



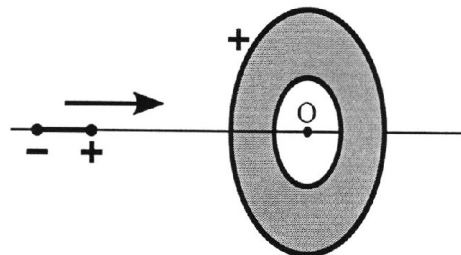
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

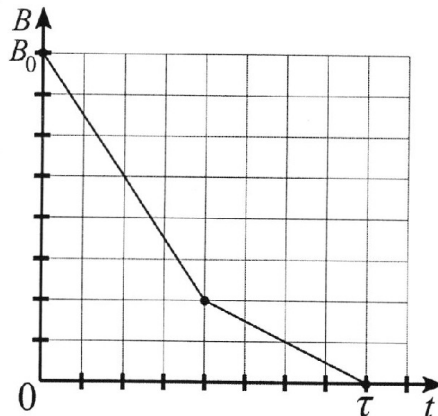
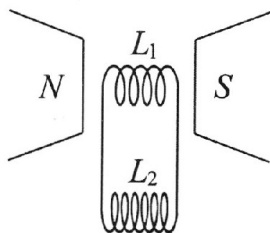


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



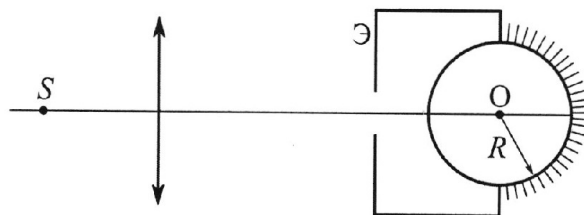
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



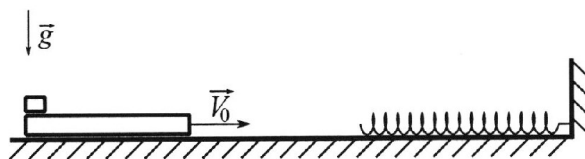
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

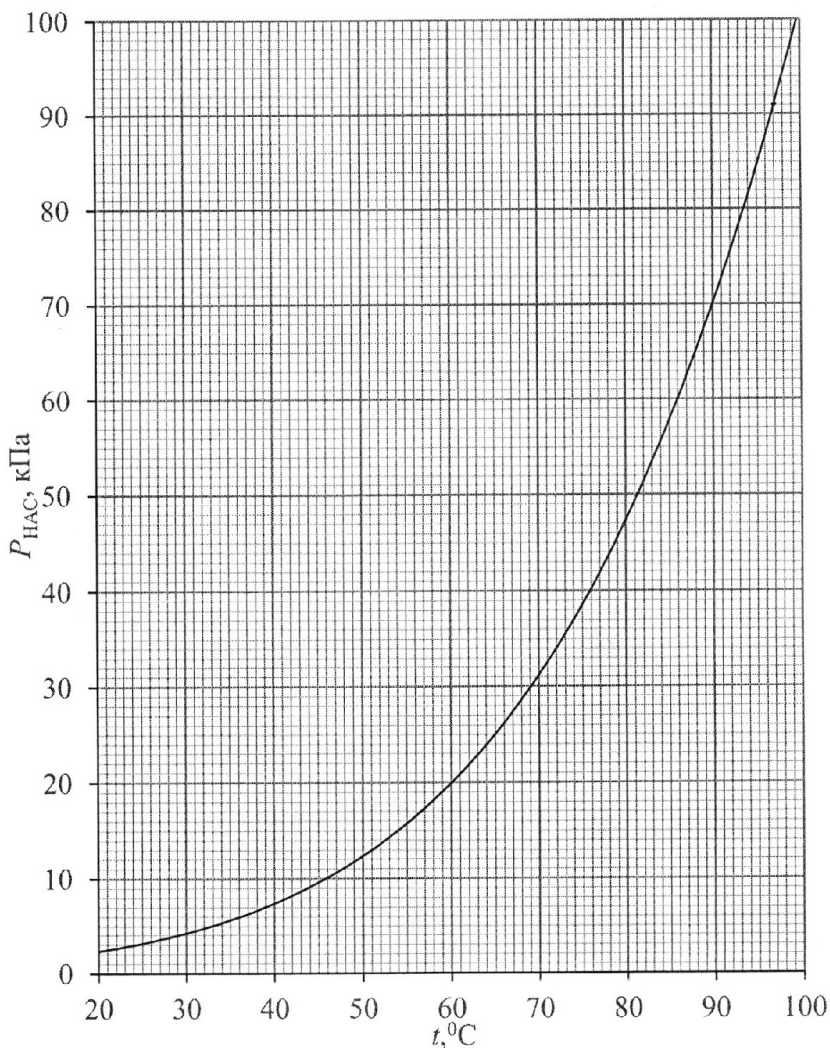


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объём от жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Дано:

