат н.с.}$$

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad 1-2x \geq 0$$

$\Downarrow$

$$a \geq 1-4x+4x^2$$

$\Downarrow$

$$x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2$$

$\Downarrow$

$$0 \geq 4-2x+3x^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \geq 4 - 2x + 3x^2 = (x-1)^2 + 3 + 2x^2$$

$$\text{н.к. } (x-1)^2 + 3 + 2x^2 > 0, \text{ то}$$

повторимое, доказано, что для $3 \leq x \leq 3,5$
все работает, $|\sqrt{a} + 2x - 1| = \sqrt{a} + 2x - 1$ н.к. оно ≥ 0 ,

$$\text{теперь } |7 - 2x| = 7 - 2x \text{ н.к. } 0 \geq 0$$

||

$$\sqrt{a} + 6 \geq \sqrt{a} + 2x - 1 + 7 - 2x = \sqrt{a} + 6$$

- верно, значит $3 \leq x \leq 3,5$

Итого: $3 \leq x \leq 3,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = x^2 - 2x - 3$, т.к. a под корнем, $a \geq 0 \Rightarrow$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 2x + 3$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; \infty)$$

теперь если в нашем уравнении

x будет $> 3,5$; но т.к. $a \geq 0$, то $\sqrt{a} + 6 \geq 0$,

так как при $x > 3,5$ $2x - 1 > 0$, то и $\sqrt{a} + 2x - 1 > 0$,

значит. мы можем у них убрать модули, теперь т.к.

при $x > 3,5$ $7 - 2x < 0$, то $|7 - 2x| = 2x - 7$

$\Downarrow$

упрости все

$$\sqrt{a} + 6 \geq \sqrt{a} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$\Downarrow$

$$14 \geq 4x$$

$$3,5 \leq x \quad \text{— проверка}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12) (49 - 7 + 1)(49 - 7 + 1) = 43^2$$

$$13) (49 - 7 + 1)(49 - 7 + 1) = 43^2$$

Ответ: *знаем всего способов* $= 45^2 + 4(42 \cdot 46) +$

$$+ 4(41 \cdot 47) + 2 \cdot 44 \cdot 42 + 2 \cdot 43^2 = 24215$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно посчитать кол-во способов расставить камушки

(у нас одна клетка квадрата 49×49), значит.

1) (кол-во способов расставить в строку) $\rightarrow (49 - a + 1)$

где a ширина фигуры 2) кол-во в столбец $\rightarrow$

$\rightarrow (49 - b + 1)$ и суммарное кол-во способов - это

$$(49 - a + 1)(49 - b + 1)$$

~~где~~ все камушки способа:

$$1) (49 - 5 + 1)(49 - 5 + 1) = 45^2$$

$$2) (49 - 8 + 1)(49 - 4 + 1) = 42 \cdot 46$$

$$3) (49 - 9 + 1)(49 - 3 + 1) = 41 \cdot 47$$

$$4) (49 - 4 + 1)(49 - 8 + 1) = 46 \cdot 42$$

$$5) (49 - 8 + 1)(49 - 4 + 1) = 46 \cdot 42$$

$$6) (49 - 3 + 1)(49 - 9 + 1) = 47 \cdot 41$$

$$7) (49 - 3 + 1)(49 - 9 + 1) = 47 \cdot 41$$

$$8) (49 - 8 + 1)(49 - 4 + 1) = 42 \cdot 46$$

$$9) (49 - 9 + 1)(49 - 3 + 1) = 41 \cdot 47$$

$$10) (49 - 6 + 1)(49 - 8 + 1) = 44 \cdot 42$$

$$11) (49 - 8 + 1)(49 - 6 + 1) = 42 \cdot 44$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

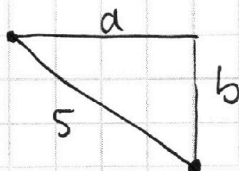
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



рассмотрим варианты a и b ,

где a и $b \in \mathbb{Z}$;

