

$a = 2^{10}$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{12}$
 $a = 2^7$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$
 $a = 2^{23}$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$
 $a = k \cdot 2^{15}$
 $b = n \cdot 2^7$
 $c = m \cdot 2^{23}$
 $(abc)^2 = mnk \cdot 2^{55}$
 $\frac{68}{2} = 34$
 $2^{55} = 2^{54} \cdot 2 = 2^{23} \cdot 2$



МОСКОВСКИЙ
 ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
 ИНСТИТУТ
 ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
 ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

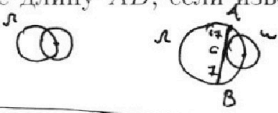
$a = 2^{10}$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{12}$
 $a = 2^7$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$
 $a = 2^{23}$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$
 $a = k \cdot 2^{15}$
 $b = n \cdot 2^7$
 $c = m \cdot 2^{23}$
 $(abc)^2 = mnk \cdot 2^{55}$
 $\frac{68}{2} = 34$
 $2^{55} = 2^{54} \cdot 2 = 2^{23} \cdot 2$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.



4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M - середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N - середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

$144 \cdot 6 = 600 + 240 + 24$
 $16 \cdot 8 = 80 + 48 = 128$
 $129 \cdot 15 = 130 + 44 + 44$
 $\begin{matrix} 129 \\ -15 \\ \hline 114 \\ +129 \\ \hline 243 \end{matrix}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{=1}$

$$ab: 2^{15}7^{11} \Rightarrow ab = k \cdot 2^{15}7^{11} \quad k \in \mathbb{N} \quad ①$$

$$bc: 2^{17}7^{18} \Rightarrow bc = n \cdot 2^{17}7^{18}, \quad n \in \mathbb{N} \quad ②$$

$$ac: 2^{23}7^{39} \Rightarrow ac = m \cdot 2^{23}7^{39}, \quad m \in \mathbb{N} \quad ③$$

перемножим рав. ва ①, ②, ③:

$$ab \cdot bc \cdot ac = m \cdot n \cdot k \cdot 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 = mnk \cdot 2^{55} 7^{68}$$

$$(abc)^2 = mnk \cdot 2^{55} 7^{68}$$

$$abc = \sqrt{mnk \cdot 2^{55} 7^{68}} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{mnk \cdot 2} \quad ④$$

- $a, b, c \in \mathbb{N}$ - по условию $\Rightarrow abc \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \sqrt{2mnk} \in \mathbb{N}$
 $7^{34} \cdot 2^{27} \in \mathbb{N}$
- ищем, т.к. мы ищем $abc \min$, $(mnk) \min$ \Rightarrow

~~mnk~~ ~~abc~~

- также, если на некоторую степень двойки или семёрки: множитель abc (т.е. ab , bc или ac), то и abc обязано на неё делиться $\Rightarrow abc: \text{на макс ст.}$
 двойки и 7^{34} , встреч. в ab, ac, bc т.е. $abc: 2^{23}$,
 $abc: 7^{39}$

чтобы $2mnk$ было полным квадратом (из ④), делилось на $\left(\frac{2^{24}7^{39}}{7^{34}}\right)^2 = (7^5)^2 = 7^{10}$

(~~mnk~~ на 2^{23} abc уже: т.к.: на 2^{27} , а вот чтобы оно: на 7^{39} , $\sqrt{2mnk}$ должен: на 7^5 ($abc: \text{на } 7^{34}$ из ④) \Rightarrow
 $\Rightarrow 2mnk$ должно: на 7^{10}) и было минимальным
 \Rightarrow другие, доп. множители, кроме 2^{2k} и 7^{2k} нам не нужны, а 2^{2k} и 7^{2k} в \min кол-ве)

$$\begin{aligned} \text{т.е. } 2mnk = x^2 \\ 2mnk : 7^{10} \\ (2mnk) \min \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 2mnk = 7^{10} \cdot 2^2 \\ mnk = 2 \cdot 7^{10} \Rightarrow \sqrt{2mnk} = 7^5 \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow abc \min = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2mnk} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot 2 \cdot 7^5 = 2^{29} \cdot 7^{39}$$

пример a, b и c , при кот. вып. все условия и достиж.
 $abc \min: a = 2^{10}7^{21} \quad b = 2^5 \quad c = 2^{13}7^{18}$ (тогда $abc = 2^{28}7^{39}$,
 $ab = 2^{15}7^{21}: 2^{15}7^{11}$, $bc = 2^87^{18}: 2^{17}7^{18}$, $ac = 2^{23}7^{39}: 2^{23}7^{39}$)

