



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1  
 $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$ ,  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ . Тогда

$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$ ;  $bc = y \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$ ;  $ac = z \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$ , где  $x, y, z \in \mathbb{N}$ .

Тогда  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64} = (2 \cdot xyz) \cdot 2^{50} \cdot 7^{64}$ .

Значит  $abc = \sqrt{2 \cdot xyz \cdot 2^{50} \cdot 7^{64}}$ . Заметим, что т.к.  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ , то

$\sqrt{2 \cdot xyz} = 2^{10} \cdot 7^{37}$ , значит  $\sqrt{2 \cdot xyz} = 7^5$ . Так же заметим, что

$\sqrt{2 \cdot xyz} \in \mathbb{N}$ , тогда  $abc \in \mathbb{N}$ . Тогда  $2 \cdot xyz$  — квадрат какого-то числа.

значит

значит  $xyz \in \mathbb{Z}$  (от нечетной степени  $\sqrt{2}$ ) тогда  $2 \cdot xyz$  было

кратно  $\sqrt{2}$  (квадрату  $\sqrt{2}$ )

Также, заметим, что если  $abc$  не наименьшее, нужно, чтобы

$\sqrt{2 \cdot xyz}$  было кратн., т.е.  $2 \cdot xyz$  — наим., т.е.  $xyz$  — наим.

Заметим, что  $\sqrt{2 \cdot xyz} = 7^5$  следует, что  $2 \cdot xyz = 7^{10}$ , а т.к.  $(2 \cdot 7^{10}) = 1$ , то  $xyz = 7^{10}$

В итоге:

$$\begin{cases} xyz - \text{наим} \\ xyz = 7^{10} \\ xyz = 2^{2k+1}, k \geq 0 \end{cases} \text{, т.к. } (7^{10}; 2^{2k+1}) = 1 \text{ ибо } 7 \nmid 2^{2k+1}, \text{ т.о.}$$

Значит  $xyz$  наименшее при  $k=0$ , т.е.  $xyz = 2 \cdot 7^{10}$ .

Значит  $abc(\text{наим}) = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7^{10}} \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2 \cdot 7^5 \cdot 2^{25} \cdot 7^{32} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

существует

Теперь докажем, что такие  $a, b, c$  существуют такие, что

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^{15}$ ,  $b = 2^5$ ,  $c = 2^{12} \cdot 7^{22}$ . Тогда

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{15} \cdot 2^5 \cdot 7^{16}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{22} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{37} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Значит наименшее возможное значение  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$$Difer: 2^{26} \cdot 7^{37}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Нужно доказать, что  $a^2 - bab + b^2 \leq m$ , т.е.

$$\begin{cases} ab \geq 0 \\ a^2 - bab + b^2 \leq m \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a^2 + b^2 + 2ab \leq m \\ a^2 - bab + b^2 = 0 \end{cases} \quad \text{Тогда}$$

$bab \leq 0$  ~~по условию~~  $\Rightarrow$  неокончено, т.е.  $(a, b) \neq 1$ .

Значит существует следующее выражение:

ii) Значит, что по условию  $\frac{a}{b}$  несократимо т.е.  $(a, b) = 1$ .

Значит  $ab$  содержит только несократимые множители

$bab \neq 0$  ~~по условию~~  $(m; a) = d > 1$ . Тогда из условия  $a \cdot b \mid m$

~~а и б имеют~~

следует, что т.к.  $ab \mid m$ ;  $a \mid d \Rightarrow b \mid d$ . Но тогда ~~и b~~  $(a, b) \neq 1$

общий делитель  $d > 1$ , что  $\neq$ , т.к.  $(a, b) = 1$ .

Аналогично для  $m \mid b$  получим, что  $(m; b) = 1$ .