$$M = 2 \text{ кг}; m = 1 \text{ кг}$$

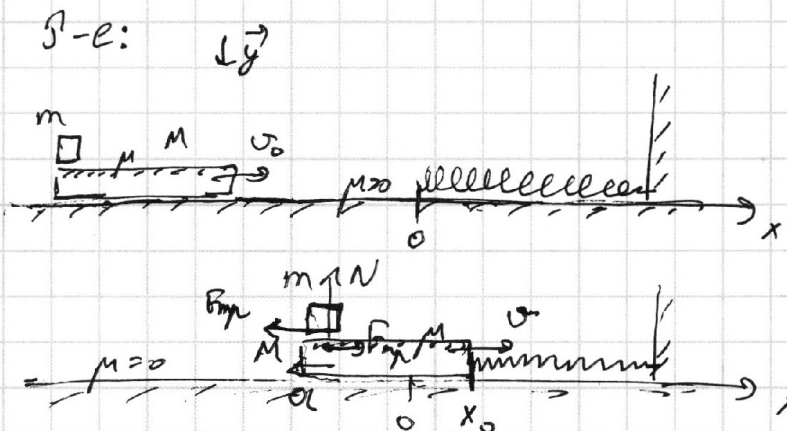
$$v_0 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}; k = 36 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\mu = 0,3; g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \alpha = 3$$

1) $x_0 = ?$

2) $v = ?$

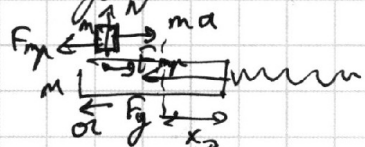
3) $x = x_m$
 $a_m = ?$



① Пусть в момент начала отсчета времени, $x = x_0$. В этот момент

$$F_{fr} = F_{fr, \max} = \mu N - \text{появляется сила трения скольжения.}$$

В СО доски:



$$\begin{cases} N = mg \\ F_{fr} = \mu N \\ F_{fr} = ma \leftarrow \text{условие отрыва} \\ Ma = -F_{fr} + F_y \\ F_y = kx_0 \leftarrow \text{сила упругости} \end{cases}$$

Отсюда, получаем:

$$M \cdot \frac{F_{fr}}{m} = -F_{fr} + F_y$$

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \mu mg = kx_0$$

$$x_0 = \frac{M(M+m)g}{k} = \frac{2,3(2+1) \cdot 10}{36} = \frac{1}{12} \text{ м} = \frac{3}{12} = 0,25 \text{ м} = \boxed{25 \text{ см}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

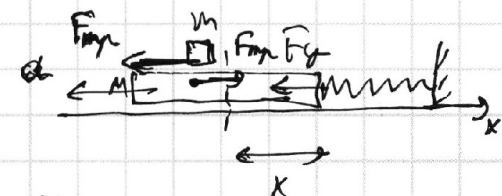
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ После начала относительного движения:



23H. коось x :

$$M \ddot{x} = -F_y + F_{tr}$$

$$M \ddot{x} + kx = \mu mg$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{M} x = \frac{\mu mg}{M} \quad \text{— ур-е гармонических колебаний.}$$

Для удобства, запустим таймер заново после начала отн. движения. (т.е. $x(0) = x_0$)

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{36}{2}} = 3\sqrt{2} \text{ с}^{-1}$$

$$x(t) = A' \cos(\omega' t + \varphi) + B \Rightarrow -A\omega'^2 \cos^2(\omega' t + \varphi) + A'\omega'^2 \cos^2(\omega' t + \varphi) + B = \frac{\mu mg}{M}$$

$$v_x(t) = -A'\omega' \sin(\omega' t + \varphi)$$

$$v_x(0) = v_{x0} = -A'\omega' \sin \varphi$$

$$x(0) = x_0 = A' \cos(\varphi) + B$$

$$\begin{cases} v_{x0}^2 = A'^2 \omega'^2 \sin^2 \varphi \\ (x_0 - B)^2 = A'^2 \cos^2 \varphi \end{cases} \Rightarrow 1 = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = \frac{v_{x0}^2}{\omega'^2 A'^2} + \frac{(x_0 - B)^2}{A'^2}$$

$$v_x(t) = -A'\omega' \cos(\omega' t + \varphi)$$

$$B = \frac{\mu mg}{k}$$

$$B = \frac{0.3 \cdot 1 \cdot 10}{36} = \frac{1}{12} \text{ м}$$

$$A'^2 = \frac{v_{x0}^2}{\omega'^2} + (x_0 - B)^2$$

$$A' = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{3}{2 \cdot 36}} = \frac{\sqrt{6}}{12} \text{ м}$$

1 2 3 4 5 6 7



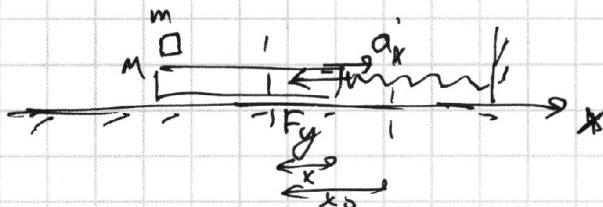
СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

До начала относительного движения ($x < x_0$):



В этот промежуток времени $F_{\text{упр}} = \text{const}$, поэтому они движутся как единое целое.