ответ: $abc \min = 2^{29} 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2}$$

$\frac{a}{b}$ несокр $\Rightarrow a$ и b взаимнопросты, (I)

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ можно сократить на $m \Rightarrow$ и там, и знаменателем делим на m

$$\begin{cases} (a+b) : m \\ (a^2-7ab+b^2) : m \\ a^2-7ab+b^2 = a^2+b^2+2ab-9ab = (a+b)^2-9ab \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} (a+b)^2 : (a+b) : m \\ (a^2-7ab+b^2) : m \\ \Rightarrow 9ab : m \end{cases}$$

поскольку a и b взаимнопросты (I) \Rightarrow у них нет общ. простых множ. $\Rightarrow a+b$ не делится ни на один из пр. дел. a и $b \Rightarrow a+b$ взаимнопросто с a и с b

\Downarrow
 $a+b$ взаимнопросто с ab , но имеет общий делитель с $9ab$
значит, этот общий делитель - делитель числа 9 т.е. максимум 9

ответ: $M_{\max} = 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (начало реш-я)

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

защелки, что $3x^2-6x+2 - (3x^2+3x+1) = 3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1 = 1-9x$ ①

защелка: $\sqrt{3x^2-6x+2} = a \geq 0$
 $\sqrt{3x^2+3x+1} = b \geq 0$

тогда, из ①, $a^2 - b^2 = 1-9x = a-b$ — из ур-я

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$a-b = (a-b)(a+b)$$

$$\begin{cases} a-b = 0 & \text{②} \\ a+b = 1 & \text{③} \end{cases}$$

②: $a-b=0$

$$a=b$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1$$

$$-9x = -1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

проверим, выполняется ли при $x = \frac{1}{9}$ условие того, что подкоренные выражения ≥ 0 : $3x^2+3x+1 \geq 0$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 \geq 0 - \text{верно}$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 \geq 0$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - \frac{6}{9} + 2 \geq 0$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - \frac{2}{3} + 2 \geq 0$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + 1\frac{1}{3} \geq 0 - \text{верно}$$

значит, $x = \frac{1}{9}$ — корень

③: $a+b=1 \Rightarrow a=1-b$ ④

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = 1 - \sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$3x^2-6x+2 = 1 + 3x^2+3x+1 - 2\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$-6x = 3x - 2\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$-9x = -2\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$9x^2 = 2\sqrt{3x^2+3x+1} \quad \text{④}$$

$$81x^2 = 4(3x^2+3x+1)$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 1248 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2^5 \cdot 3 \cdot 13} = 4\sqrt{78}$$

$$x = \frac{-12 \pm 4\sqrt{78}}{69 \cdot 2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

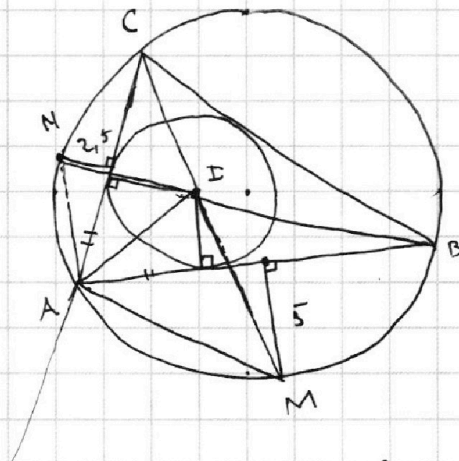
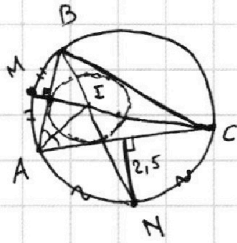
$\sqrt{3} \approx 1.732$ (окопашине реш-я)

$$\begin{cases} x = \frac{-12 - 4\sqrt{78}}{69 \cdot 2} = \frac{-6 - 2\sqrt{78}}{69} \\ x = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69} \end{cases}$$

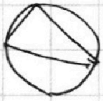
не кор подходит, т.к. из (4):
 $9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 0$
 $9x > 0$
 $x > 0$

ответ: $x = \frac{1}{9}$; $x = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69}$

оставшаяся часть листа - черновик



AI - ?



