МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 1

$ab \vdots 2^{14}7^{10}$, $bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$, $ac \vdots 2^{20}7^{37}$. Тогда

$ab = x\cdot 2^{14}\cdot 7^{10}$; $bc = y\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}$; $ac = z\cdot 2^{20}\cdot 7^{37}$, где $x, y, z \in \mathbb{N}$.

Тогда $ab\cdot bc\cdot ac = (abc)^2 = xyz\cdot 2^{51}\cdot 7^{64} = (2\cdot xyz)\cdot 2^{50}\cdot 7^{64}$.

Значит $abc = \sqrt{2xyz}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$. Заметим, что т.к. $ac \vdots 2^{20}7^{37}$, то

и $abc \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$, а $(2^{20}, 7)=1$, Значит $\sqrt{2xyz} \vdots 7^5$ (1). Также заметим, что

$\sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}$, чтобы $abc \in \mathbb{N}$. Тогда $2xyz$ – квадрат какого-то числа.

Значит xyz кратно (от нечётной степени „2") (2) (чтобы $2xyz$ было кратно квадрату „2")

Также, заметим, что для abc наименьшего, нужно, чтобы

$\sqrt{2xyz}$ был наим., т.е. $2xyz$ – наим., т.е. xyz – наим (3).

Заметим, что из (1) $\sqrt{2xyz} \vdots 7^5$ следует, что $2xyz \vdots 7^{10}$, а т.к. $(2; 7^{10}) = 1$, то $xyz \vdots 7^{10}$ (4)

В итоге:

$$\begin{cases} xyz - \text{наим} \\ xyz \vdots 7^{10} \\ xyz \vdots 2^{2k+1}, k \geq 0 \end{cases}$$

т.к. $(7^{10}; 2^{2k+1}) = 1$ при $k \geq 0$, то $xyz \vdots 7^{10}\cdot 2^{2k+1}$

Значит xyz наименьшее при $k=0$, т.е. $xyz = 2\cdot 7^{10}$

Значит $abc(\text{наим}) = \sqrt{2\cdot 2\cdot 7^{10}}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32} = 2\cdot 7^5\cdot 2^{25}\cdot 7^{32} = 2^{26}\cdot 7^{37}$

Теперь докажем, что ~~такие~~ существуют a, b, c ~~существуют~~ такие, что $abc = 2^{26}\cdot 7^{37}$

Пример: $a = 2^9\cdot 7^{15}$; $b = 2^5$; $c = 2^{12}\cdot 7^{22}$, Тогда

$$\begin{cases} ab = 2^{14}\cdot 7^{15} \vdots 2^{14}\cdot 7^{10} \\ bc = 2^{17}\cdot 7^{22} \vdots 2^{17}\cdot 7^{17} \\ ac = 2^{21}\cdot 7^{37} \vdots 2^{20}\cdot 7^{37} \\ abc = 2^{26}\cdot 7^{37} \end{cases}$$

Значит наименьшее возможное значение abc – $2^{26}\cdot 7^{37}$

Ответ: $2^{26}\cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть $a+b$ и $a^2-6ab+b^2 \vdots m$, т.е.

$$\begin{cases} a+b \underset{m}{\equiv} 0 \quad |^2 \\ a^2-6ab+b^2 \underset{m}{\equiv} 0 \end{cases} \to \begin{cases} a^2+b^2+2ab \underset{m}{\equiv} 0 \\ a^2-6ab+b^2 \underset{m}{\equiv} 0 \end{cases}$$ Тогда

$8ab \underset{m}{\equiv} 0$ ~~По условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е $(a;b)=1$.~~

~~Значит существуют следующие варианты:~~

1) Заметим, что по условию $\frac{a}{b}$ несократима, т.е. $(a;b)=1$.

~~Значит a, b одновременно четными быть не могут.~~

$8ab \underset{m.}{\equiv} 0$ Пусть $(m;a)=d>1$. Тогда из условие $a+b \vdots m$ следует, что т.к. $a+b \vdots m \vdots d$; $a \vdots d \Rightarrow b \vdots d$. Но тогда a и b имеют ~~$(a;b) \neq 1$~~ общий делитель $d>1$, сич. ?? , т.к. $(a;b)=1$.

