



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}; bc: 2^{17} \cdot 7^{17}; ac: 2^{20} \cdot 7^{37}. \text{ Тогда}$$

$$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}; bc = y \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}; ac = z \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ где } x, y, z \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Тогда } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64} = (2 \cdot xyz) \cdot 2^{50} \cdot 7^{64}.$$

$$\text{Значит } abc = \sqrt{2xyz} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32}. \text{ Заметим, что т.к. } ac: 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ то}$$

$$a: 2^{14} \cdot 7^{10} \text{ и } abc: 2^{20} \cdot 7^{37} \text{ (т.к. } 2^{20} \cdot 7^{37} \text{)}, \text{ значит } \sqrt{2xyz}: 7^5 \text{ (1). Также заметим, что}$$

$$\sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}, \text{ тогда } abc \in \mathbb{N}. \text{ Тогда } 2xyz - \text{квадрат какого-то числа.}$$

$$\text{Значит } xyz \text{ кратно } 2 \text{ (т.к. нечетной степени } 2^1 \text{)} \text{ и } 2xyz \text{ кратно } 4 \text{ (т.к. } 2^2 \text{).}$$

Также, заметим, что для abc наименьшего, нужно, чтобы

$$\sqrt{2xyz} \text{ был наим.}, \text{ т.е. } 2xyz - \text{наим.}, \text{ т.е. } xyz - \text{наим. (2).}$$

$$\text{Заметим, что (1) } \sqrt{2xyz}: 7^5 \text{ следует, что } 2xyz: 7^{10}, \text{ а т.к. } (2; 7^{10}) = 1, \text{ то } xyz: 7^{10} \text{ (3).}$$

В итоге:

$$\text{(3) } xyz - \text{наим}$$

$$xyz: 7^{10}$$

$$xyz: 2^{2k+1}, k \geq 0$$

$$\text{т.к. } (7^{10}; 2^{2k+1}) = 1 \text{ при } k \geq 0, \text{ то } xyz: 7^{10} \cdot 2^{2k+1}$$

$$\text{Значит } xyz \text{ наименьшее при } k=0, \text{ т.е. } xyz = 2 \cdot 7^{10}$$

$$\text{Значит } abc(\text{наим}) = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2 \cdot 7^5 \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Теперь докажем, что также a, b, c существуют также, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$$\text{Пример: } a = 2^9 \cdot 7^{15}; b = 2^5; c = 2^{12} \cdot 7^{22}. \text{ Тогда}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{15}; bc = 2^{17} \cdot 7^{22}; ac = 2^{21} \cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Значит наименьшее возможное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a+b$ и $a^2 - 2ab + b^2 \div m$, т.е.

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2 - 2ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m} \end{cases} \quad | + \quad \begin{cases} a^2 + b^2 + 2ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2 - 2ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m} \end{cases} \quad \text{Тогда}$$

$8ab \equiv 0 \pmod{m}$ по условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е. $(a;b)=1$.

Значит существуют следующие варианты:

1) Заметим, что по условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е. $(a;b)=1$.

Значит a и b одновременно четными быть не могут.

$8ab \not\equiv 0 \pmod{m}$ Пусть $(m;a) = d > 1$. Тогда из условия $a+b \div m$ a и b имеют

следует, что т.к. $a+b \div m \div d$; $a \div d \Rightarrow b \div d$. Но тогда $(a;b) \neq 1$

общий делитель $d > 1$, что $\neq \emptyset$, т.к. $(a;b)=1$.

Аналогично для m и b получим, что $(m;b)=1$.

$$\begin{cases} (m;b)=1 \\ (m;a)=1 \\ 8ab \div m \end{cases} \Rightarrow \underline{8 \div m} \quad \text{Наибольшее такое } m = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x.$$

Пусть $\sqrt{2x^2-5x+3} = a$; $\sqrt{2x^2+2x+1} = b$, тогда заметим, что

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = a - b$$

↑
по условию.

$$(a-b)(a+b) = (a-b).$$

$$\begin{cases} a-b=0 \\ a+b=1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}. \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x + 1 + 2x^2 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 2\sqrt{2x^2+2x+1} = 7x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2+8x+4 = 49x^2+1-14x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2-22x-3=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{11-2\sqrt{61}}{41}, \frac{11+2\sqrt{61}}{41}, \frac{2}{7} \right\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