Пусть при $x=0, t=0; x=x_0, t=\tau$.

23H на ось x :

$$(M+m)a_x = -F_k$$

$$a_x + \frac{k}{M+m}x = 0 \quad - \text{уравнение гармонического колебания.}$$

$$x(0)=0 \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \sqrt{\frac{36}{1+2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow x = A \sin(\omega t)$$

$$v_x = A\omega \cos(\omega t)$$

$$v_x(0) = v_0 = A\omega$$

$$A = \frac{v_0}{\omega}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$x(\tau) = x_0 = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega \tau)$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{x_0}{v_0} \sqrt{\frac{k}{M+m}}\right)$$

$$\tau = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt{3}\right) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{6} = \left[\frac{\sqrt{3} \pi}{36 c}\right] \approx \left[\frac{\sqrt{3}}{12 c}\right]$$

Пусть $x = x_0$:

$$v_{x0} = v_x(\tau) = v_0 \cos(\omega \tau) = v_0 \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(\frac{x_0}{v_0} \omega))} = v_0 \sqrt{1 - (\frac{x_0}{v_0})^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \left(\frac{1}{2} \frac{v_0}{c}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3, продолжение

~~Пусть $x = x_m$ при $t = t_0$~~

~~П.к. это колебания, то $x = x_m$, при $t_0 = \frac{T}{4}$ - возвращение пружины~~

~~$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \Rightarrow t_0 = \frac{\pi}{2\omega}$$~~

~~$$a_x = -A'\omega^2 \cos(\omega't + \varphi_0)$$~~

Пусть $x = x_m$, при $t = t_0$

$$x_m = A' \cos(\omega't_0 + \varphi_0) + B$$

В этот момент $v_{xm} = 0$:

$$v_{xm} = -A'\omega' \sin(\omega't_0 + \varphi_0) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\omega't_0 + \varphi_0) = 0 \Rightarrow |\cos(\omega't_0 + \varphi_0)| = 1$$

Получа,

$$a_{xm} = -A'\omega'^2 \cos(\omega't_0 + \varphi_0) =$$

$$|a_{xm}| = A'\omega'^2 |\cos(\omega't_0 + \varphi_0)| = A'\omega'^2 = \frac{\sqrt{6}}{12} \left(A' \cdot \frac{k}{m} \right)$$

Из рисунка, естественно, $a_{xm} < 0$

$$|a_{xm}| = \frac{\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{263}{2} = \left[\frac{3\sqrt{6}}{2} \frac{m}{c^2} \right]$$

- Ответ:
- 1) $x_0 = 0,25 \text{ м.}$
 - 2) $\tau = \frac{\sqrt{3}\pi}{36} c \approx \frac{\sqrt{3}}{12} c.$
 - 3) $|a_{xm}| = \frac{3\sqrt{6}}{2} \frac{m}{c^2},$
 $a_{xm} < 0$

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3) $p_B = \frac{p_{B0}}{p_{H0}} p_H$

2, продолжение

2) ЗСЭ: $\Delta U_g = Mg(H-h)$

~~$\frac{3}{2} \nu R(T_0 - T) = Mg(H-h)$~~

$\nu R T_0 = p_0 H S$

$Mg = p_0 S$

$\Rightarrow \frac{3}{2} \nu R(T_0 - T) = p_0 H S (1 - \frac{h}{H})$

$\frac{3}{2} T_0 - \frac{3}{2} T = T_0 - \frac{h}{H} T_0$

$\frac{3}{2} T = \frac{1}{2} T_0 + \frac{h}{H} T_0 \quad | \cdot \frac{2}{3}$

$T = \frac{1 + \frac{2h}{H}}{3} T_0$

~~$\frac{p_H}{p_0} = \frac{\nu_0 \nu_H R T}{\nu \nu_H R T_0}$~~

3) $p_0 = \text{const} \Rightarrow \frac{\nu}{T} = \text{const}$

$\frac{\nu_0}{T_0} = \frac{\nu}{T}$

$\frac{h}{H} = \frac{T}{T_0}$

$\Rightarrow \frac{3T}{T_0} = 1 + 2 \frac{T}{T_0}$

$\frac{T}{T_0} = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.
Дано:

$$p_0 = 105 \text{ кПа}$$

$$t_0 = 297^\circ\text{C}$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{3}$$