Аналогично для m и b получим, что $(m;b)=1$.

т.е. $\begin{cases} (m;b)=1 \\ (m;a)=1 \\ 8ab \vdots m \end{cases} \Rightarrow \underline{8 \vdots m}$ Наибольшее такое $m=8$

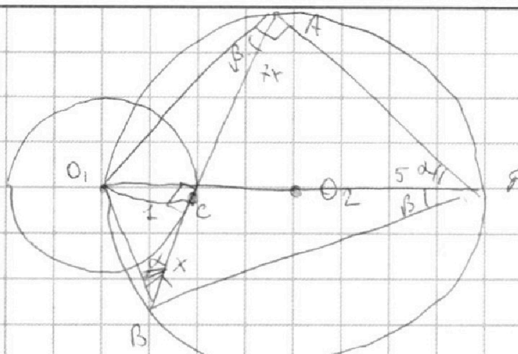
Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = 7x$, тогда $BC = x$.

Пусть O_1 и O_2 – центры ω и Ω соответственно.

Проведём O_1C. Т.к. ~~это~~ AB – касат., то $\angle O_1CB = 90^\circ$. Тогда найдём O_1A и O_1B по т. Пифагора.

$O_1A = \sqrt{49x^2+1}$; $O_1B = \sqrt{x^2+1}$. Тогда пусть $\angle O_1BC = \alpha$;

$\angle O_1AB = \beta$, тогда $\angle O_1AB = \angle O_1DB = \beta$; $\angle O_1DA = \angle O_1BA = \alpha$ (опир. на одну дугу).

Заметим, что из $\triangle O_1CA$ $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$, а из $\triangle O_1CB$ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Тогда для $\angle ADB$. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha =$

$= \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\beta} + \sin\beta\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\cdot\sqrt{\frac{49x^2}{49x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}\cdot\sqrt{\frac{x^2}{49x^2+1}} =$

$= \frac{8x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}}$. Тогда $\cos(\alpha+\beta) = \sqrt{1-\frac{64x^2}{(x^2+1)(49x^2+1)}} =$

$= \sqrt{\frac{(7x^2-1)^2}{(x^2+1)(49x^2+1)}} = \frac{7x^2-1}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}}$.

Пусть D – т. пер. Ω с прямой O_1O_2. Тогда $\triangle O_1AD$ и $\triangle O_1BD$ – прямоуг. (O_1D – диам.). Тогда по т. Пифагора

$AD = \sqrt{100-49x^2-1} = \sqrt{99-49x^2}$; $BD = \sqrt{100-x^2-1} = \sqrt{99-x^2}$.

Заметим, что $AB = 8x$. Тогда по т. косинусов для $\triangle ADB$

$64x^2 = 99-49x^2+99-x^2-2\sqrt{99-49x^2}\sqrt{99-x^2}\cdot\frac{7x^2-1}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{49x^2+1}}$

⋮

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

Пусть $\sqrt{2x^2-5x+3}=a$; $\sqrt{2x^2+2x+1}=b$, тогда заметим, что

$$a^2-b^2=2x^2-5x+3-2x^2-2x-1=2-7x\underset{\text{по условию}}{=}a-b$$

$$(a-b)(a+b)=(a-b).$$

$$\left[\begin{array}{l} a-b=0 \\ a+b=1. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2x^2-5x+3}=\sqrt{2x^2+2x+1}. \\ \sqrt{2x^2-5x+3}=1-\sqrt{2x^2+2x+1} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x^2-5x+3=2x+1+2x^2 \\ 2x^2-5x+3=1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}. \end{array}\right.$$

