



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}; bc: 2^{17} \cdot 7^{17}; ac: 2^{20} \cdot 7^{37}. \text{ Тогда}$$

$$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}; bc = y \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}; ac = z \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ где } x, y, z \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Тогда } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64} = (2 \cdot xyz) \cdot 2^{50} \cdot 7^{64}.$$

$$\text{Значит } abc = \sqrt{2xyz} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32}. \text{ Заметим, что т.к. } ac: 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ то}$$

$$\text{и } abc: 2^{20} \cdot 7^{37}, \text{ а } \sqrt{2xyz} : 7^5 \text{ (1)}. \text{ Также заметим, что}$$

$\sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}$, тогда $abc \in \mathbb{N}$. Тогда $2xyz$ - квадрат какого-то числа.
кратно

Значит xyz кратно четной степени 2 (2) (т.к. $2xyz$ было кратно квадрату 2)

Также, заметим, что для abc наименьшего, нужно, чтобы

$\sqrt{2xyz}$ был наим., т.е. $2xyz$ - наим., т.е. xyz - наим (3).

Заметим, что $\sqrt{2xyz} : 7^5$ следует, что $2xyz : 7^{10}$, а т.к. $(2; 7^{10}) = 1$, то $xyz : 7^{10}$ (4)

В итоге:

$$\begin{cases} xyz \text{ - наим} \\ xyz : 7^{10} \\ xyz : 2^{2k+1}, k \geq 0 \end{cases} \text{ т.к. } (7^{10}; 2^{2k+1}) = 1 \text{ при } k \geq 0, \text{ то } xyz : 7^{10} \cdot 2^{2k+1}$$

Значит xyz наименьшее при $k=0$, т.е. $xyz = 2 \cdot 7^{10}$

$$\text{Значит } abc \text{ (наим)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2 \cdot 7^5 \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Теперь докажем, что также a, b, c существуют также, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример: $a = 2^9 \cdot 7^{15}; b = 2^5; c = 2^{12} \cdot 7^{22}$. Тогда

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{15} : 2^{14} \cdot 7^{16} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{22} : 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{21} \cdot 7^{37} : 2^{20} \cdot 7^{37} \\ abc = 2^{26} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

Значит наименьшее возможное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a+b$ и $a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$, т.е.

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \\ a^2 - 2ab + b^2 \equiv 0 \end{cases} \pmod{m} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a^2 + b^2 + 2ab \equiv 0 \\ a^2 - 2ab + b^2 \equiv 0 \end{cases} \pmod{m} \quad \text{Тогда}$$

$8ab \equiv 0 \pmod{m}$ По условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е. $(a,b)=1$.

Значит существуют следующие варианты:

1) Заметим, что по условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е. $(a,b)=1$.

Значит a и b одновременно не могут быть не делителями

$8ab \not\equiv 0 \pmod{m}$ Пусть $(m,a) = d > 1$. Тогда из условия $a+b \equiv m$ a и b имеют

следует, что т.к. $a+b \equiv m \pmod{d}$; $a \equiv d \Rightarrow b \equiv d$. Нет тогда $(a,b) \neq 1$

общий делитель $d > 1$, что $\neq \emptyset$, т.к. $(a,b)=1$.

Аналогично для m и b получим, что $(m,b)=1$.

$$\text{т.е. } \begin{cases} (m,b)=1 \\ (m,a)=1 \\ 8ab \equiv m \end{cases} \Rightarrow \underline{8 \mid m} \quad \text{Наибольшее такое } m = 8$$

Ответ: 8.

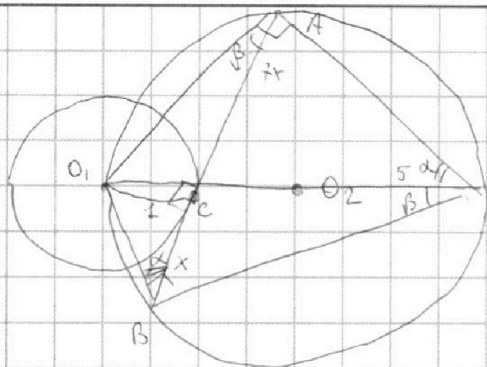
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = 7x$, тогда $BC = x$.

Пусть O_1 и O_2 — центры ω и Ω соответственно.