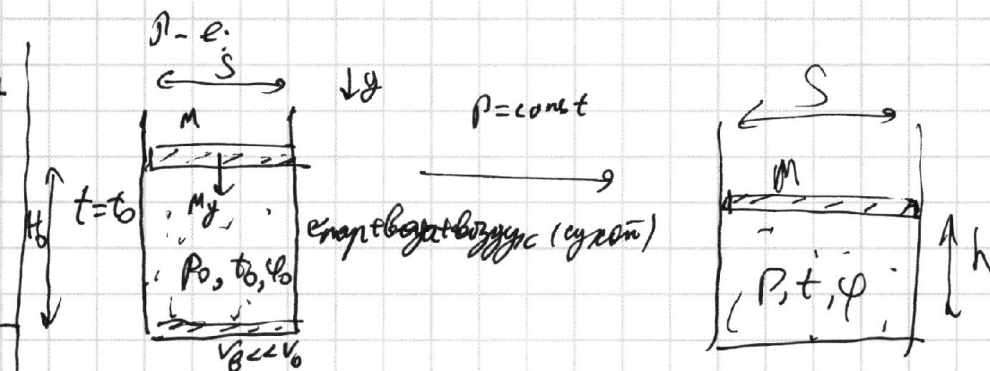
$$t = 33^\circ\text{C}$$

1) $p_1 = ?$

$$p_1 = ?$$

2) $t^* = ?$

3) $\frac{V}{V_0} = ?$



(1) $p_1 = \varphi_0 \cdot p_{\text{нас}}$, где $p_{\text{нас}}$ - дав. нас. пара при $t = 33^\circ\text{C}$.

из графика $p_{\text{нас}} = 91 \text{ кПа}$

$$\Rightarrow p_1 = \varphi_0 p_{\text{нас}} = \frac{91}{3} \text{ кПа} = 30,3 \text{ кПа}$$

(2) При начальных условиях ($t = t_0$):

$$p_0 = \frac{Mg}{S} = \text{const} \Rightarrow \text{в течение всего процесса } p = p_0 = \text{const.}$$

$$p_{\text{ов}} + p_1 = p_0$$

$$p_{\text{ов}} = p_0 - p_1 = 105 - 30,3 = 74,7 \text{ кПа} - \text{начальное пар. дав. сух. воздуха.}$$

При какой температуре t :

1) $p = p_0 = p_{\text{ов}} + p_1 = \text{const} \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \text{const}$

$$\frac{p_{\text{ов}}}{p_0} = \frac{p_1}{p_0}$$

$$p_1 = p_0 - p_{\text{ов}}$$

$$\begin{cases} p_0 = \frac{\nu R T}{V} \\ p_{\text{ов}} = \frac{\nu R T_0}{V_0} \\ p_1 = \frac{\nu R T}{V} \\ p_{\text{ов}} = \frac{\nu R T_0}{V_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{(p_{\text{ов}} + p_1) V_0}{T_0} \frac{T}{V} \\ p_{\text{ов}} = \frac{p_{\text{ов}} V_0}{T_0} \frac{T}{V} \\ p_1 = \frac{p_1 V_0}{T_0} \frac{T}{V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{(p_{\text{ов}} + p_1) V_0}{T_0} \frac{T}{V} \\ p_{\text{ов}} = \frac{p_{\text{ов}} V_0}{T_0} \frac{T}{V} \\ p_1 = \frac{p_1 V_0}{T_0} \frac{T}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{p_{\text{ов}}}{p_0} = \frac{p_1}{p_1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

① Рассчитать колба с толщиной $d \ll R$:



из симм. $E_{\perp} = 0$

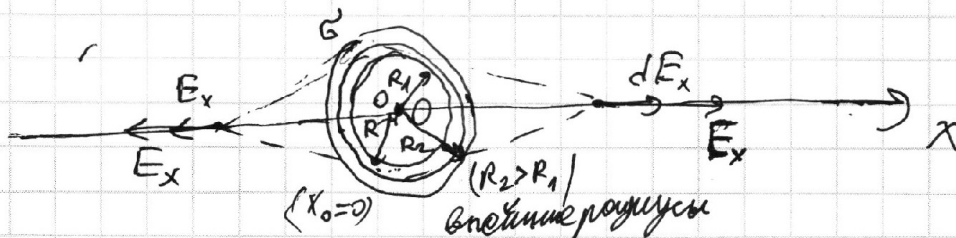
$$\Rightarrow E = E_{\perp} = \int dE_{\perp}$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(r^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma \cdot (dS \cdot d)}{4\pi\epsilon_0(r^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$dE_{\perp} = dE \cos \alpha = \frac{\sigma \cdot d \cdot R}{2\pi\epsilon_0(r^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow E(r) = \int_0^{2\pi R} \frac{\sigma \cdot d \cdot R}{2\pi\epsilon_0(r^2 + R^2)^{3/2}} d\varphi = \frac{2\pi R \sigma d}{\pi\epsilon_0(r^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma R^2 d}{2(R^2 + r^2)^{3/2}}$$

② Рассчитать нап. поля.



Для мал. колбы: $dE_x = \frac{\sigma x \cdot R dR}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$ ($x > 0$)

$$\Rightarrow E_x = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma x}{2} \frac{R dR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} \right]$$

$$E_x(x) = \frac{\sigma x}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} \right)$$

Аналогично, при $x < 0$:

$$E_x(x) = -\frac{\sigma x}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ $\frac{d\varphi(x)}{dx} \stackrel{?}{=} -E_x$

$\varphi(x) - \varphi_0 = \int_0^x -\frac{dx}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} \right) dx = \frac{G}{8} \left(\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2} \right) \Big|_0^x$

$\varphi(x) = \varphi_0 + \frac{G}{8} \left(\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2} \right)$

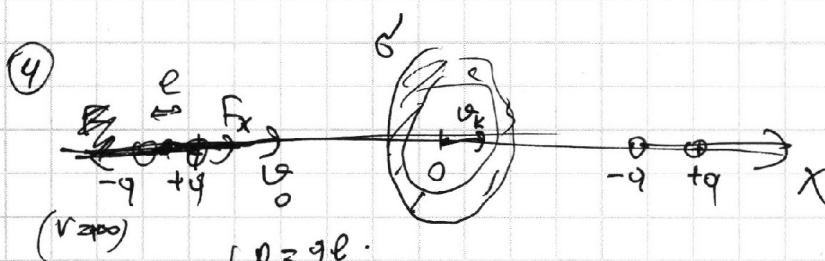
Пусть $\varphi(\infty) = \varphi(-\infty) = 0$.