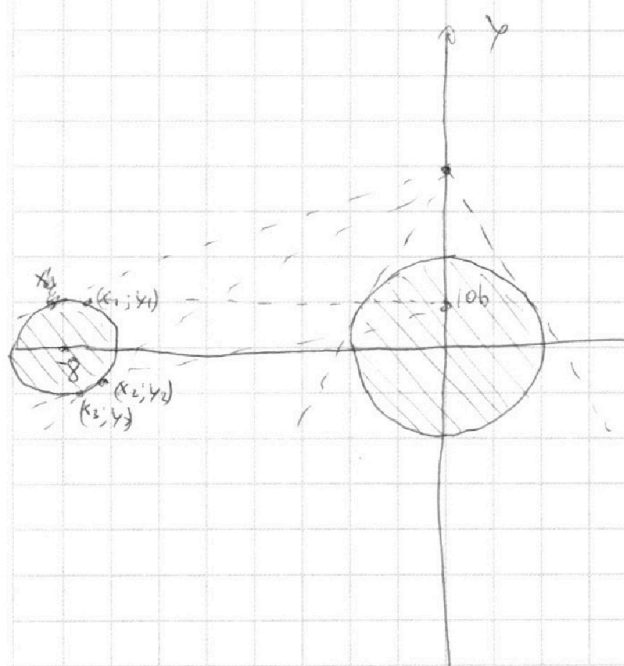
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Построим график второго выражения.



Заметим, что $y = ax + 10b$
должна пересекать данный график
ровно 2 раза.

Если $10b \in [-2; 2]$, то

нужно найти
у-ые касательных
ко второй окружности.

Пусть тогда первые касания —
 $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$

Тогда ~~эти~~ есть у-ые

этих касат. $y = a_1 x + 10b$; $y = a_2 x + 10b$,
то ~~эти~~ для выполнения условия

~~должна~~
прямая $ax + 10b$ не пересекает первую окруж.

Если $10b \in (-\infty, -2) \cup (2; \infty)$, то найдёт 4 касательные,
а затем и котр. а.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1 = \frac{-20ab - 16 \pm \sqrt{400a^2b^2 + 256 + 640ab - 4(a^2 + 1)(100b^2 + 63)}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 49 \\ \hline 891 \\ 392 \\ \hline 4851 \end{array}$$

$$= 4850$$

$$9750$$

$$4(a^2 + 1)(100b^2 + 63) =$$

$$= (4a^2 + 4)(100b^2 + 63) =$$

$$= 400a^2b^2$$

$$+ 400b^2 + 252a^2 + 252$$

$$-49x^4 + 50x^2 + 99 = 4900x^2 - 49x^4 + 4850x^2 + 99 - 2140\sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 99}$$

$$9700x^2 = 140 \times \sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 99} \quad 400a^2b^2 + 256 + 640ab$$

$$9700^2 x^2 = 28619600(-49x^4 + 4850x^2 + 99)$$

$$-400a^2b^2 - 400b^2$$

$$-252a^2 - 252$$

$$x^2 = t$$

$$-400b^2 - 252a^2 + 4$$

$$19600 \cdot 49 t^2 + (19600 \cdot 9700^2 - 19600 \cdot 4850) t - 19600 \cdot 99 = 0 \quad + 640ab$$

$$t = \frac{1970000 \pm \sqrt{1970000^2 + 4 \cdot 19600 \cdot 99}}{98 \cdot 19600} = \frac{-(20b)^2 - 2 \cdot 20b \cdot 16 + (16a)^2}{-(20b - 16a)^2 + 4a^2 + 4}$$