Проведем O_1C . Т.к. AB — касат.,

$\angle O_1CB = 90^\circ$. Тогда найдем O_1A и O_1B по т. Пифагора

$$O_1A = \sqrt{49x^2 + 1}; \quad O_1B = \sqrt{x^2 + 1}. \quad \text{Тогда пусть } \angle O_1BC = \alpha;$$

$\angle O_1AB = \beta$, тогда $\angle O_1AB = \angle O_1BA = \beta$; $\angle O_1CA = \angle O_1CB = \alpha$
(опр. на одну дугу).

Заметим, что из $\triangle O_1CA$ $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}$, а из $\triangle O_1CB$ $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Тогда для $\angle AOB$. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$

$$= \sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \sin \beta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot \frac{\sqrt{49x^2}}{\sqrt{49x^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{49x^2 + 1}} =$$

$$= \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}. \quad \text{Тогда } \cos(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \frac{64x^2}{(x^2 + 1)(49x^2 + 1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(7x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)(49x^2 + 1)}} = \frac{7x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}.$$

Пусть D — т. пер. Ω с прямой O_1O_2 . Тогда $\triangle O_1AD$ и $\triangle O_2BD$ — прямоуг. (OD — диаметр). Тогда по т. Пифагора

$$AD = \sqrt{100 - 49x^2} = \sqrt{99 - 49x^2}; \quad BD = \sqrt{100 - x^2} = \sqrt{99 - x^2}.$$

Заметим, что $AB = 8x$. Тогда по т. косинусов для $\triangle AOB$

$$64x^2 = 99 - 49x^2 + 99 - x^2 - 2\sqrt{99 - 49x^2} \sqrt{99 - x^2} \cdot \frac{7x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}.$$

⋮

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x.$$

Пусть $\sqrt{2x^2-5x+3} = a$; $\sqrt{2x^2+2x+1} = b$, тогда заметим, что

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = a - b$$

↑
по условию.

$$(a-b)(a+b) = (a-b).$$

$$\begin{cases} a-b=0 \\ a+b=1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}. \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x + 1 + 2x^2 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 2\sqrt{2x^2+2x+1} = 7x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 + 1 - 14x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{11-2\sqrt{61}}{41}, \frac{11+2\sqrt{61}}{41}, \frac{2}{7} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

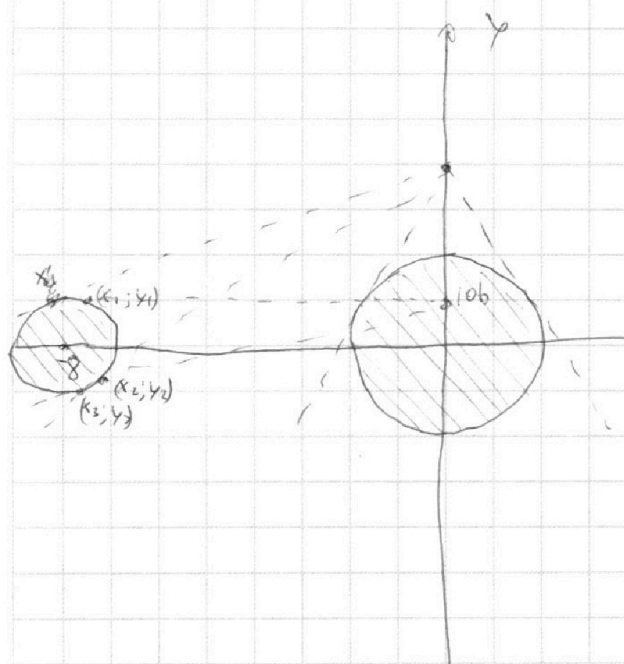
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Построим график второго выражения.



Заметим, что $y = ax + 10b$ должна пересекать данный график ровно 2 раза.

Если $10b \in [-2; 2]$, то

нужно найти ур-ие касательных ко второй окружности.

Пусть тогда первые касательные - $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$

Тогда еще есть ур-ие

этих касат. $y = a_1x + 10b$; $y = a_2x + 10b$, то ~~еще~~ для выполнения условия

прямая $ax + 10b$ ^{должна} не пересекать первую окруж.