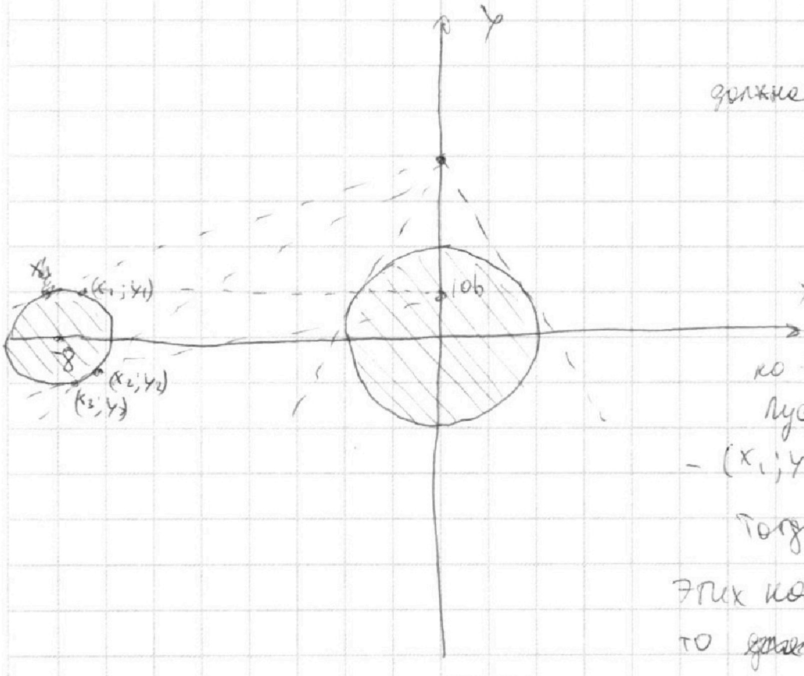
$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{7} \\ 2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{7} \\ 8x^2+8x+4=49x^2+1-14x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{7} \\ 41x^2-22x-3=0. \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{7} \\ x=\frac{22\pm\sqrt{22^2+12\cdot 41}}{82}=\frac{22\pm\sqrt{976}}{82}=\frac{22\pm4\sqrt{61}}{82}=\frac{11\pm2\sqrt{61}}{41} \end{array}\right.$$

Ответ: $x\in\left\{\frac{11-2\sqrt{61}}{41};\ \frac{11+2\sqrt{61}}{41};\ \frac{2}{7}\right\}$

$$\begin{cases} ax-y+10b=0. \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\leq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=ax+10b \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\leq 0. \end{cases}$$

Построим график второго выражения.



Заметим, что $y=ax+10b$ должна пересекает данный график ровно 2 раза.

Если $10b\in[-2;2]$, то нужно найти ур-ие касательных ко второй окружности.

Пусть точки пересеч касание — $(x_1;y_1)$ и $(x_2;y_2)$

Тогда если ур-ия этих касат. $y=a_1x+10b$; $y=a_2x+10b$, то для выполнения условия прямая $ax+10b$ не должна пересекать левую окр.-сть.

Если $10b\in(-\infty,-2)\cup(2;\infty)$, то найдём 4 касательные, а затем и коэф. a.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$x_1 = -20ab - 16 \pm \sqrt{400a^2b^2 + 256 + 640ab - 4(a^2+1)(100b^2+63)}$$

$$4(a^2+1)(100b^2+63) = (4a^2+4)(100b^2+63) = 400a^2b^2 + 400b^2 + 252a^2 + 252.$$

$98 \cdot 49 = 891 + 396 = 4851$

$= 4850.$

9750

$$-\cancel{49}x^4+50x^2+\cancel{98} = 4900x^2 - \cancel{49}x^4 + 4850x^2 + \cancel{98} - 140x\sqrt{-49x^4+4850x^2+98}$$

$$9700x^2 = 140x\sqrt{-49x^4+4850x^2+98}.$$

$$9700^2x^2 = 19600(-49x^4+4850x^2+98).$$

$400a^2b^2 + 256 + 640ab - 400a^2b^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252$