Получим; $\varphi(\infty) = \varphi_0 + \frac{G}{8} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2}) - \frac{G}{8} (R_2 - R_1) = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{R_2^2 + x^2} - \sqrt{R_1^2 + x^2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} C_0 = \text{const}$

сходящийся минимум

$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{G}{8} (R_2 - R_1) - C_0 = \text{const.} (\varphi_0 \neq \infty)$



$E_x = qE(x) + qE(-x+x)$ — сила, действующая на заряд

$F_x = +\frac{p}{2} dE(-x) \stackrel{\text{тр. равенств}}{=} +K \frac{qE}{d x^4} = +\frac{Kq}{4} \left(\frac{-\frac{1}{2} \cdot 2x}{(\sqrt{R_1^2 + x^2})^{\frac{5}{2}}} - \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2x}{(\sqrt{R_2^2 + x^2})^{\frac{5}{2}}} \right)$

$F_x = -\frac{Kq}{4} \left(\frac{1}{(R_1^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(R_2^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \right) x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Работа силы по достижению поверхности центра диска:

$$⑤ \quad A = \int_{-\infty}^0 F_x dx = -\frac{kG}{8} \left(\frac{1}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} \right) \Big|_{-\infty}^0 = -\frac{kG}{8} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$⑥ \quad A = \Delta E_k = \frac{m(v_k^2 - v_0^2)}{2} \neq \frac{kG}{8}$$

В первом случае при $v_0 = v_0$, $v_k = 0$:

$$\frac{mv_0^2}{2} = |A|$$

Во втором случае $v_0 = \frac{3}{2}v_0$, $v_k \neq 0$:

$$\frac{m(v_0^2 - v_k^2)}{2} = |A|$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m \cdot \frac{9}{4}v_0^2}{2} - \frac{mv_k^2}{2} = \frac{5}{4} \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_k^2 = \frac{5}{4} v_0^2$$

$$v_k = \frac{\sqrt{5}}{2} v_0 = \boxed{\frac{\sqrt{5}R}{2} \omega_0}$$

⑦ После пролета, F_x меняет знак и x меняет знак $\Rightarrow F_x$ не меняет знак и диск продолжит замедляться. Допустим он не остановится и войдет на кату со скоростью v_{min} :

$$\frac{mv_{min}^2}{2} - \frac{mv_k^2}{2} = A$$

$$\frac{mv_{min}^2}{2} = \frac{5}{4} \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_{min} = \frac{1}{2} v_0$$

Ответ: 1) При $v_0 = \frac{3}{2}v_0$,
 $v_k = \frac{\sqrt{5}}{2}v_0$.

2) $v_{min} = \frac{1}{2}v_0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

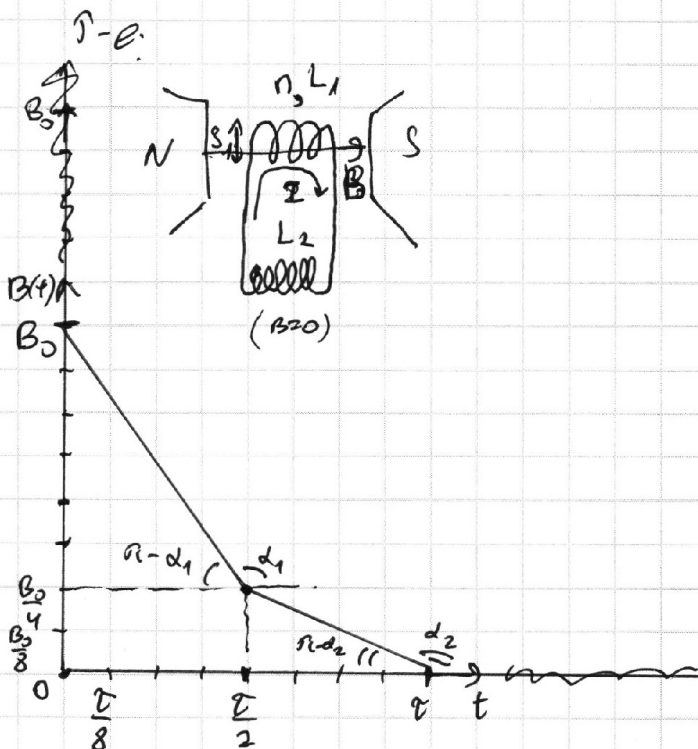
4. Дано:

$$L_1 = L, n, S$$

$$L_2 = 3L, B_0 \tau$$

1) $I_0 = ?$

2) $q = ?$



1)