Если $10b \in (-\infty, -2) \cup (2; \infty)$, то найдём 4 касательные, а затем и котр. а.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-20ab - 16 \pm \sqrt{400a^2b^2 + 256 + 640ab - 4(a^2+1)(100b^2+63)}$$

$$x_1 =$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ -29 \\ \hline 891 \\ -96 \\ \hline 4851 \end{array}$$

$$= 4850$$

$$9750$$

$$4(a^2+1)(100b^2+63) =$$

$$= (4a^2+4)(100b^2+63) =$$

$$= 400a^2b^2$$

$$+ 400b^2 + 252a^2 +$$

$$252$$

$$-49x^4 + 50x^2 + 99 = 4900x^2 - 140x^4 + 4850x^2 + 99 - 2 \cdot 140x^2 \sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 99}$$

$$9700x^2 = 140x^2 \sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 99} \quad 400a^2b^2 + 256 + 640ab$$

$$9700^2 x^2 = 28619600 (-49x^4 + 4850x^2 + 99)$$

$$-400a^2b^2 - 400b^2$$

$$-252a^2 - 252$$

$$x^2 = t$$

$$\begin{array}{l} // \\ -400b^2 - 252a^2 + 4 \end{array}$$

$$19600 \cdot 49 t^2 + (19600 \cdot 9700^2 - 19600 \cdot 4850) t - 19600 \cdot 99 = 0 \quad + 640ab$$

$$t = \frac{1970000 \pm \sqrt{1970000^2 + 4 \cdot 19600 \cdot 99}}{98 \cdot 19600} = -\frac{(20b)^2 - 2 \cdot 20b \cdot 16 + (16a)^2}{-(20b - 16a)^2 + 4a^2 + 4}$$

$$= \frac{19700 \pm \sqrt{19700^2 + 4 \cdot 1960 \cdot 99}}{98 \cdot 196}$$

$$\begin{array}{r} 97 \\ 97 \\ \hline 679 \\ 873 \\ \hline 93090000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 196 \\ 485 \\ \hline 980 \\ 1568 \\ 784 \\ \hline 95060000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ 196 \\ \hline 1176 \\ 1764 \\ 196 \\ \hline 38416 \\ 396 \\ \hline 230496 \\ 345744 \\ \hline 115248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ 197 \\ \hline 1379 \\ 1873 \\ 197 \\ \hline 3880900000 \\ 152127360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 98 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 95060000 \\ 93090000 \\ \hline 965060000 \\ 1970000 \\ \hline -1970000 \end{array}$$

$$1521273600 \quad 40330273600$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 40330273600 \quad | \quad 100 \\
 \hline
 403302736 \quad | \quad 4 \\
 \hline
 100825684 \quad | \quad 4 \\
 \hline
 25206421 \quad | \quad 13
 \end{array}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \beta \sin \beta \cos \alpha}$$

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$\begin{aligned}
 \sin(\alpha + \beta) &= \\
 &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha
 \end{aligned}$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$\begin{aligned}
 \cos(30 + 30) &= \\
 &= \cos \alpha \cos \beta \\
 &= \cos 30^2
 \end{aligned}$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 - 64x^2 =$$

$$= 49x^4 - 14x^2 + 1 = (7x^2 - 1)^2$$

$$64x^2 = 50x^2$$

$$14x^2 = 198 - 2 \cdot \frac{\sqrt{49x^4 - 50 \cdot 99x^2 + 99^2}}{\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}} \cdot (7x^2 - 1)$$

$$64t = 198 - 2 \frac{\sqrt{99 - 49t} \sqrt{99 - t} \cdot (7t - 1)}{\sqrt{t+1} \sqrt{49t+1}}$$

$$64 \cdot 198 - 64t = 2$$

$$32t \cdot 99 - 32t = \frac{\sqrt{(99 - 49t)(99 - t)}}{(t+1)(49t+1)} \cdot (7t-1)$$

$$99^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 99t = \frac{(99 - 49t)(99 - t)}{(t+1)(49t+1)} \cdot (7t-1)^2$$

$$99^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 99t = \frac{(99^2 - 50 \cdot 99t - 49t^2)}{49t^2 + 50t + 1} \cdot (49t^2 + 14t - 14t)$$