$= -400b^2 - 252a^2 + 4 + 640ab.$

$$x^2 = t.$$

$$19600 \cdot 49t^2 + (9700^2 - 19600 \cdot 4850)t - 19600 \cdot 98 = 0.$$

$$-\left((20b)^2 - 2\cdot 20b\cdot 16 + (16a)^2\right) = -(20b-16a)^2 + 4a^2 + 4.$$

$$t = \frac{1970000 \pm \sqrt{1970000^2 + 4\cdot 19600^2 \cdot 98}}{98 \cdot 19600} =$$

$$= \frac{19700 \pm \sqrt{197000^2 + 4 \cdot 196^2 \cdot 98}}{98 \cdot 196}.$$

$97 \cdot 97 = 679 + 873 = 9309$, 93090000

$196 \cdot 485 = 980 + 1568 + 784 = 95060\,000.$

$95060000 - 93090000 = 1970000$

-1970000

$196 \cdot 196 = 1176 + 1764 + 196 = 38416$

$38416 \cdot 386$: $230496 + 345744 + 115248 = 1521273600$

$197 \cdot 197 = 1379 + 1773 + 197 = 38809$, 38809000000

$98 \cdot 4 = 386$

$1521273600 + 38809000000 = 40330273600$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

40330273600	100
403302736	4
100825684	4
25206421	13

$\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)=\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\beta\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\beta\sin\beta\cos\alpha}$

$\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\beta}$

$\sin$
$\cos(\alpha+\beta)=$
$=\cos\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\theta+\theta)=$
$=$
$\cos(30+30)=$
$=\cos\alpha\cos\beta$
$\cos 30^2$

$48x^4+50x^2+1-64x^2=$
$=49x^4-14x^2+1$
$(7x^2-1)^2$

$64x^2=-50x^2$

$114x^2=198-2\cdot\frac{\sqrt{49x^4-50\cdot 99x^2+99^2}}{\sqrt{49x^4+50x^2+1}}(7x^2-1)$

$64t=198-2\frac{\sqrt{99-49t}\ \sqrt{99-t}\cdot(7t-1)}{\sqrt{t+1}\sqrt{49t+1}}$

$64\ 198-64t\ 2=2$

$32t=99\quad 99-32t=\sqrt{\frac{(99-49t)(99-t)}{(t+1)(49t+1)}}\cdot(7t-1)$

$99^2+32^2t^2-64\cdot 99t=\frac{(99-49t)(99-t)}{(t+1)(49t+1)}\cdot(7t-1)^2$

$99^2+32^2t^2-64\cdot 99t=\frac{(99^2-50\cdot 99t+49t^2)}{49t^2+50t+1}\cdot(49t^2+1-14t)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

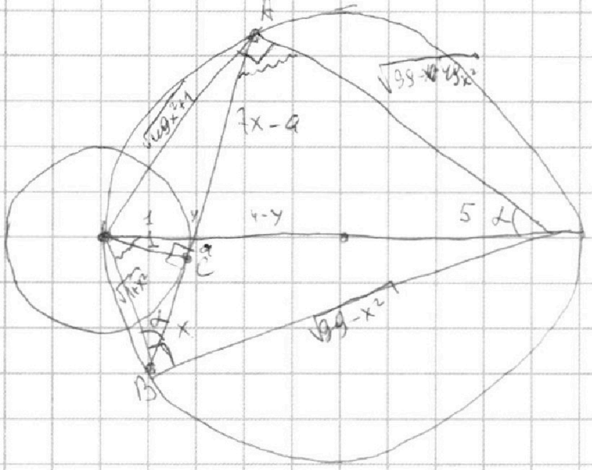
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$100 = 49x^2+1+99-49x^2$