т.е.  $(m; b) = 1$

$(m; a) = 1$

$\Rightarrow \underline{8:m}$

Наименьшее такое  $m = 8$

$bab : m$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

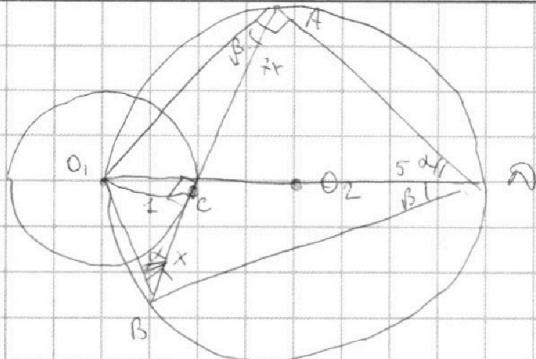
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AC = 7x$ , т.е.  $\angle ABC = \alpha$ .

Пусть  $O_1$  и  $O_2$  — центры  $\omega$  и  $\omega_2$  соответственно.

Проведем  $O_1C$ . т.е.  $O_1A$  касат.,

$\angle O_1CB = 90^\circ$ . Тогда  $\angle O_1AO_2 = \alpha$ . По теореме

$$O_1A = \sqrt{49x^2 + 1} ; O_1B = \sqrt{x^2 + 1}. \text{ Тогда } \angle O_1BC = \alpha;$$

$\angle O_1AB = \beta$ , т.е.  $\angle O_1AO_2 = \angle O_1BO_2 = \beta$ ;  $\angle O_2OA = \angle O_2BA = \alpha$   
(один из огни зуру).

Заметим, что в  $\triangle O_1CA$   $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}$ , а в  $\triangle O_1CB$   $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

Тогда имеем  $\angle AOB$ .  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$

$$= \sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \sin \beta \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot \frac{\sqrt{49x^2}}{\sqrt{49x^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} \cdot \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{49x^2 + 1}} =$$

$$= \frac{8x}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}} . \text{ Тогда } \cos(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \frac{64x^2}{(x^2 + 1)(49x^2 + 1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(7x^2 - 1)^2}{(x^2 + 1)(49x^2 + 1)}} = \frac{7x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}.$$

Пусть  $\Omega$  — т.н.  $\Omega$  с центрами  $O_1, O_2$ . Тогда  $\angle O_1AO_2 = \alpha$ ,  $\angle O_2BO_1 = \beta$  — прямые. ( $O_1O_2$  — диаметр). Тогда по т. Пифагора

$$AD = \sqrt{100 - 49x^2} = \sqrt{98 - 49x^2}; BD = \sqrt{100x^2 - 1} = \sqrt{99 - x^2}.$$

Заметим, что  $AB = 8x$ . Тогда по т. косинусов имеем  $\cos \angle ADB$

$$64x^2 = 98 - 49x^2 + 99 - x^2 - 2\sqrt{98 - 49x^2} \cdot \sqrt{99 - x^2} \cdot \frac{7x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{49x^2 + 1}}.$$

?

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

Пусть  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a$ ;  $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b$ , тогда заменим, что

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = a - b$$

по условию.

$$(a-b)(arb) = (a-b).$$

$$\begin{cases} a-b=0 \\ arb=1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 + 1 - 14x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 12 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} \end{cases}$$

Ответ:  $x \in \left\{ \frac{11-2\sqrt{61}}{41}, \frac{11+2\sqrt{61}}{41}, \frac{2}{7} \right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