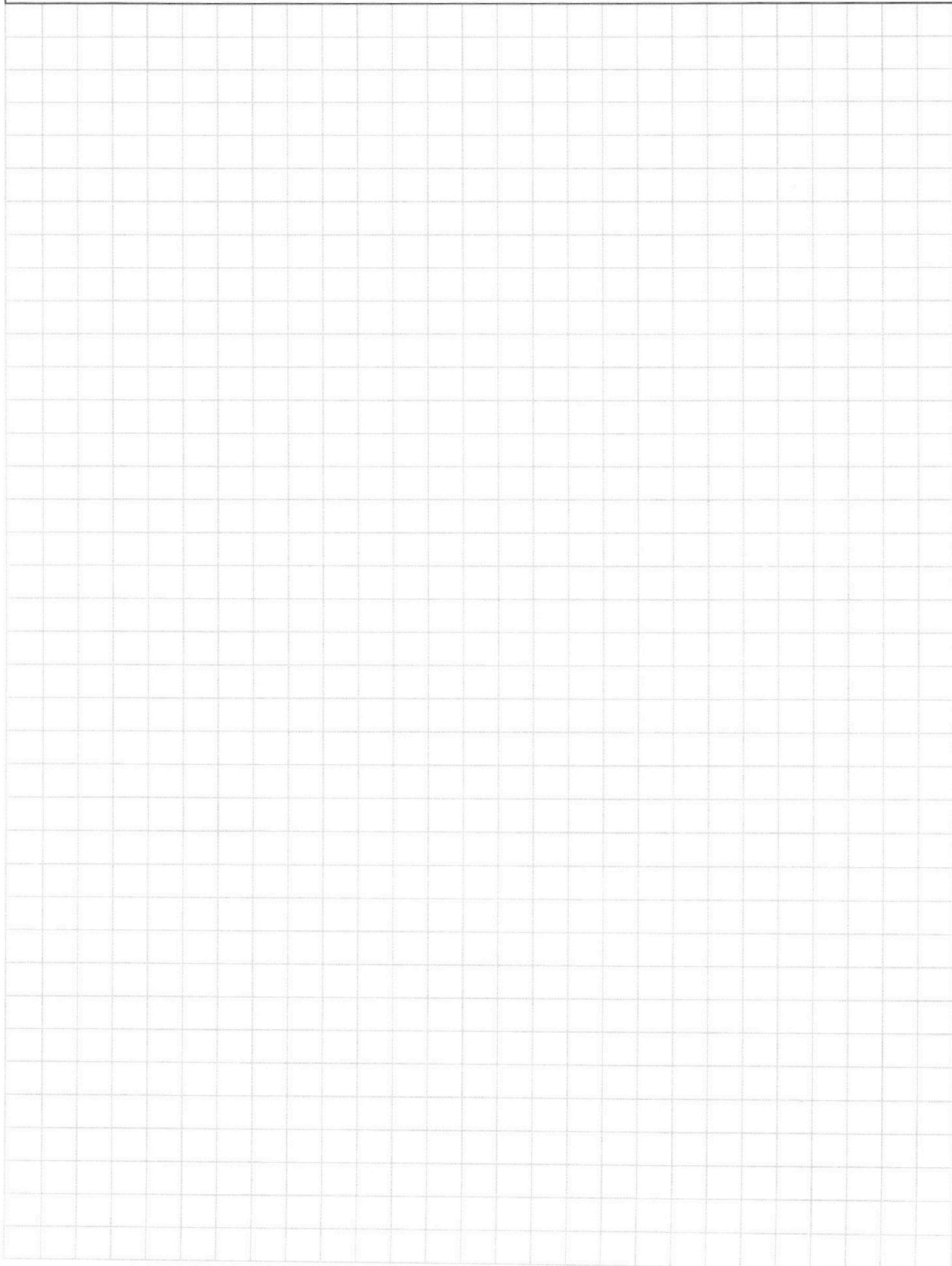
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



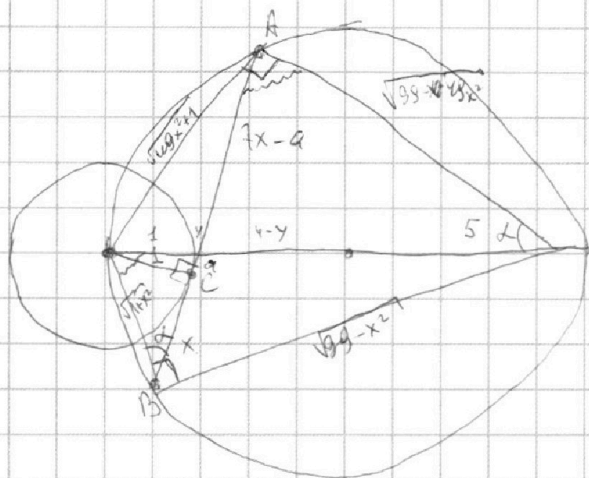
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$100 = 49x^2 + 1 + 99 - 49x^2$$

$$\sqrt{(1+x^2)(99-49x^2)} + \sqrt{(49x^2+1)(99-x^2)} =$$

$$= 7x \cdot 10$$

$$\sqrt{-49x^4 + 50x^2 + 99} + \sqrt{-49x^4 + 99x^2 + 99} =$$

$$= 70x$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

8²

10

$$ax = y - 10b$$

$$y = ax + 10b$$

$\sin \alpha \in [-2, 2]$ сущ. a если дано 2 река.