$\sqrt{(1+x^2)(99-49x^2)} + \sqrt{(49x^2+1)(99-x^2)} =$

$= 7x \cdot 10$

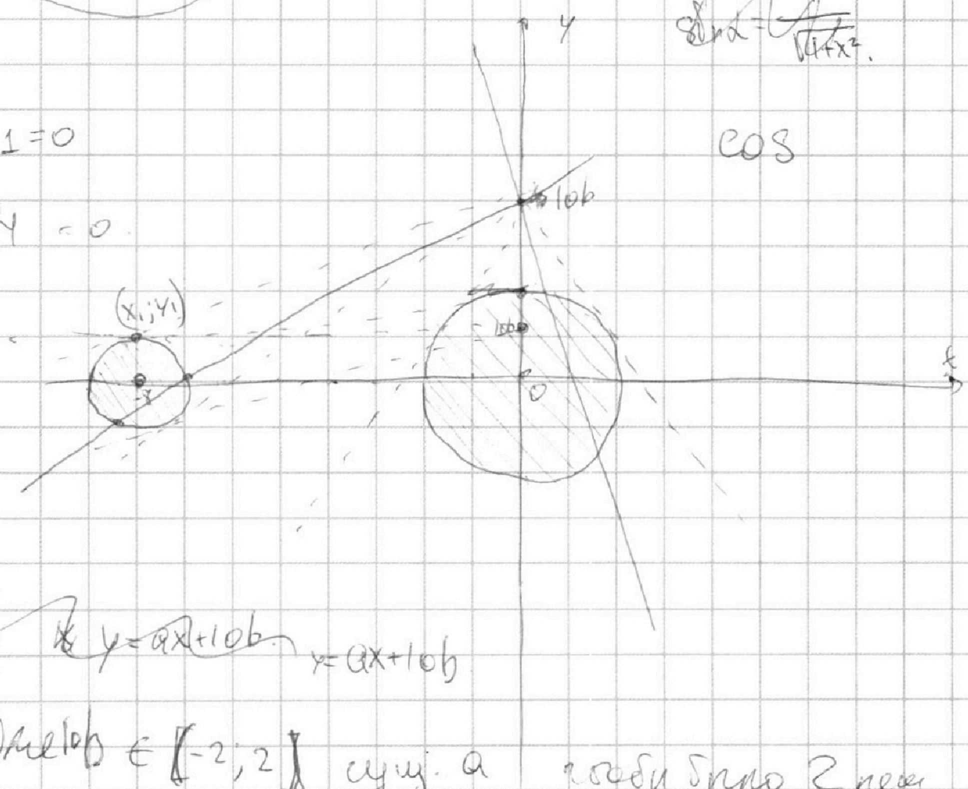
$\sqrt{-49x^4+50x^2+99} + \sqrt{-49x^4+99\cdot 49x^2+99}$

$= 70x$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

cos

$$\begin{cases} (x+8)^2+y^2-1=0 \\ x^2+y^2-4=0 \end{cases}$$



8^2 70.

$ax = y-10b$

$a = \frac{y-10b}{x}$ $y = ax+10b$ $y = ax+10b$

при $10b \in [-2;2]$ сущ. a чтобы было 2 реш.

1) $b \in [-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}]$. Тогда внутри круга

1) $ax + 10b = (x+8)^2$

$= 0.$ $a = \frac{y_1-10b}{x}$

$(x+8)^2+y^2-1.$

$(x_1+8)^2+y_1^2-1=0.$

$y_1 = ax_1+10b.$

$x_1^2+64+16x_1+a^2x_1^2+100b^2+20abx_1$

$(a^2+1)x_1^2+(20ab+16)x_1+100b^2+63=0.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1}$.

$2x^2-5x+3 = 4+49x^2+2x^2+2x+1+4\sqrt{2x^2+2x+1} - 14x\sqrt{2x^2+2x+1} - 28x$.

$a+b \underset{m}{\equiv} 0$

$a^2+b^2+2ab \underset{m}{\equiv} 0 \equiv a^2+b^2-6ab$.

$8ab \underset{m}{\equiv} 0$

$8ab \underset{b}{\equiv} 0$

При любом a и b $8 \underset{m}{\equiv} 0$

$m \neq ab, \ldots$

$a+b \vdots ab \vdots b$.

$b \vdots b \Rightarrow a \vdots b$.

1) $ab = m$. Тогда $a+b \underset{ab}{\equiv} 0$

2) $8 = m$

3) $8a = m$.

$a+b \underset{m}{\equiv} \ldots \vdots 8a \vdots a$.

$b \vdots a$.

Если $m \vdots b$, то

$a+b \vdots b$.

$a \vdots b$. Аналог. с $m \vdots a$.

Значит $m \not\vdots a$; $m \not\vdots b$. , $8ab \underset{m}{\equiv} 0$

Пусть $(m;a) = d > 1$. Тогда $\underset{\vdots d}{a+b} \vdots \underset{\vdots d}{m}$.