$$a^2 + b^2 = 25$$

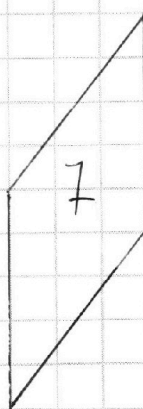
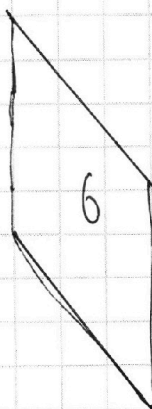
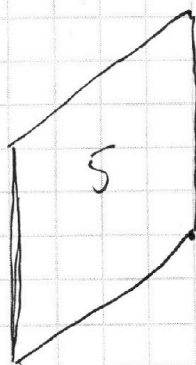
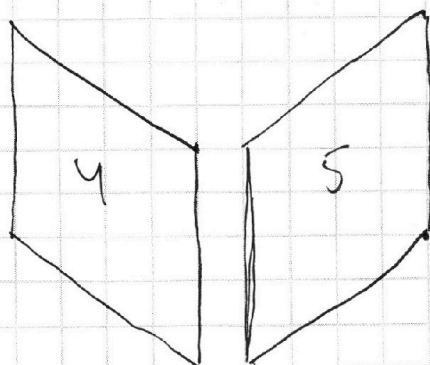
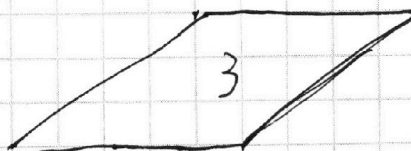
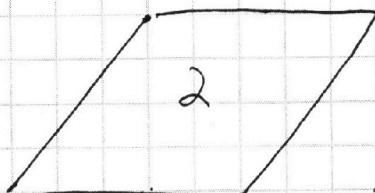
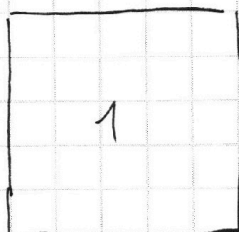
(1)
 $a=0 \quad b=5$

$$a=3 \quad b=4$$

$$a=4 \quad b=3$$

$$a=5 \quad b=0$$

теперь нарисуем все фигуры



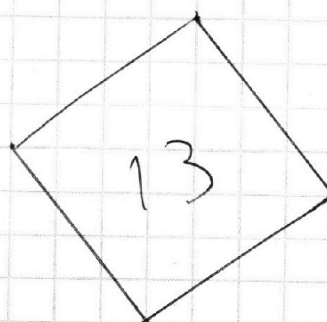
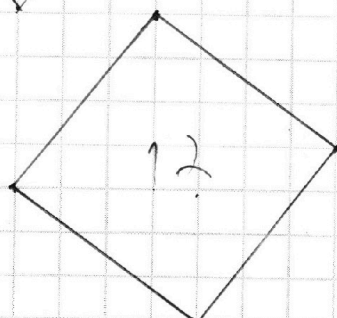
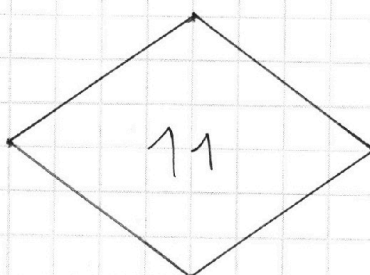
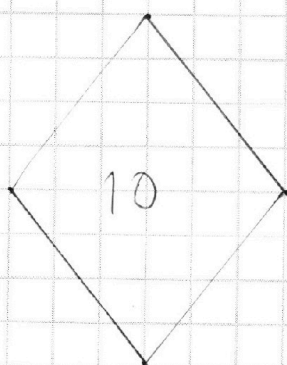
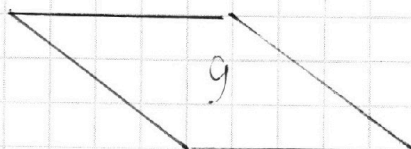
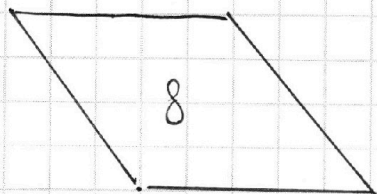


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



группа фарматов чет



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

теперь $2^{x-b} + 90 = 19 \cdot 2^b$

1) если $19 \cdot 2^b$ - четн $\Rightarrow b = 0$, то тогда 2^{x-b} - четн. $\Rightarrow 19 \cdot 2^b$ - четн.

2) если 2^{x-b} - четн, то $x = b > 2$
 $\Downarrow$
 $19 \cdot 2^b$ четн
 $\Downarrow$
 2^{x-b} четн

3) теперь 2^{x-b} - четн и $19 \cdot 2^b$ - четн
 $\Downarrow$
разделим на 2

Сведем:

$$2^{x-b-1} + 45 = 19 \cdot 2^{b-1}$$

1) если 2^{x-b-1} - четн, то $x = b+1$ и $45 + 2^{x-b-1} = 46$,
но $45 \nmid 19$

2) если 2^{x-b-1} - четн, то $19 \cdot 2^{b-1}$ - четн, значит $b = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

но тогда

$$2^{x-6-1} + 45 = 19$$

$$1 \geq 0$$

противоречие, значит, сд вариант

$$x=8; y=83$$

Ответ: $x=8; y=83$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$45 + 19 \cdot 2^{a-1} = 2^{x-a-1}$$