$$b \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \text{ тогда}$$

$$1) ax + 10b = (x+8)^2$$

$$= 0, \quad a = \frac{y-10b}{x}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x_1+8)^2 + y_1^2 - 1 = 0$$

$$a y_1 = a x_1 + 10b$$

$$x_1^2 + 16x_1 + 64 + 10a^2 x_1^2 + 20abx_1 + 100b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2+1)x_1^2 + (20ab+16)x_1 + 100b^2+63 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \equiv 0 \pmod{m} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - bab$$

$$bab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$bab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a+b : ab : b$$

$$b : b \Rightarrow a : b$$

~~✗~~

Если $m : b$, то

$$a+b : b$$

$$a : b \text{ и аналог. с } m : a$$

Значит $m : a$; $m : b$, $bab \equiv 0$

Пусть $(m; a) = d > 1$. Тогда $a+b : m$

Тогда $b : d$; $a : d$ и значит $(m; a) = 1$.

Аналог. с $(m; b) = 1$. Тогда $bab : m$

$8 : m$. Найдем $m - 8$.

$$\sqrt{(2x-1)(x-2)+1} - \sqrt{(2x+6)(x-2)+13} = 2-7x$$

Пусть $2x^2 - 5x + 3$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 64}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2(x-1)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 8}}{4} = \frac{-2 \pm 2i}{4} = \frac{-1 \pm i}{2}$$

$$2\left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right)$$

$$2\left(x^2 + x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 &= 4 + 49x^2 - 28x + 2x^2 + 2x + 1 + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2(14x\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 28x) \end{aligned}$$

При каком a и b ~~8~~

и $ab : 8$

1) $ab : m$. Тогда $a+b \equiv 0 \pmod{ab}$

2) $ab = m$

3) ~~8~~ $8a = m$

$$a+b \equiv m : 8a : a$$

$$b : a \text{ и } \text{✗}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

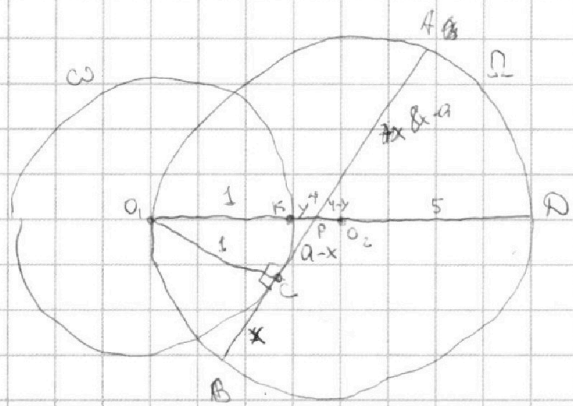
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x, \quad x^2$$



$$2x^2+4x+1 = (2x-1)(x-2)+1 = (x-1)(x-2)$$

$$(1+y)(9-y)$$

$$OK \cdot OQ = PC^2$$

$$a-x = \sqrt{1+y^2+2y-1} = \sqrt{y^2+2y}$$

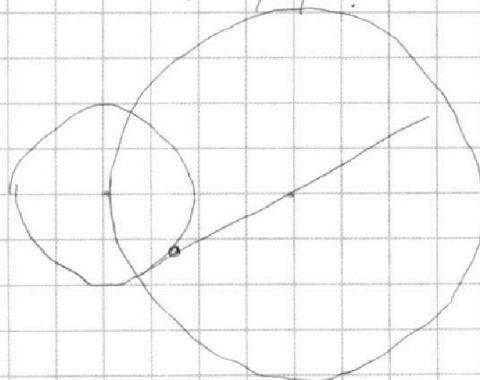
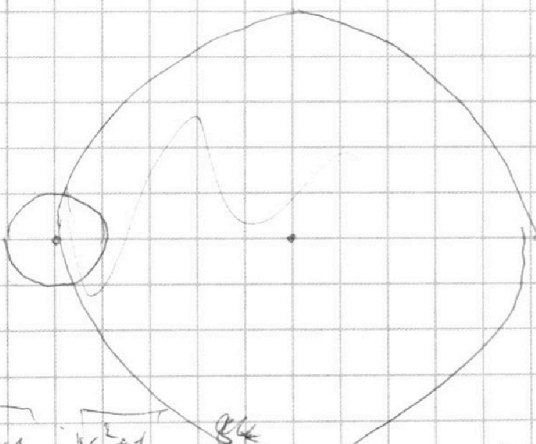
$$a = \sqrt{y^2+2y} + x$$