Тогда $b \vdots d$, $a \vdots d$. Значит $(m;a) = 1$.

Аналог. с $(m;b) = 1$. Тогда $8ab \vdots m$.

$8 \vdots m$. Наиб $m - 8$.

$\sqrt{(2x-1)(x-2)+1} - \sqrt{(2x+6)(x-2)+13} = 2-7x$.

Пусть $2x^2-5x+3$ $\quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$

$x = 1$ $\quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{4}$

$x = \frac{3}{2}$

$2(x-1)(x-\frac{3}{2})$ $\quad 2(x^2-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2})$.

$2(x^2+x+\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

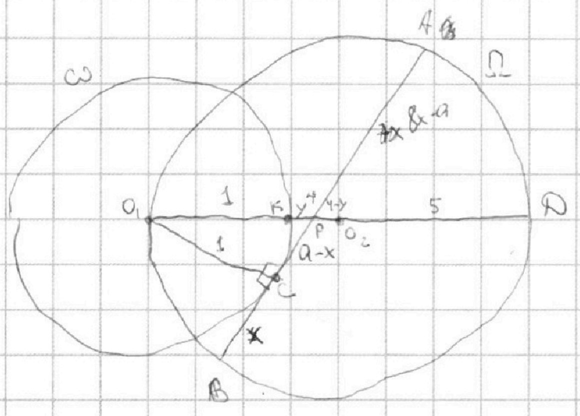
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