1) При $0 \leq t \leq \frac{\tau}{2}$: Из графика: $\text{tg} \alpha_1 = - \frac{B_0 - \frac{B_0}{4}}{\frac{\tau}{2}} = - \frac{3B_0}{2\tau}$

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi}{dt} = -n_1 S \frac{dB}{dt} = n_1 S \text{tg} \alpha_1 = \frac{3B_0 n_1 S}{2\tau} = \text{const}$$

$$\mathcal{E}_1 = (L_1 + L_2) \dot{I}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_1}{L_1 + L_2} = \text{const} \Rightarrow I(t) = I(0) + \frac{\mathcal{E}_1}{L_1 + L_2} t \Rightarrow I\left(\frac{\tau}{2}\right) = 0 \Rightarrow I(0) = - \frac{\mathcal{E}_1 \frac{\tau}{2}}{L_1 + L_2} = - \frac{3B_0 n_1 S \frac{\tau}{2}}{4(L_1 + L_2)}$$

$$= - \frac{3B_0 n_1 S}{4(L_1 + L_2)} \quad \text{— макс в узле при } t = \frac{\tau}{2}.$$

2) При $\frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau$: т.к. макс в катушках не мен. мгновенно, то центр плавно с током I_1 .

из гр.: $\text{tg} \alpha_2 = - \frac{B_0 - \frac{B_0}{4}}{\frac{\tau}{2}} = - \frac{B_0}{2\tau}$

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi}{dt} = -n_2 S \text{tg} \alpha_2 = \frac{B_0 n_2 S}{2\tau}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\mathcal{E}_2 = (L_1 + L_2) \dot{I}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_2}{L_1 + L_2} = \text{const} \Rightarrow I_0 \overset{I_0}{=} I_1 \overset{I_1}{=} I\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{\mathcal{E}_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\tau}{2}$$

$$I_0 = \frac{3}{4} \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} + \frac{1}{4} \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} = \boxed{\frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2}}$$

или

$$I_0 = \frac{B_0 n S_1}{4L}$$

②
1) Пусть $t \leq \frac{\tau}{2}$:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_1}{L_1 + L_2}$$

$$I(0) = 0 \Rightarrow I(t) = \frac{\frac{3}{2} B_0 n S_1}{L_1 + L_2} \cdot t$$

$$I(t) = \frac{3 B_0 n S_1}{2 \tau (L_1 + L_2)} t$$

$$Q_1 = \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{3 B_0 n S_1}{2 \tau (L_1 + L_2)} t = \frac{3 B_0 n S_1 t^2}{4 \tau (L_1 + L_2)} \Big|_0^{\frac{\tau}{2}} = \boxed{\frac{3 B_0 n S_1 \tau}{16 (L_1 + L_2)}}$$

2) Пусть $\frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau$:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_2}{L_1 + L_2}$$

$$I(t) - I_1 = \frac{\mathcal{E}_2}{L_1 + L_2} \left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

Для удобства, зададим момент времени: $\frac{\tau}{2} \rightarrow t = 0$.
 Пусть $t = \frac{\tau}{2} \Rightarrow I(t) = I_1 + \frac{\mathcal{E}_2}{L_1 + L_2} t$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \Delta \varphi_2 = \int_0^{\frac{\tau}{2}} \left(I_1 + \frac{e_2}{L_1 + L_2} t \right) dt = \left(I_1 + \frac{B_0 n S_1 t^2}{4(L_1 + L_2)} \right) \Bigg|_0^{\frac{\tau}{2}} = \frac{3 B_0 n S_1 \tau^2}{8(L_1 + L_2)} + \frac{B_0 n S_1 \tau^3}{16(L_1 + L_2)}$$

$$\Delta \varphi_2 = \frac{4}{16} \frac{B_0 n S_1 \tau}{(L_1 + L_2)}$$

$$3) \Delta \varphi = \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 = \frac{3}{16} \frac{B_0 n S_1 \tau}{L_1 + L_2} + \frac{4}{16} \frac{B_0 n S_1 \tau}{L_1 + L_2} = \frac{5 B_0 n S_1 \tau}{8(L_1 + L_2)}$$

или $\Delta \varphi = \frac{5 B_0 n S_1 \tau}{8 \cdot 2 L}$

$$\text{Ответ: } 1) I_0 = \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} = \frac{B_0 n S_1}{4 L}$$

$$2) \Delta \varphi = \frac{5 B_0 n S_1 \tau}{8(L_1 + L_2)} = \frac{5 B_0 n S_1 \tau}{8 \cdot 2 L}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