$$x \cdot (a+x) = (1+y)(9-y)$$

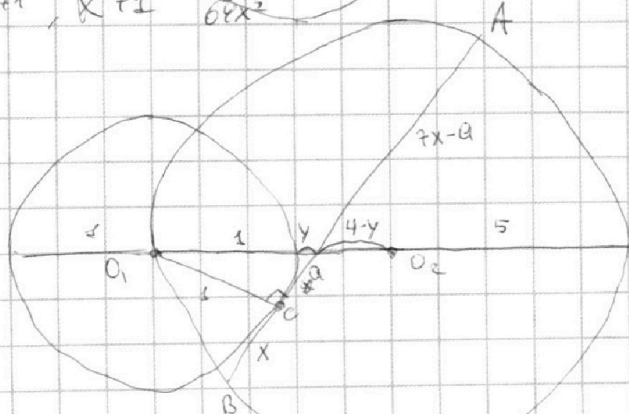
$$(x-a)a = (1+y)(9-y)$$

$$x=7$$

$$x-a = 9+8y-y^2$$



$$\sqrt{6x^2+1}, \quad x^2+1, \quad \frac{24}{6x}$$



$$a^2 = 1 + 1 + y^2 + 2y - 1 = y^2 + 2y$$

$$a = \sqrt{y^2+2y}$$

$$(a+x)(7x-a) = (1+y)(9-y)$$

$$(\sqrt{y^2+2y} + x)(7x - \sqrt{y^2+2y}) - 9 + 8y - y^2$$

$$7x^2 + 6\sqrt{y^2+2y}x - 10y - 9 = 0$$

$$6x\sqrt{y^2+2y} + 7x^2 - y^2 - 2y = 9 + 8y - y^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$abc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$abc : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

ab

$$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = y \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = z \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$7x = 42$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$22 \pm \sqrt{484 + 12 \cdot 41}$$

$$\sqrt{\dots} = 2x^2 + 2x + 2 - 2x^2 + 5x - 3 = 7x - 1$$

$$(abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$abc = \sqrt{xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}} = \sqrt{xyz} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32}$$

Наим. $2xyz$, если все в обратном - это 4, т.е. если из $x, y, z = 2$, остальные - 1.

т.е. наим. $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$

Пример $ab = 2^{15} \cdot 7^{10}$, $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$, $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$\sqrt{xyz} = \sqrt{2^5}$ 1) $2xyz$ - наим.

2) $\sqrt{2xyz} : 7^5$

3) $2xyz$ - в обратном

$2xyz : 7^{10}$, если

$xyz : 2 \cdot 7^{10}$

41

12

82

41

482

482

976

61. 2^4

наим $xyz = 2 \cdot 7^{10}$, т.е. $abc = 2 \cdot 7^5 \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример 4: $x = 2$

$x = 7^5$

$y = 7^5$

$z = 2$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$

$a = 2^9 \cdot 7^{14}$

$b = 2^6 \cdot 7^{14}$

$-bab$

$$\begin{array}{r} 976 / 2 \\ 488 / 2 \\ 244 / 2 \\ 122 / 2 \\ \hline \text{61 } (a, b) = 1 \end{array}$$

$ab = 2^{14} \cdot 7^{15}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{22}$

$ac = 2^{21} \cdot 7^{37}$

$c = 2^{12} \cdot 7^{22}$

$a = 2^9 \cdot 7^{15}$

$b = 2^5 \cdot 7^4$

$\frac{a+b}{a^2 - bab + b^2} = 1$

$(a+b)(b+a)$

$3(a+b)^2 - 2a^2 - 2b^2$

$a^2 - bab + b^2$

$\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 - bab + b^2}$ - не совсем

$(a+b)^2 - 8ab$

$arb = m \cdot x$

$a^2 - bab + b^2 = m \cdot y$

$(a+b) \cdot y = (a^2 - bab + b^2) \cdot x$