1) ~~нечет~~

1) ~~нечет~~ 2^{a-1} - нечет, но $a=1$, тогда

$$2^{x-a-1} - \text{нечет} \quad \text{и} \quad 2^{x-a-1} = 45 + 19 = 64 = 2^6$$

$$\downarrow$$
$$x = 8$$

$$\downarrow$$
$$y = 83$$

2) ~~нечет~~ 2^{a-1} - нечет, но 2^{x-a-1} - нечет $\Rightarrow$

$$\otimes \quad 2^{x-a-1} = 1, \text{ но } 1 < 45 + 19 \cdot 2^{a-1} -$$

- проверка

$$2) \text{ ~~нечет~~ } y + 45 = 19 \cdot 2^b \text{ (где } b - \text{ натур. число)}$$

$$\downarrow$$
$$y - 45 = 2^{x-b}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$y \geq 46$$

$$\Downarrow$$
$$x > 2$$

$$\Downarrow$$
$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\Downarrow$$

$$1) y-45 : 19$$

$$\Downarrow$$

$$2) y+45 : 19 \text{ (н.к. 19-нечетное)}$$

$$1) \text{ пусть } y-45 = 19 \cdot 2^a \text{ (где } a \text{ произвольное число)}$$

$$\Downarrow$$

$$y+45 = 2^{x-a}$$

тогда

$$90 + 19 \cdot 2^a = 2^{x-a}$$

$$\text{или } 2^{x-a} \neq 2, \text{ то}$$

$$2^a : 2 \text{ н.к. } x-a=0 \Rightarrow x=a$$

$$\Downarrow$$
$$a > 2$$

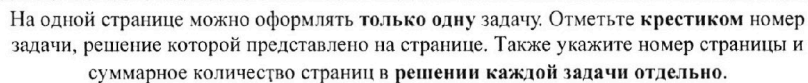
$$\Downarrow$$

$$2^{x-a} : 2,$$

$$\text{значит } 2^{x-a} : 2^a$$

$$\Downarrow$$
$$2^a : 2$$

получим $x=2$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

↵ ИЗ ↵

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5

$$x^2 - 6x + a: a^2 - 5a \leq 8$$

$$\frac{11}{a \leq 7}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 8 - \max$$

$$a^2 - 5a = 8$$

2) Gegeben a und $0m - a$, g_0, g_1

negativ; $(a \text{ ~~von~~ } 2,5 + 1,5\sqrt{3})$

Всего Всплеск транзита, вода 8

Рыжиков



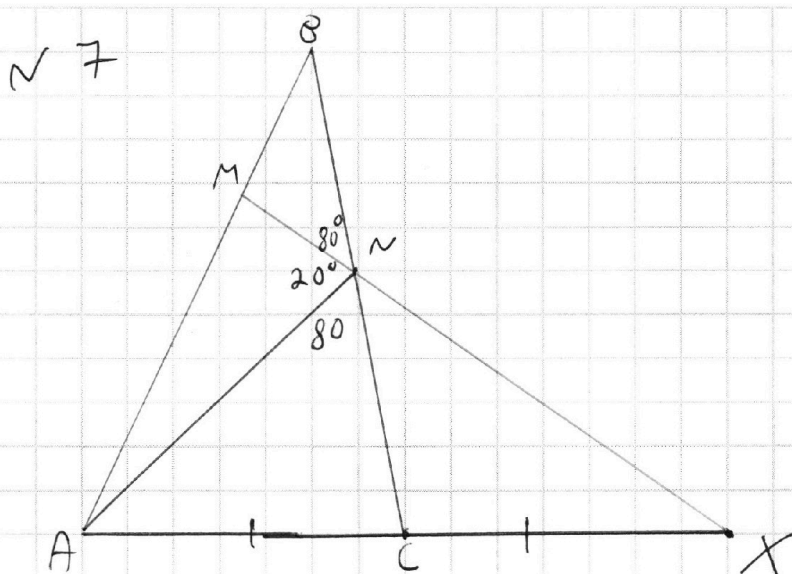
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



найдем пересечение MN и AC (точка X)

по теореме Менелая

по теореме
м.к. $\angle MNC > \frac{180}{2}$

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CX}{AX} = 1$$

||

$$\frac{2 \cdot BM \cdot NC}{BM \cdot NC} \cdot \frac{CX}{AX} = 1$$

||

$$CX = \frac{1}{2} AX$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пелеръ $\angle MNB = \angle (NX \text{ нарисован треугольник}) =$

$= 80^\circ$, так $\angle ANC = \angle CNX$ и $AC = CX$, то

$\triangle ANX$ - равн.

||
угол при основании $= \frac{180 - 160}{2} = 10^\circ$

||
 $\angle CAN = 10^\circ$

Ответ: 10°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$\text{или } b \geq 6, \text{ no}$~~