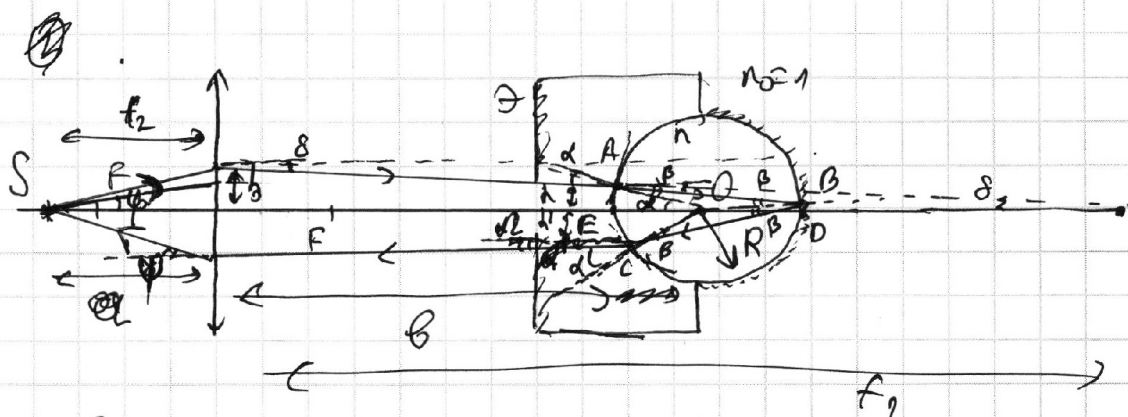
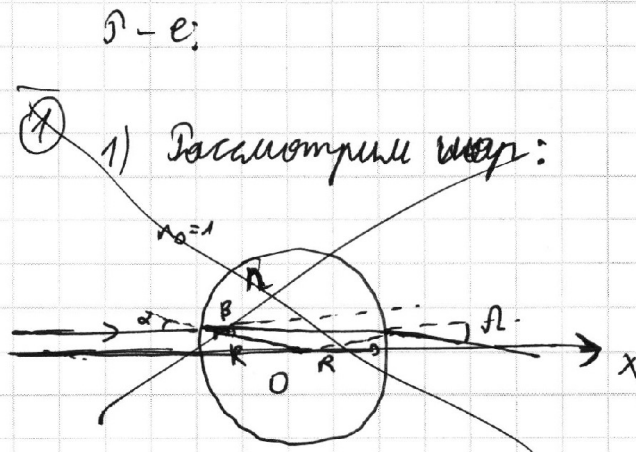
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{5}{\sin \alpha} \ll 1$
 $R, \alpha = 11^\circ$
 $\beta = 10,5^\circ$
 1) n -модуль
 R -?
 2) $\Delta = 5,5^\circ$
 n -?



1) Рассмотрим угол в шаре:

$$n \sin \beta = \sin \alpha$$

$$\beta = \frac{\alpha}{n}$$

$\angle OBA = \angle OAB = \angle CBO = \angle OBD = \beta$ из закона отражения луча и равнобедр. треугольников $\triangle AOB$ и $\triangle BOD$.
 $\angle AOB = \alpha$

угол отклонения луча от иск. напр.:

$$\Delta = 2(\alpha - \beta) + (\beta - \alpha) = 0$$

Т.е. луч выходит тем же, как и зашел

угол отклонения луча от иск. напр.

$$\Delta = (\alpha - \beta) + (\beta - \alpha) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle EOC = 2\pi - (\pi - 2\beta) - (\pi - 2\beta) - \alpha = 4\beta - \alpha$$

$\Rightarrow \angle_k = \angle EOC - \alpha = 4\beta - 2\alpha = \text{угл отклонения луча от нач. направления}$

$$\angle = 2\alpha \left(\frac{2}{n} - 1 \right)$$

При $\angle = 0$, $h' = h$ и ~~зеркало~~ ~~пар~~ функционирует как зеркало $\Rightarrow \boxed{n=2}$ (для п.2).

$$2) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$f_1 = \frac{aF}{a-F} = \frac{1,1F^2}{1,1F-F} = 11F$$

$$\begin{cases} h_0 = ty \delta = f_1 \alpha \\ h_0 = ty \delta \cdot \alpha \end{cases} \Rightarrow \delta f_1 \approx \varphi_0 \alpha$$

$$f_1 = h_0 \frac{f-b}{f} = \varphi_0 \frac{\alpha(R-b)}{fR} = \frac{1}{11} \varphi_0$$

$$3) \quad \begin{cases} \alpha - \beta = \alpha \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{\alpha}{2} \\ f \cos \delta = b + 2R \cdot \cos(\delta + \beta) \end{cases} \quad \approx \delta^2$$

$$R = \frac{f \cos \delta - b}{2 \cdot \cos(\delta + \frac{\alpha}{2})} = \frac{F(11 \cos \delta - 10)}{2(1 - (\delta + \frac{\alpha}{2})^2)} \approx \frac{F(11 - \alpha)}{2} = \boxed{\frac{F}{2}}$$

$\frac{1 - (\delta + \frac{\alpha}{2})^2}{\varphi_0 (\frac{1}{11} + \frac{F}{40R})}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