$$ax + y - 8\beta = 0$$

$$a(x^2 + y^2 - 1)$$

$$ax + y - 8\beta = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

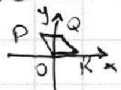
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



A, B внутри пар $\Rightarrow y_1 \in [0; 26]$
 $y_2 \in [0; 26]$

найдем ур-е прямой OP :

$$y = k_1 x + b_1$$

$$O \in y \Rightarrow k_1 + b_1 = 0 \Rightarrow b_1 = 0$$

$$P: -13 k_1 = 26 \Rightarrow k_1 = -2$$

итого: $y = -2x$ — прямая a

найдем ур-е прямой QR : $y = k_2 x + b_2$

$$QR \parallel OP \Rightarrow k_2 = k_1 = -2$$

$$y = -2x + b_2$$

$$R: 0 = -2 \cdot 16 + b_2$$

$$0 = -32 + b_2 \Rightarrow b_2 = 32$$

итого: $y = -2x + 32$ — прямая b

найдем так. внутри пар \Rightarrow они так в "кад" ^{или на} прямой a и "под" ^{или на} прямой b

тогда: $y_1 \geq -2x_1$ ①

$$y_2 \geq -2x_2$$
 ② \Rightarrow ~~$2x_2 \leq -y_2$~~

$$y_1 \leq -2x_1 + 32$$
 ③

$$y_2 \leq -2x_2 + 32$$
 ④

также по y $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ ⑤

~~① + ② + ③ + ④ + ⑤~~

①: $-2x_1 \leq y_1$

из ④: $y_2 \leq -2x_2 + 32$ (*)

$$-y_2 \geq 2x_2 - 32$$

$$2x_2 - 32 \leq -y_2$$

$$2x_2 \leq 32 - y_2$$
 ⑥

① + ⑥: $2x_2 - 2x_1 \leq 32 - y_2 + y_1$ \rightarrow ⑤

$$32 - y_2 + y_1 \geq 2x_2 - 2x_1$$

$$32 - y_2 + y_1 + y_2 - y_1 \geq 14$$

① + ⑤: $2x_2 + y_1 + y_2 \geq y_1 + 14$
 $2x_2 + y_2 \geq 14$

аналогично $2x_1 + y_1 \geq 14$

$$x_i \geq \frac{14 - y_i}{2}$$

~~$x_i \in \mathbb{R}$~~

$y_i \in [0; 26] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{14 - y_i}{2} \in [-5; 7]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (окошание реш-я)

$$t = \frac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{10}}{15}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-12 - 6\sqrt{10}}{15} \quad -X \text{ т.к. } t = a^2 + 1 \geq 1 > 0 \\ t = \frac{-12 + 6\sqrt{10}}{15} \end{array} \right.$$

обр. замена: $a^2 + 1 = \frac{-12 + 6\sqrt{10}}{15} \quad | \cdot 15$

$$15a^2 + 15 = -12 + 6\sqrt{10} \quad | : 3$$

$$5a^2 + 5 = -4 + 2\sqrt{10}$$

$$5a^2 = 2\sqrt{10} - 9$$

нет корней

видно, где-то вычислительная ошибка:
одн кас к 2-м окр должно быть 4: 2 внеш и 2
внутр, что соотв 4-м зн-ди 9 как коэф-та как
этот кас



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2} \approx 1.414$ (окончание реш-я) (продолжение реш-я)

$$x^2(a^2+1) - x \cdot 16ab + (64b^2-1) = 0$$

$$D=0: D = 256a^2b^2 - 4(a^2+1)(64b^2-1) = 256a^2b^2 - (4a^2+4)(64b^2-1) = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 + 4a^2 - 256b^2 + 4 = 4a^2 - 256b^2 + 4$$

$$D=0 \Rightarrow 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0 \quad | :4$$

$$a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \quad (6)$$

$y = 8b - ax$ - кас к Ω :

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + (64b^2 + a^2x^2 + 144) - 16xav - 192b + 24ax - 16 = 0$$

$$x^2(a^2+1) + x(24a-16ab) + 64b^2 - 192b + 128 = 0 \quad (7)$$

$y = 8b - ax$ - кас к $\Omega \Rightarrow$ ур-е (7) имеет ровно 1 реш-е.
 $\Rightarrow D=0$

$$D = (24a - 16ab)^2 - 4(a^2+1) \cdot (64b^2 - 192b + 128)$$

$$D=0: 64(3a - 2ab)^2 - 4(a^2+1) \cdot 16(4b^2 - 12b + 8) = 0$$

$$9a^2 + 4a^2b^2 - 12a^2b - (4a^2b^2 - 12a^2b + 8a^2 + 4b^2 - 12b + 8) = 0$$

$$9a^2 + 4a^2b^2 - 12a^2b - 4a^2b^2 + 12a^2b - 8a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

$$a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \quad (8)$$

(6), (8):