~~$a + b \geq |a + b| + b - 6$~~

~~$a - b + 12 \geq |a + b|$~~

~~$\text{или } a + b \geq -a, \text{ no}$~~

~~$a - b + 12 \geq a + b$~~

~~$\leq$~~

~~$12 \geq 2b$~~

~~$6 \geq b$~~

~~$\text{или } b \leq -a$~~

~~$\leq$~~

~~$a - b + 12 \geq -b - a$~~

~~$2a + 12 \geq 0$~~

~~$\text{или } a_1$~~

~~$\text{или } a_2$~~

~~$b < -a \text{ или } b$~~

~~$b \geq 6$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \quad a \geq 0$$

$$|a+6| \geq |a+2x-1| + |7-2x|$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$4+12=16$$

$$\text{или } b \leq 6$$

или

$$a+b \geq |a+b| + b-b$$

$$a+b \geq |a+b|$$

$$\text{то } \log_a b \geq -a$$

$$|a+6| \geq |a+b| + |6-b|$$

$$b=2x-1$$

$$7-2x = 8-2x+1 \geq$$

$$\geq 6-b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \leq x \leq 3,5$$

или

$$x \leq -1$$

$$5 + 1$$

$$3,5$$

$$+6$$

$$6 \geq |6,5 - 1| + 1$$

$$6 \geq 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$\frac{6 - 2 - 1}{3} + 9$$

$$a + 6 \geq a + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$14 \geq 4x$$

$$3,5 \geq x$$

$$|a + 6| \geq |a + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x \leq -1 \quad \text{и} \quad 3 \leq x \quad \text{или} \quad \sqrt{\dots}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

и

$$\text{или} \quad x > 3,5$$

$$\text{или} \quad x \leq -1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

первое

$$2x-1 \leq 5$$

или

$$2x-1 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}$$

применяем

$$2x \leq 4$$

$$x \leq 2$$

$$x^2 \geq 2x+3$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

второе

$$3 \leq x$$

$$x \leq -1$$

$$2x-1 \geq 6$$

или

$$x \geq 3,5$$

$$\text{или } 2x-1=6$$

$$x \geq 3,5$$

или

$$2x-1 < -\sqrt{x^2-2x-3}$$

$$4x^2-4x+1 < x^2-2x-3$$

$$3x^2+4 < 2x$$

невозможно решить.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 45 = 19 \cdot 2^a$$
$$y + 45 = 2^{x-a}$$

$$y - 45 = 2^{x-b}$$
$$y + 45 = 19 \cdot 2^b$$

$$19 \cdot 2^a + 90 = 2^{x-a} \Rightarrow a = 1 \text{ тк } : 2 \quad x = a + 1$$

$$19(2^a)^2 + 90 \cdot 2^a = 2^x$$

$$19 \cdot 2^{a-1} + 45 = 2^{x-a-1}$$

$$D = 90^2 + 4 \cdot 19 \cdot 2^x$$

$$-90 + \sqrt{90^2 + 4 \cdot 19 \cdot 2^x} = 2^x$$
$$38$$

$$y + 45 = 64$$

$$y - 45 = 2^{x-b}$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^b$$

$$2^{x-b} + 90 = 19 \cdot 2^b$$
$$: 2$$

$$-90 + \sqrt{76 \cdot 2^x}$$
$$38$$

$$76 = 2^2 \cdot 19$$
$$\text{значит } y + 45 = 19 \cdot 2^1$$

$$2^{x-b-1} + 45 = 19 \cdot 2^{b+1}$$

$$x - b - 1 = 1$$

$$x = b + 1$$

$$\Rightarrow b = 1$$

проверка

$$19 \times 19 =$$

$$= 361$$

$$+ 181 =$$

$$= 542$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

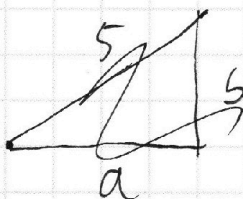
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 + b^2 = 25$$

$$\begin{matrix} \smile & \parallel \\ a=1 & b=2 \end{matrix}$$

$$\text{или } a=2 \quad b=1$$

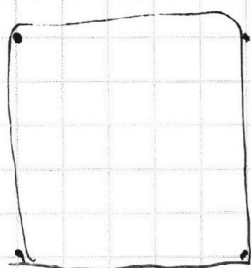


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

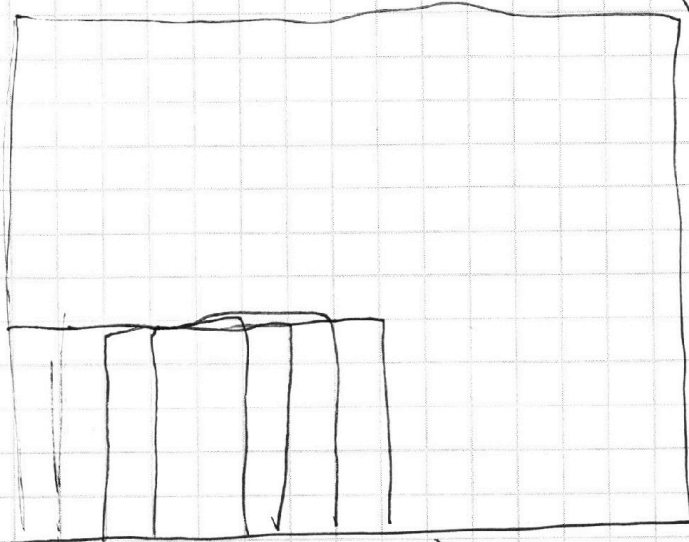
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 + b^2 = 25$$