$$= \frac{19700 \pm \sqrt{19700^2 + 4 \cdot 1960 \cdot 99}}{98 \cdot 196}$$

$$\begin{array}{r} 97 \\ 97 \\ \hline 679 \\ 873 \\ \hline 93090000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ 485 \\ \hline 980 \\ 1568 \\ 784 \\ \hline 95060000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ 196 \\ \hline 1176 \\ 1764 \\ 196 \\ \hline 38416 \\ 396 \\ \hline 230486 \\ 345744 \\ \hline 115248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ 197 \\ \hline 1379 \\ 1873 \\ 197 \\ \hline 3880900000 \\ 15212436 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 98 \\ \hline 536 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 95060000 \\ 93090000 \\ \hline 965060000 \\ 19700000 \\ \hline -19700000 \end{array}$$

$$152127360040330273600$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 40330273600 \quad | \quad 100 \\ 403302736 \quad | \quad 4 \\ 100825684 \quad | \quad 4 \\ 25206421 \quad | \quad 13 \end{array}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \beta \sin \beta \cos \alpha}$$

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \\ &= \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$\begin{aligned} \cos(30 + 30) &= \\ &= \cos \alpha \cos \beta \\ &= \cos^2 30 \end{aligned}$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 - 64x^2 =$$

$$= 49x^4 - 14x^2 + 1$$

$$(7x^2 - 1)^2$$

$$64x^2 = 198 - 2 \cdot$$

$$114x^2 = 198 - 2 \cdot \frac{\sqrt{49x^4 - 50 \cdot 99x^2 + 99^2}}{\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}} (7x^2 - 1)$$

$$64t = 198 - 2 \cdot \frac{\sqrt{99 - 49t} \sqrt{99 - t} \cdot (7t - 1)}{\sqrt{t^2 + 1} \sqrt{49t + 1}}$$

$$64 \cdot 198 - 64t = 2$$

$$32t \cdot 99 - 99 - 32t = \frac{\sqrt{(99 - 49t)(99 - t)}}{(t + 1)(49t + 1)} \cdot (7t - 1)$$

$$99^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 99t = \frac{(99 - 49t)(99 - t)}{(t + 1)(49t + 1)} \cdot (7t - 1)^2$$

$$99^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 99t = \frac{(99^2 - 50 \cdot 99t - 49t^2)}{49t^2 + 50t + 1} \cdot (49t^2 + 14t - 14t)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

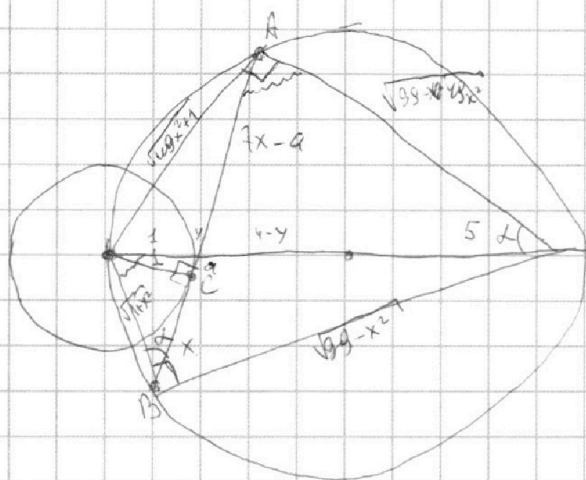
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$100 = 49x^2 + 1 + 99 - 49x^2$$

$$\sqrt{(1+x^2)(99-49x^2)} + \sqrt{(49x^2+1)(99-x^2)} =$$

$$= 7x \cdot 10$$

$$\sqrt{-49x^4 + 50x^2 + 99} + \sqrt{-49x^4 + 99x^2 + 99} =$$

$$= 70x$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

cos

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

(x_1, y_1)

8

10

$$ax = y - 10b$$

$$y = ax + 10b$$

$\sin \alpha \in [-2, 2]$ сущ. a если дано 2 река.