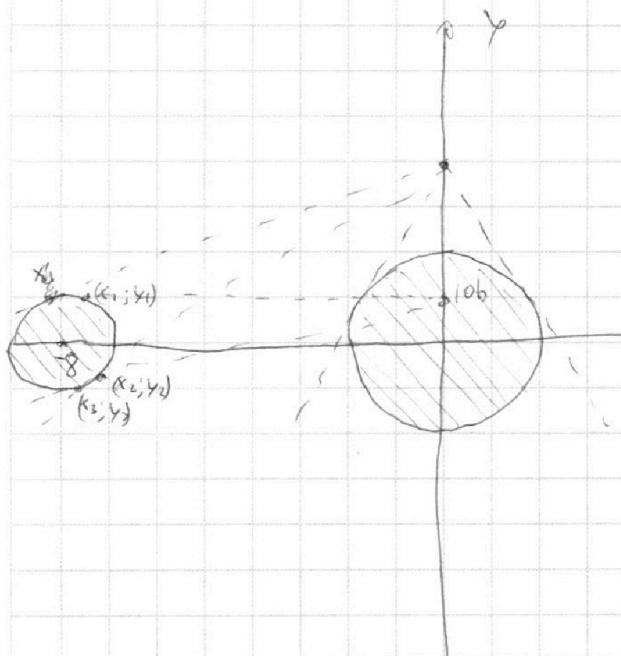
- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

Построим график второго выражения.



Заметим, что  $y = ax + 10b$   
должна пересекать данный график  
равно 2 раза.

Если  $10b \in [-2; 2]$ , то  
нужно найти  
ур-ще касающиеся  
ко второй окружности.  
Нусть точки касания -  
 $(x_1; y_1)$  и  $(x_2; y_2)$

Тогда если если ур-ще  
прих касат.  $y = a_1 x + 10b$ ;  $y = a_2 x + 10b$ ,  
то оно должно выполнить условие  
предикта  $ax + 10b$  не пересекает левую окружность.

Если  $10b \in (-\infty, -2) \cup (2; \infty)$ , то найдут 4 касающиеся,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 =$$

$$\frac{98}{29} \frac{891}{396} \frac{1}{485} \rightarrow -4850.$$

$$4(a^2+1)(100b^2+63) =$$

$$= (a^2+1)(100b^2+63) =$$

$$= 400a^2b^2$$

$$+ 400a^2b^2 + 252a^2 +$$

$$\cancel{-49x^4 + 50x^2 + 98} = 4900x^2 - \cancel{49x^4 + 4850x^2 + 98} - 2140x\sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 98} + 252.$$

$$9700x^2 = 140 \times \sqrt{-49x^4 + 4850x^2 + 98}. \quad 400a^2b^2 + 256 + 640ab$$

$$9700^2x^2 = 28619600 (-49x^4 + 4850x^2 + 98). \quad -400a^2b^2 - 400b^2 \\ -252a^2 - 752$$

$$x^2 = t.$$

$$-400b^2 - 252a^2t + 4$$

$$(19600 \cdot 49 + t^2 + (19600 \cdot 9700^2 - 18600 \cdot 4850)t^2 - 19600 \cdot 98) + 640ab =$$

$$t = \frac{19700000 \pm \sqrt{1970000^2 + 4 \cdot 19600 \cdot 98}}{98 \cdot 19600} = - (20b)^2 - 2 \cdot 20b \cdot 16 + (6a)^2 = \\ = - (20b + 16a)^2 + 4a^2 + 4.$$

$$= \frac{19700 \pm \sqrt{19700^2 + 4 \cdot 19600^2 \cdot 98}}{98 \cdot 196}.$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ 97 \\ \hline 679 \\ 873 \\ \hline 9309000 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 196 \\ 196 \\ \hline 1176 \\ 1764 \\ 196 \\ \hline 38416 \\ 386 \\ \hline 230486 \\ 345744 \\ 115248 \\ \hline 1521273600 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 197 \\ 197 \\ \hline 1379 \\ 18723 \\ 197 \\ \hline 521836 \\ 152123600 \\ \hline 40330273600 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 950600000 \\ 930900000 \\ 9650600000 \\ \hline 197300000 \\ \hline 19700000 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ 97 \\ \hline 679 \\ 873 \\ 197 \\ \hline 1379 \\ 18723 \\ 197 \\ \hline 521836 \\ 152123600 \\ \hline 40330273600 \\ \end{array}$$

$$1521273600 \quad 40330273600$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$40330273600 \mid 100$$

$$403302736 \mid 4$$

$$100825684 \mid 4$$

$$2520642 \mid 13$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \beta \sin \beta \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} & \sin \\ & \cos(\alpha+\beta) = \\ & = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

$$\cos(\alpha+\beta) =$$

$$\begin{aligned} & \cos(30+30) = \\ & = \cos 30 \cos 30 \\ & \cos 30^2 \end{aligned}$$