$$a=3 \quad b=4$$

$$a=4 \quad b=3$$



$$(50 - 5) + 1 = \underline{46} - 6 \text{ см}$$

$$46 \text{ см} \Rightarrow 46^2$$



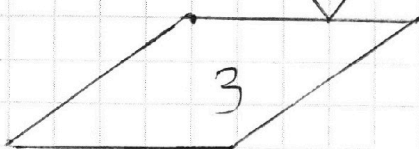
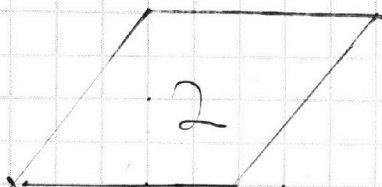
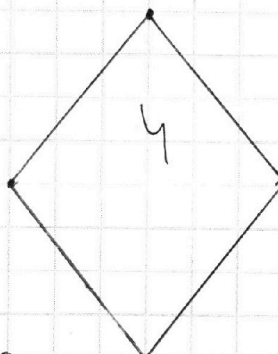
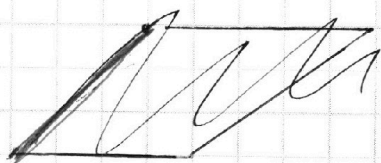
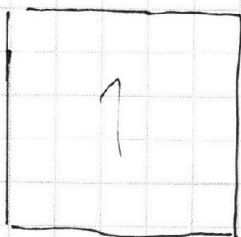
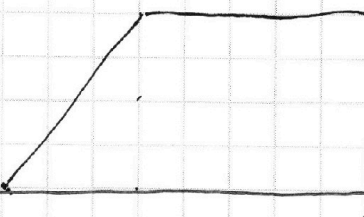
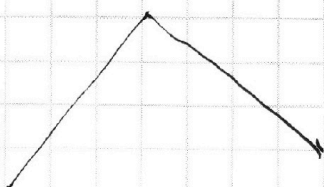
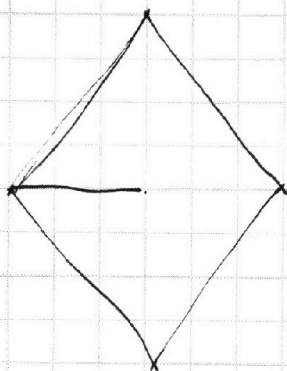
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

решение





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)!!$$

$n < 3$

$$361 \times 3$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 171 \\ \underline{171} \\ 0 \end{array}$$

$n=1$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 7} \\ \underline{35} \\ 1 \end{array}$$

361 case

$$(n+2)(n+1)(n+1)+1)(n!)$$

361 case

$$(n^2 + 3n + 2 + n + 2) n! : 361$$

$$(n^2 + 4n + 4) n! = (n+2)^2 n! : 361$$

$$361 = 49^2$$

n

$$190 + 190 - 9 = 380 - 9 = 371$$

$$n! : 361 \Rightarrow n \geq 361$$

361 case

$$n \geq (n+2)^2 : 361$$

$$n+2 : 361$$

$$n \geq 359$$

$$\text{Answer: } n \geq 359$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = b^3$$

$$b > 6$$

$$5a^2 + 2a + 4a + 6a + 8a + 1 + 4 + 9 + 16 - 10 = b^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = b^3$$

$$b : 5$$

$$5a^2 + 20a + 20 = 1000$$

$$a^2 + 4a + 4 =$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = b^3$$

$$5(a+2)^2 = b^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot p^3$$

||

$$p = 4 = 2^2 \Rightarrow$$

$$(a+2) = 5 \cdot 8 = 5 \cdot 2^3$$

||

$$5 \cdot (a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^6 \cdot 5 =$$

||

$$b = 5 \cdot 2^2 = 20$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

21 10

$$y \pm \frac{2}{3}$$

$$19 \cdot 2^x \pm \frac{2}{3}$$

$$2^x \pm \frac{2}{3}$$

$$(-1)^x \pm \frac{2}{3}$$

x - case

$$64 - 45 = 19$$

$$64 + 45 = 109$$

$$128$$

$$38 + 45 =$$

$$= 70 + 13$$

$$= 83$$

$$y^2 - 45^2 = 19 \cdot 2^x$$

$$(y - 45)(y + 45) = 19 \cdot 2^x$$

$$45 \cdot 45 = 450 \cdot 9 = 1800 + 45 \cdot 5 = 2025$$

$$y - 45 : 19 \quad \text{and} \quad y + 45 : 19$$

$$1) \quad y - 45 = 19 \cdot 2^a$$

$$2) \quad y + 45 = 19 \cdot 2^b$$

$$y + 45 = 2^{x-a} =$$

$$y - 45 = 2^{x-b}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

или $x \leq -1$, то

$$a + 6 \geq |a + 2x - 1| + 7 - 2x$$

$$a + 2x - 1 \geq |a + 2x - 1|$$

 $\Leftrightarrow$

$$a + 2x - 1 \geq 0$$

 $\Leftrightarrow$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x \geq 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2$$