$b \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ сущ. a

$$1) ax + 10b = (x+8)^2$$

$$= 0. \quad a = \frac{y-10b}{x}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x_1+8)^2 + y_1^2 - 1 = 0$$

$$a y_1 = a x_1 + 10b$$

$$x_1^2 + 16x_1 + 64 + 10abx_1 + 100b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2+1)x_1^2 + (20ab+16)x_1 + 100b^2+63 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a^2+b^2+2ab \equiv 0 \pmod{m} \Leftrightarrow a^2+b^2-bab$$

$$bab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$bab \equiv 0 \pmod{b}$$

$$a+b : ab : b$$

$$b : b \Rightarrow a : b$$

$\times$

Если $m : b$, то

$$a+b : b$$

$$a : b \times \text{аналог. с } m : a$$

$$\text{Значит } m : a, m : b, \text{ тогда } bab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\text{Пусть } (m; a) = d > 1. \text{ Тогда } a+b : m$$

$$\text{Тогда } b : d, a : d \times \text{ значит } (m; a) = 1$$

$$\text{Аналог. с } (m; b) = 1. \text{ Тогда } bab : m$$

$$8 : m. \text{ Найдем } m - 8.$$

$$\sqrt{(2x-1)(x-2)+1} - \sqrt{(2x+6)(x-2)+13} = 2-7x$$

Нужно

$$2x^2-5x+3$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-64}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{4} = \frac{-2 \pm i\sqrt{2}}{4} = \frac{-1 \pm i\sqrt{2}}{2}$$

$$2(x+\frac{1-i\sqrt{2}}{2})(x+\frac{1+i\sqrt{2}}{2})$$

$$2(x^2-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2})$$

$$2(x^2+x+\frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2-5x+3} &= 2-7x+\sqrt{2x^2+2x+1} \\ 2x^2-5x+3 &= 4+49x^2+2x^2+2x+1+4\sqrt{2x^2+2x+1}-2(14x\sqrt{2x^2+2x+1}-28x) \end{aligned}$$

при любом $a, b \in \mathbb{Z}$

и $a, b \neq 0$

$$1) ab : m. \text{ Тогда } a+b \equiv 0 \pmod{ab}$$

$$2) a : m$$

$$3) b : m. \text{ Тогда } a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a+b : m : ba : a$$

$$b : a \times$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

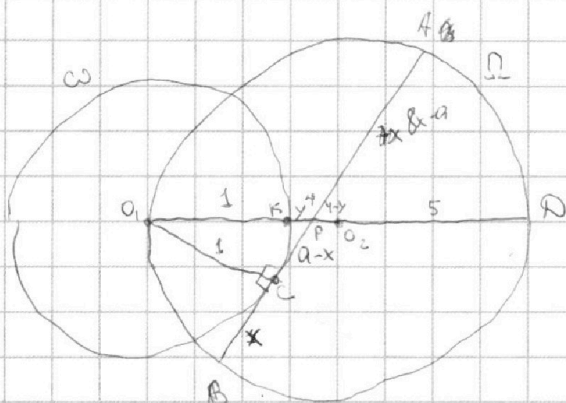
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x, \quad x^2$$