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1 - 64x^2 =$$

$$\begin{aligned} & = 49x^4 - 14x^2 + 1 \\ & (7x^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

$$64x^2 = -50x^2$$

$$114x^2 = 198 - 2 \cdot \frac{\sqrt{49x^4 - 50 \cdot 98x^2 + 98^2}}{\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}} (7x^2 + 1)$$

$$64t = 198 - 2 \cdot \frac{\sqrt{98 - 49t} \sqrt{98 - t} \cdot (7t - 1)}{\sqrt{t^2 + 1} \sqrt{49t^2 + 1}}$$

$$64(198 - 74t) = 2$$

$$32t^2 - 99 \cdot 98 - 32t = \frac{\sqrt{(98 - 49t)(98 - t)}}{(t+1)(49t+1)} \cdot (7t-1)$$

$$99^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 98t = \frac{(98 - 49t)(98 - t)}{(t+1)(49t+1)} \cdot (7t-1)^2$$

$$98^2 + 32^2 t^2 - 64 \cdot 98t = \frac{(98^2 - 50 \cdot 98t - 49t^2)}{98t^2 + 50t + 1} \cdot (49t^2 + 14t - 14t)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

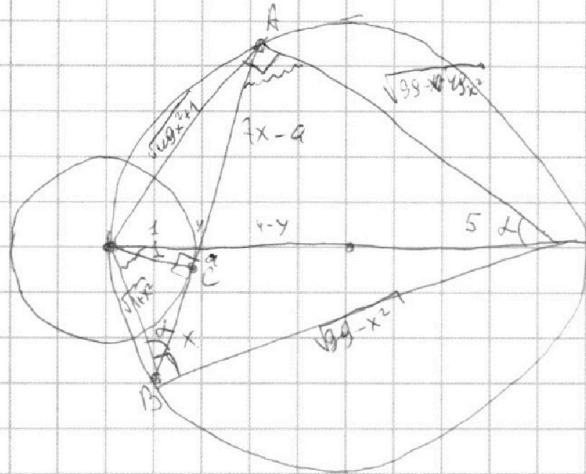
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$100 = 49x^2 + 1 + 9y^2 - 49x^2$$

$$\sqrt{(x^2)(99-49x^2)} + \sqrt{(49x^2+1)(99-x^2)} =$$

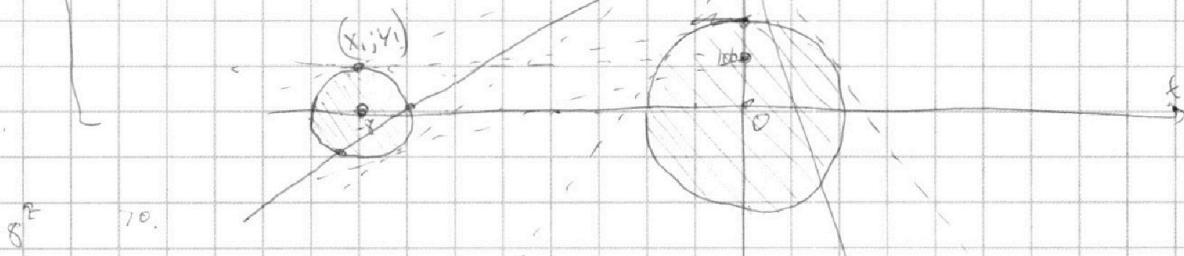
$$= 7x \cdot 10$$

$$\sqrt{-49x^4 + 50x^2 + 99} + \sqrt{-49x^4 + (99-49x^2)} + 99 = 70x$$

~~sin 2 = 1 / sqrt(1+x^2)~~

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$



$$\alpha x = y - 10b$$

$$d = \frac{|y_1 - \alpha x_1|}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad y = \alpha x + 10b$$

$\Delta ab \in [-2; 2]$  сущ. а  $\Rightarrow$  радиусы бываю 2 раза.