$$0 \geq 4 - 2x + 3x^2 = (1-x)^2 + 3 + 2x^2$$

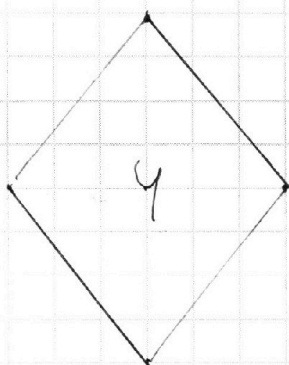
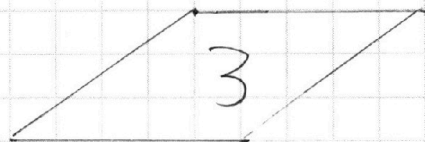
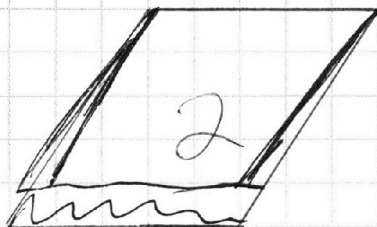
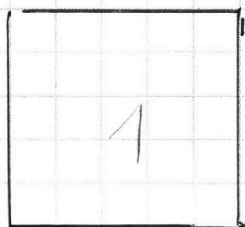


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

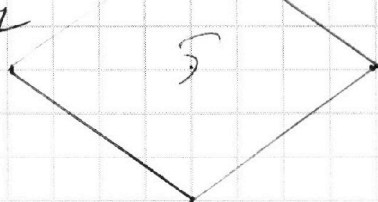
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

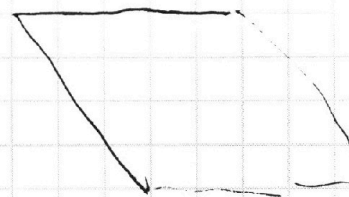
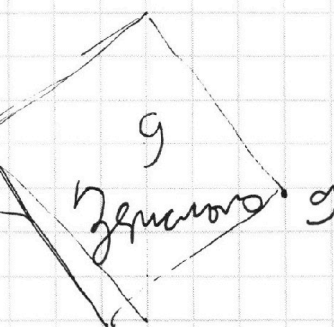
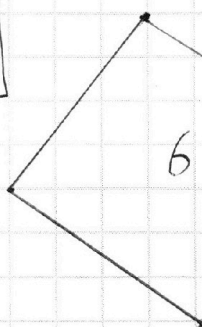
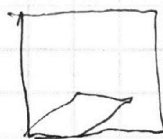


Значит

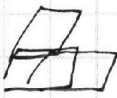
7



Значит
8



1) $49 \pm 49 \Rightarrow (49 - 5 + 1)^2 = 45^2 = 2025$

2) $(49 - 8 + 1) \cdot (49 - 4 + 1)$ или  $(49 - 8 + 1)(49 - 5 + 1)$

3) $(49 - 9 + 1) \cdot (49 - 3 + 1)$ и по вариантам $(49 - 9 + 1)(49 - 3 + 1)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) до крестика

$$(49-6+1)(49-8+1) \Rightarrow 5 \text{ до крестика}$$

$$5) (49-8+1)/(49-6+1)$$

6) до крестика в крестике до крестика

$$(49-7+1)(49-7+1)$$

7) $(49-8+1)(49-4+1)$ и до крестика

$$(49-8+1)(49-4+1)$$

8) $(49-9+1)/(49-5+1)$ и до крестика

$$(49-9+1)(49-5+1)$$

$$9) (49-~~7~~+1)(49-7+1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

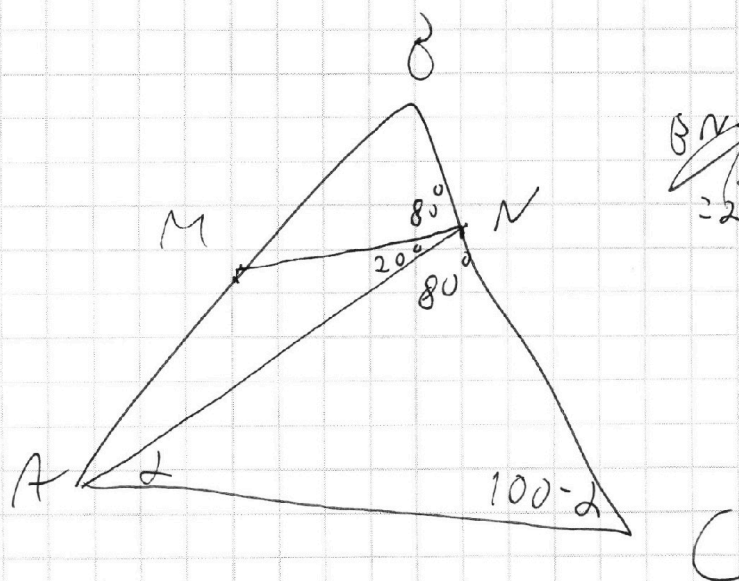
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + 9 \leq 8$$