$2x^2+4x+1$

$(2x-1)\quad(x-2)+1$

$(x+6)(x+2-2)$



$(1+y)(9-y)$

$PK\cdot PD = PC^2$

$a-x=\sqrt{1+y^2+2y-1}=\sqrt{y^2+2y}$

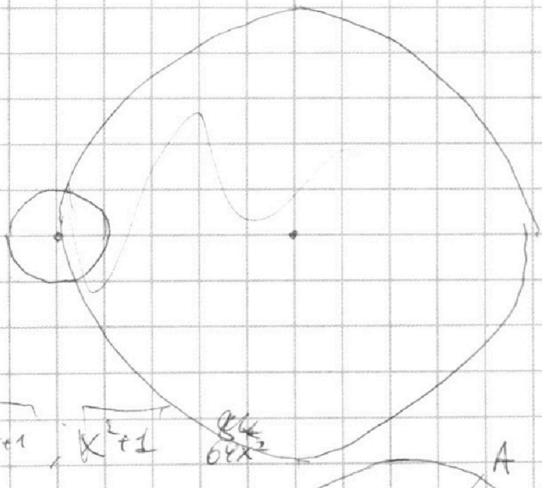
$a=\sqrt{y^2+2y}+x$

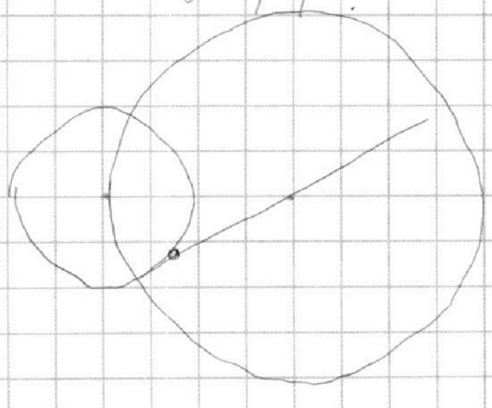
$7ax=(1+y)(9-y)$

$(8x-a)a=(1+y)(9-y)$

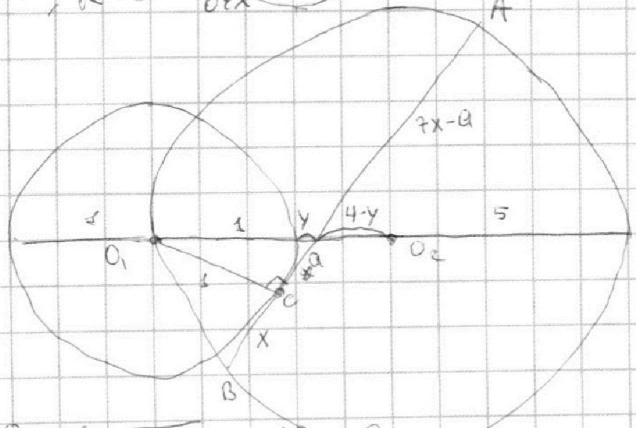
$8ax-a^2=9+8y-y^2$

$8x=?$





$\sqrt{49x^2+1},\ \sqrt{x^2+1}\quad 64x^2$



$a^2=1+y^2+2y-1=y^2+2y$

$a=\sqrt{y^2+2y}$

$(a+x)(7x-a)=(1+y)(9-y)$

$(\sqrt{y^2+2y}+x)(7x-\sqrt{y^2+2y})=9+8y-y^2$

$6x\sqrt{y^2+2y}+7x^2-y^2-2y=9+8y-y^2$

$7x^2+6\sqrt{y^2+2y}\,x-10y-9=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \,\vdots\, 2^{14}7^{10}$ $\quad abc \,\vdots\, 2^{14}7^{10}$ $\quad a = \sqrt{2x^2-5x}$, $b = \sqrt{\dots}$

$bc \,\vdots\, 2^{17}\cdot 7^{17}$ $\quad abc \,\vdots\, 2^{17}7^{17}$ $\quad ab = x\cdot 2^{14}7^{10}$

$ac \,\vdots\, 2^{20}7^{37}$ $\quad abc \,\vdots\, 2^{20}7^{37}$ $\quad bc = y\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ac = z\, 2^{20}7^{37}$

$7x = 2$

$x = \frac{2}{7}$ $\quad 2\sqrt{\dots} = 2x^2+2x+2-2x^2+5x-3 = 7x-1$

$22 \pm \sqrt{484+12\cdot 41}$

$(abc)^2 = xyz\cdot 2^{51}\cdot 7^{64}$

$abc = \sqrt{xyz\cdot 2}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$

Наим. $2xyz$, являющееся квадратом – это 4, т.е. один из x, y, z – 2, остальные – 1.

т.е. наим. $abc - 2^{26}\cdot 7^{32}$ Пример:

~~Пусть $ab = 2^{15}\cdot 7^{10}$, $bc = 2^{17}\cdot 7^{17}$; $ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$~~

$\sqrt{xyz2}$

1) $2xyz$ – наим.

2) $\sqrt{2xyz} \,\vdots\, 7^5$ $\quad 2xyz \,\vdots\, 7^{10}$, если $xyz \,\vdots\, 2\cdot 7^{10}$

3) $2xyz$ – квадрат

$61\cdot 2^4$ $\quad 976$

$41 \cdot 12 = 82 + 41\cdot$ … $= 492$, 484

мин $xyz - 2\cdot 7^{10}$, т.е. $abc = 2\cdot 7^5\cdot 2^{25}\cdot 7^{32} = 2^{26}\cdot 7^{37}$

Пример: $x = 2$

$x = 7^5$ $\quad y = 7^5$
$y = 4^5$ $\quad z = 2\cdot 7^5$
$z = 2$

$ab = 2^{15}\cdot 7^{10}$
$bc = 2^{17}\cdot 7^{22}$
$ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$

$c = 2^{11}\cdot 7^{22}$
$a = 2^{9}\cdot 7^{14}$
$b = 2^{6}\cdot 7^{4}$

$6ab$

976	2
488	2
244	2
122	2
61	

$(a, b) = 1$

$ab = 2^{14}\cdot 7^{15}$
$bc = 2^{17}\cdot 7^{22}$
$ac = 2^{21}\cdot 7^{37}$

$c = 2^{12}\cdot 7^{22}$
$a = 2^{9}\cdot 7^{15}$
$b = 2^{5}$

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = 1-$

$(a+b)(b+a)$

$3(a+b)^2 - 2a^2 - 2b^2$

$a^2 - 6ab + b^2 \, a+b$

$\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2-6ab+b^2}$ – несокр

$(a+b)^2 - 8ab$

$(x, y) = 1$

$a+b = mx$

$a^2-6ab+b^2 = my$

$(a+b)y = (a^2-6ab+b^2)x$