1)  $b \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ . Жирно

выбрать круги

$$1) (ax + 10b)^2 = (x+8)^2$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x_1+8)^2 + y_1^2 - 1 = 0$$

$$\alpha y_1 = \alpha x_1 + 10b$$

$$= 0. \quad \alpha = \frac{y_1 - 10b}{x_1}$$

$$x_1^2 + x_1^2 + 64 + 16x_1 + \alpha^2 x_1^2 + 100b^2 + 20abx_1$$

$$(a^2 + 1)x_1^2 + (20ab + 16)x_1 + 100b^2 - 1 = 0$$

I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \equiv 0 \text{ } \square$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \equiv 0 \equiv a^2 + b^2 - 6ab \text{ } \square$$

$$bab \equiv 0 \text{ } \square$$

$$bab \equiv 0 \text{ } \square$$

$$ab : ab : b \text{ } \square$$

$$b : b \Rightarrow a : b \text{ } \square$$

X

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 = 4 + 49x^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 4\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ - 28x - 14\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

При любом  $a \neq b$   $\frac{bab}{ab} \neq 0$

известно

$$1) ab : m \text{. Тогда } ab \equiv 0 \text{ } \square$$

$$2) ab : m$$

$$3) ab \neq m \text{. } bab \equiv m \text{. } \square$$

Если  $m : b$ , то

$$ab : b \text{. } \square$$

$a : b \neq 1$ . Аналогично  $a : m$ .

$$ab \neq m : b \text{. } \square$$

$$b : a \text{. } \square$$

Значит  $m : a$ ,  $m : b$ ,  $bab \equiv 0 \text{ } \square$

Любое  $(a; b) = d > 1$ . Тогда  $ab : m$ .

Тогда  $b : d$ ,  $a : d \neq 1$  значит  $(a; d) = 1$ .

Аналогично  $(m; d) = 1$ . Тогда  $bab : m$ .

$b : m$ . Наиб  $m = 8$ .

$$\sqrt{(2x-1)(x-2)+1} - \sqrt{(2x+6)(x-2)+13} = 2 - 7x.$$

$$\text{Найдите } 2x^2 - 5x + 3$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 64}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{4} = \frac{-2 \pm 2i}{4} = \frac{1 \mp i}{2}$$

$$2\left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right)$$

$$2\left(x^2 + x + \frac{1}{2}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x, \quad \text{Eq 2}$$

$$\frac{2x^3+4x+1}{(2x-1)(x-2)+1}$$

$$(x+4)(x+2)$$

$$(1+y)(49-y)$$

$$(\text{P}1) \quad \text{ek} \cdot \text{bol} = \text{pc}^2$$

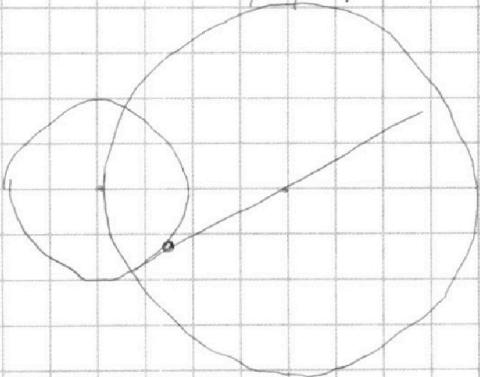
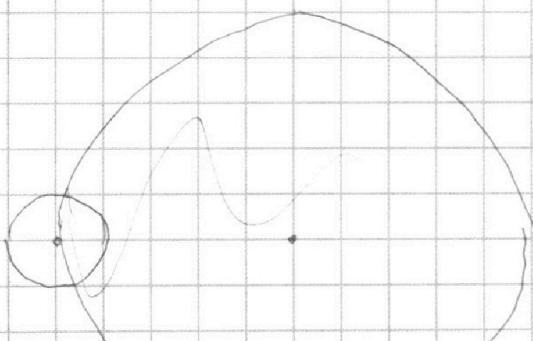
$$a-x = \sqrt{1+y^2+2y-3} = \sqrt{y^2+2y}$$