$$a^2 = x^2 + y^2$$



$$BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$$



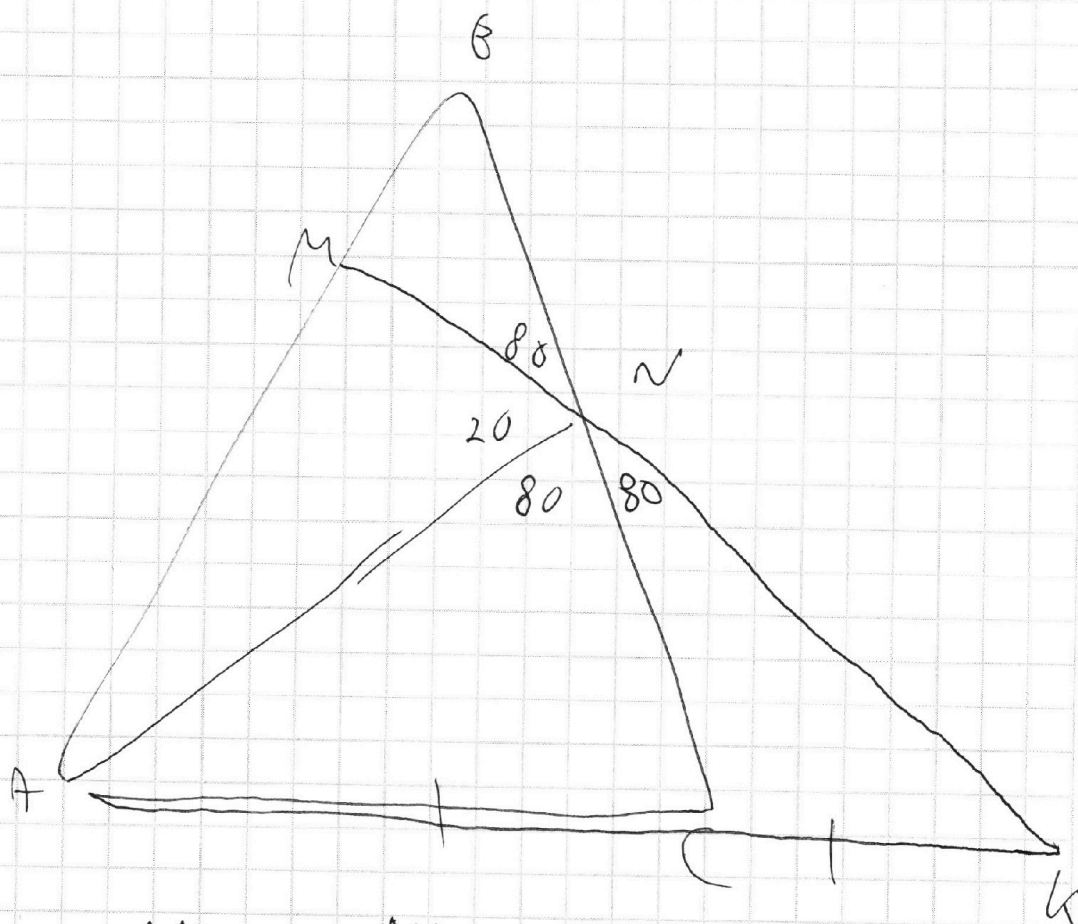
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{KC}{KA} = \frac{20 \cdot 80}{80 \cdot 80} \cdot \frac{KC}{KA} = 1$$

$$\Rightarrow 2KC = KA$$

Ура



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$a^2 = x^2 + y^2 = x_1^2 + y_1^2$$



42-433

= 1720 +

+ 129 =

= 1849

$$x^2 - 6x + 9 \leq 8$$

$$x_1^2 - 6x_1 + 9 \leq 8$$



0 y a

$$1760 + 88 = 1848$$

$$1680 + 92 =$$

$$= 1772$$

28

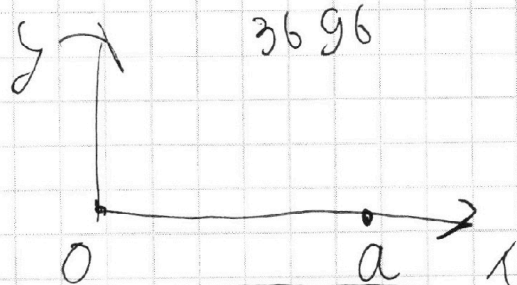
24215

$$1640 + 287 =$$

$$= 1927$$

9113

17404



$$a^2 - 6a + 9 \leq 8$$

$$a^2 - 5a \leq 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$525 + 32 =$$