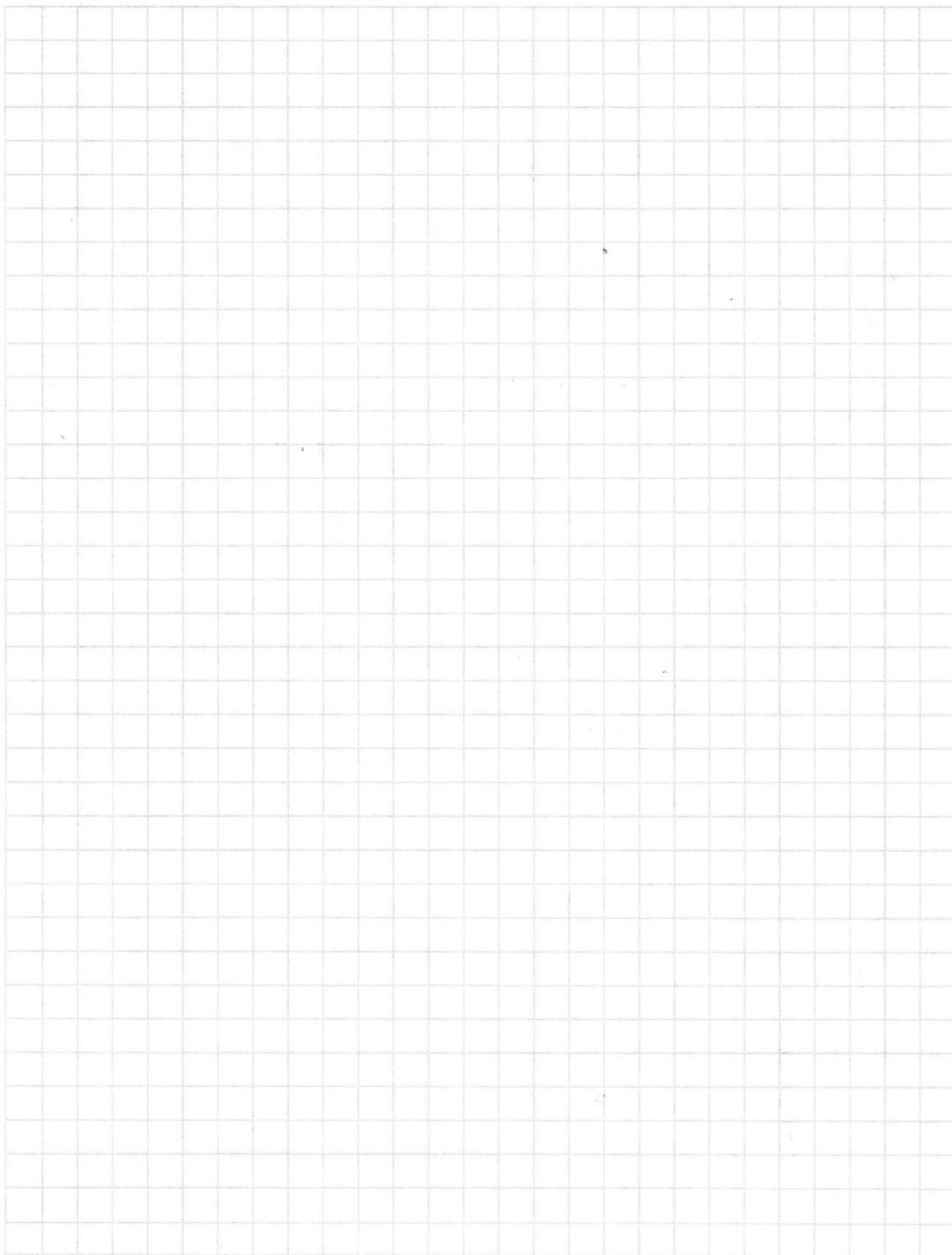
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





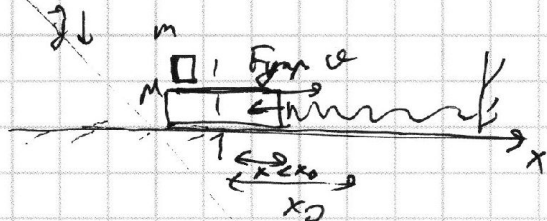
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② До начала относительного движения: $(x < x_0)$



2.3.1 на ось x:

$$(M+m)a_x = -F_{\text{spr}}$$

$$a_x = -\frac{Kx}{M+m} = \text{const} \Rightarrow \text{это равнозамедленное движение}$$

при $x = x_0$
 $a_x = -36$

$$x_0 = v_0 t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$\frac{a_x}{2} t^2 + v_0 t - x_0 = 0$$

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2a_x x_0}}{a_x}$$

$$t = -1 \pm$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{M+m} x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M+m}} = \sqrt{\frac{36}{3}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$x = A \sin(\omega t)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t)$$

$$v(0) = v_0 = A\omega$$

$$A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{K}}$$

$$\Rightarrow x_0 = A \sin(\omega t)$$

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{x_0 \sqrt{K}}{v_0 \sqrt{M+m}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6} \arcsin\left(\frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}\pi}{36}$$

В этот промежуток времени $F_{\text{spr}} \leftarrow m g$, т.е. они движутся как единое целое.

$$v_{x_0} = v_0 \cos(\omega t) = v_0 \sqrt{1 - \sin^2(\omega t)} = v_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{v_0 \sqrt{\frac{M+m}{K}}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$