$$Q = \sqrt{y^2 + 2y} + x$$

$$700x = (f+y)(g-y)$$

$$(8x-a) \alpha = (x+y)(y-x)$$

$$80x - 4 = 9 + 89 - 42$$



$$Mg_{x^2+1} \cdot x^2 + 1$$

$$Q^2 = 4x + 1 + y^2 + 2y - 1 = y^2 + 2y + 1$$

$$= (y+1)^2 \geq y^2 \geq y^2$$

$$a = \sqrt{y^2 + 2y}$$

$$(a+x)(7x-a) = (1+y)(9-y).$$

$$(\sqrt{y^2+2y} + x)(7x - \sqrt{y^2+2y}) = 9 + 8y - y^2.$$

$$6x\sqrt{y^2+2y} + 7x^2 - y^2 - 2y = 9 + 8y - y^2.$$

$$7x^2 + 6\sqrt{y^2+2y} x - 10y - 9 = 0.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$7x = +2.$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$22 \pm \sqrt{484 + 12 \cdot 41} = 2x^2 + 2x + 2 - 2x^2 + 5x - 3 = (abc)^2 = xyz \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$= 7x - 1.$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{2x^2 + 5x} \\ b = \dots \end{cases}$$

$$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = y \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = z \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\begin{matrix} 32 \\ 22 \\ 44 \end{matrix}$$

$$ab$$

Найдем  $2xyz$ , умноженное на квадратом  $-7^{10} \cdot 7^7$ , т.e. один из  $x, y, z = 2$ ,  
остальное  $= 1$ .

т.e. найдем  $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$  Пример:

$$\text{Найдем } ab = 2^{15} \cdot 7^{10}, bc = 2^{17} \cdot 7^{17}; ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$y_1$$

$$12$$

$$82$$

$$41$$

$$482$$

$$483$$

$$487$$

$$976$$

$$61 \cdot 2^4$$

$$1) \sqrt{2xyz} : 7^5.$$

$$2xyz : 7^{10}, \text{ если}$$

$$xyz : 2 \cdot 7^{10} = 976.$$

$$\text{тогда } xyz = 2 \cdot 7^{10}, \text{ т.e. } abc = 2^{15} \cdot 2^{15} \cdot 7^{32} = 2^{26} \cdot 7^{32}.$$

Пример 2:  $x = 2$   
 $x = 2^5$   
 $y = 45$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{22} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= 2^1 \cdot 7^{22} \\ a &= 2^9 \cdot 7^{14} \\ b &= 2^6 \cdot 7^{14} \end{aligned}$$

$$ab = 2 \cdot 2 = 2$$

$$\begin{array}{r} 976 \\ 488 \\ 244 \\ 132 \\ \hline 0 \end{array} / 2$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{15} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{22} \\ ac &= 2^{21} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= 2^1 \cdot 7^{22} \\ a &= 2^9 \cdot 7^{15} \\ b &= 2^5 \end{aligned}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = 1 -$$

$$(a+b)(b+a) \\ 3(a+b)^2 - 2a^2 - 2b^2$$

$$a^2 - 6ab + b^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \\ a^2 - 6ab + b^2$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

$$a+b = m \neq x$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = my$$

$$(a+b) \nmid (a^2 - 6ab + b^2)x$$