57

$$2025 + 1772 \cdot 4 + 1927 \cdot 4 + 1848 \cdot 2 +$$

$$+ 1849 \cdot 2 = 2025 + 7088 + 7708 + 3696 + 3698$$

$$4000 +$$

$$+ 2800 + 280 + 8 =$$

7088

$$4000 + 3600 + 80 + 8 = 7708$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

$$y=0$$
$$x^2=a^2$$

$$\leq$$
$$x=a$$
$$no$$

$$a^2-6a+a \leq 8$$

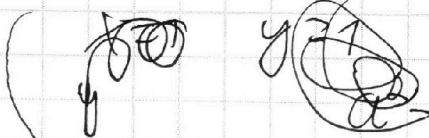
brave

$$a^2-6a+a \leq 8$$

$$a^2-5a \leq 8$$

$$|| a^2-5a=8$$

$$x \geq 0$$



$$y=1$$

$$x=\pm\sqrt{a^2-1}$$

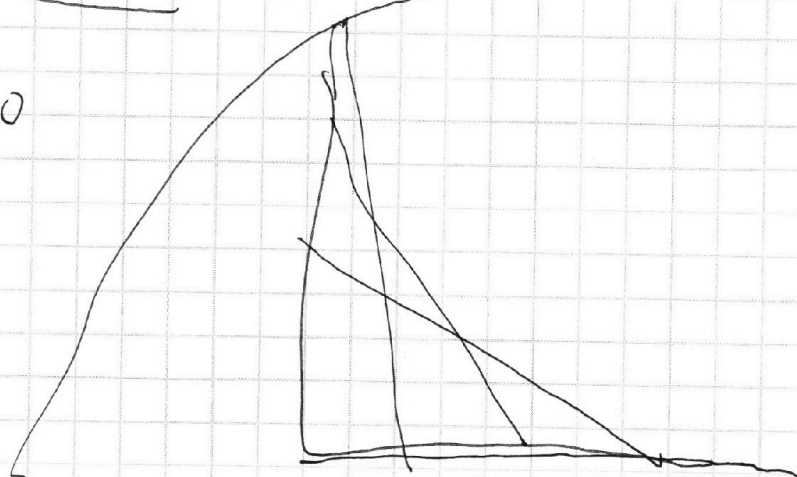
$$a^2+6a+a \leq 8$$

$$a^2+7a \leq 8$$

$$a^2-1 \pm 6\sqrt{a^2-1}+a$$

$$2|a^2+7a=8$$

$$x \geq 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x_{max}



$$a \leq 8$$

$$x^2 = a^2$$

$$x = a$$

$$x = a$$

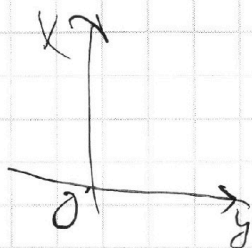
1)

$$a^2 - 5a \leq 8$$

$$a \leq 7$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 36 \\ \hline 85 \end{array}$$

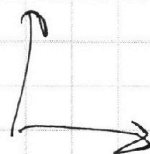
$$6,5$$



$$\frac{a^2}{4} - 3a + a =$$

$$= \frac{a^2}{4} - 2a \leq 8$$

$$a^2 - 8a \leq 32$$



$$5 + 32$$

$$57$$

$$3\sqrt{3}$$

$$x = a$$

$$a^2 + 7a \leq 8$$

$$\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{a} \leq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

найдём корни x , при $y=0 \Rightarrow x^2=a^2$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x=-a \quad x=a \end{array}$$

теперь при $x=0$, $y^2=a^2$ и

найд. значение $x^2-6x+a \leq 8 \Rightarrow a \leq 8$, т.к.

найд. значение 8, но $a=8$, теперь

значит $x=-8$ и $x=8 \Rightarrow x^2-6x+a \leq 8$

$$\downarrow \\ x^2-6x \leq 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 64-48 \leq 0 \quad 64+48 \leq 0 \\ \text{проверяем} \end{array}$$

значит найдем a и

ответ: $a \in \mathbb{Q}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a \leq 8$$

$$a^2 - 5a \leq 8$$

$$\begin{array}{l} 1) \\ \overline{a \leq 7} \end{array}$$

$$a^2 + 7a \leq 8$$

$$\begin{array}{l} 1) \\ \overline{a \leq 1} \end{array}$$

$$x_1^2 + y_1^2 = a^2$$

$$\underline{x = a}$$

$$x_1^2 - 6x_1 + a \geq 8$$