$$\begin{aligned} & 2x^2+4x+1 \\ & (2x-1)(x-2)+1 \\ & (x-1)(x-2) \end{aligned}$$

$$(1+y)(4-y)$$

$$OK \cdot OL = PC^2$$

$$a-x = \sqrt{1+y^2+2y-1} = \sqrt{y^2+2y}$$

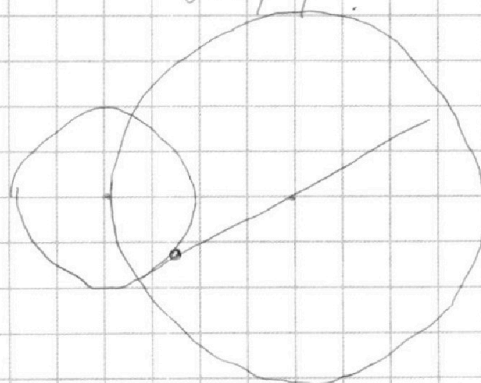
$$a = \sqrt{y^2+2y} + x$$

$$x \cdot (a-x) = (1+y)(4-y)$$

$$(x-a)a = (1+y)(4-y)$$

$$8x=7$$

$$8x-a^2 = 9+8y-y^2$$



$$\begin{aligned} a^2 &= 1+1+y^2+2y-1 = y^2+2y \\ &= (y+1)y \end{aligned}$$

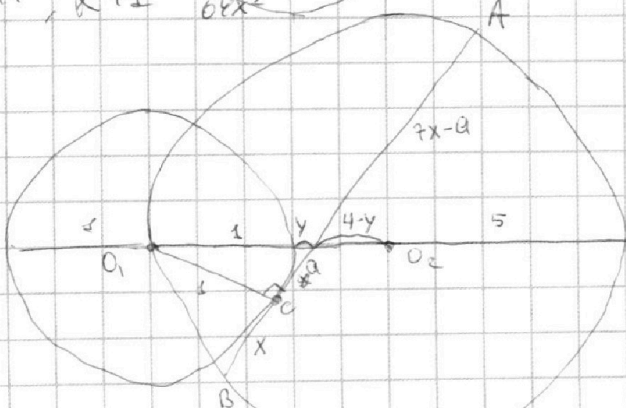
$$a = \sqrt{y^2+2y}$$

$$(a+x)(7x-a) = (1+y)(4-y)$$

$$(\sqrt{y^2+2y}+x)(7x-\sqrt{y^2+2y}) = 9+8y-y^2$$

$$6x\sqrt{y^2+2y} + 7x^2 - y^2 - 2y = 9+8y-y^2$$

$$\sqrt{6x^2+1}, \sqrt{x^2+1}, \frac{8x}{6x^2}$$



$$7x^2 + 6\sqrt{y^2+2y}x - 10y - 9 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$abc : 2^{14} 7^{10}$$

$$abc : 2^{17} 7^{17}$$

$$abc : 2^{20} 7^{37}$$

ab

$$ab = x \cdot 2^{14} 7^{10}$$

$$bc = y \cdot 2^{17} 7^{17}$$

$$ac = z \cdot 2^{20} 7^{37}$$

$$7x = 42$$

$$x = \frac{42}{7}$$

$$22 \pm \sqrt{484 + 12 \cdot 41}$$

$$2\sqrt{\dots} = 2x^2 + 2x + 2 - 2x^2 + 5x - 3 = (abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} 7^{64}$$

$$= 7x - 1$$

$$abc = \sqrt{xyz \cdot 2^{51} 7^{64}}$$

Наим. $2xyz$, являющиеся квадратами - это 4, т.е. один из $x, y, z = 2$, остальные - 1.

т.е. наим. $abc = 2^{26} 7^{32}$ миним.

$$ab = 2^{15} 7^{10}, bc = 2^{17} 7^{17}, ac = 2^{20} 7^{37}$$

$$\sqrt{xyz} = \sqrt{2^{15} 7^{10}}$$

$$61 \cdot 2^4$$

$$1) 2xyz - \text{наим.}$$

$$2) \sqrt{2xyz} : 7^5$$

$$3) 2xyz - \text{квадрат}$$

$$2xyz : 2^{10}, \text{ если}$$

$$xyz : 2 \cdot 7^{10} \quad 976$$

$$\text{мин } xyz = 2 \cdot 7^{10}, \text{ т.е. } abc = 2 \cdot 7^5 \cdot 2^{15} \cdot 7^{32} = 2^{26} 7^{37}$$

Пример 4: $x \neq 2$

$$x = 7^5, y = 7^5, z = 7^{15}$$

- баб

$$z = 2$$

$$\begin{array}{r} 976 / 2 \\ 488 / 2 \\ 244 / 2 \\ 122 / 2 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$ab = 2^{15} 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} 7^{37}$$

$$ab = 2^{14} 7^{15}$$

$$bc = 2^{17} 7^{22}$$

$$ac = 2^{21} 7^{37}$$

$$c = 2^{11} 7^{22}$$

$$a = 2^9 7^{14}$$

$$b = 2^6 7^{14}$$

$$c = 2^{12} 7^{22}$$

$$a = 2^9 7^{15}$$

$$b = 2^5 7^4$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = 1$$

$$\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 - 6ab + b^2} = \text{несокр}$$

$$\frac{(a+b)(b+a)}{3(a+b)^2 - 2a^2 - 2b^2}$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

$$a^2 - 6ab + b^2$$

$$arb = m \cdot x$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = m \cdot y$$

$$(a+b) \cdot y \cdot (a^2 - 6ab + b^2) \cdot x$$