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 1 = 64b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{a^2+1}{64} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{a^2+1}}{8}$$

т.к. наша прямая лви кас к обоим окр одновременно

$$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2+1}{64} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0$$

$$a^2 - \frac{a^2+1}{16} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0 \quad | \cdot 16$$

$$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2+1} - 128 = 0$$

$$15a^2 + 24\sqrt{a^2+1} - 129 = 0$$

$$15a^2 + 15 + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$$

$$15(a^2+1) + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$$

Заменим: $a^2+1 = t \geq 1$

$$15t^2 + 24t - 144 = 0$$

$$D = 24^2 + 60 \cdot 144 = 576 + 864 = 1440 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = 2^2 \cdot 3 \sqrt{10} = 12\sqrt{10}$$

$$t = \frac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\Sigma = 6$ (начало реш-я)

ур-е, независимое от параметров:

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \quad (1)$$

$x^2 + y^2 = 1$ - окр^с $(0; 0)$ и радиусом 1 (обозначим ее ω)

$$x^2 + y^2 \leq 1 \quad (\text{т.е. } x^2 + y^2 - 1 \leq 0) \quad (2)$$

верно для m , как внутри ω (включая ее границу)

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 - \text{окр с ц. } (0; 12) \text{ и радиусом } 4$$

(обозначим ее Ω)

$$x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \quad (\text{т.е. } x^2 + (y - 12)^2 - 16 \leq 0) \quad (3)$$

верно для m , как внутри Ω (включая ее границу)

нерав-во (1) верно, если одно из нерав. (2) - (3)

верно, а второе - нет (окр. ω и Ω не пересекаются \Rightarrow если одно из нерав. (2) - (3) верно, то второе точно нет \Rightarrow)

\Rightarrow (1) верно, если верно (2) или (3)

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = 8b - ax - \text{прямая } (4)$$

Сис-ма из (1) и (4) должна иметь ^{т.е.} 2 реш-я \Leftrightarrow прямая ~~должна~~ должна иметь с ω ^{т.е.} 2 точки \Leftrightarrow прямая должна иметь с Ω 2 точки

2 окр (ω и Ω) в сумме 2 точки m .
прямая и окр могут иметь только 0, 1 (кас), или ∞ (секунция) точек m .

\Rightarrow обеим окр. наша прямая должна быть касательной

$$\begin{pmatrix} 0 \text{ и } 0 \text{ x} \\ 0 \text{ и } 1 \text{ x} \\ 1 \text{ и } 0 \text{ x} \\ \infty \text{ и } 0/1 \text{ x} \end{pmatrix}$$

1 и 1 - $\sqrt{\quad}$ кон-во обр m пр. и окр

$$y = 8b - ax - \text{кас к } x^2 + y^2 = 1:$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 = 1$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx = 1$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + (64b^2 - 1) = 0 \quad (5)$$

$y = 8b - ax$ - кас \Rightarrow ур-е (5) имеет ровно 1 реш-е

$$\Rightarrow D = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновики

~~$y = ax$~~

~~$y = 8b - ax$~~

~~$y^2 + x^2 = 1$~~

~~$x^2 + (y-12)^2 = 16$~~

~~$y^2 - (y-12)^2 = -15$~~

~~$y^2 - y^2 - 144 + 24y = -15$~~
 ~~$24y =$~~

$\Rightarrow a^2 = 64b^2 - 1$

$y = 8b - ax$
 $y^2 + x^2 = 1$

$64b^2 - 16bax + a^2x^2 + x^2 = 1$

$x^2(a^2+1) - 16bax + (64b^2-1) = 0$

$36 \cdot 6 = 180 + 36 =$

$2 \cdot 144 + 160 = 304$

$64b^2 - 1 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$

$60b^2 + 12b - 9 = 0$

$D = 144 + 36 \cdot 60 = 144 + 2160 = 2304$

20304

$\Rightarrow a^2 - 64b^2 + 100$

$a^2 + 1 = 64b^2$

$\Rightarrow b^2 = \frac{a^2+1}{64}$

$\frac{\sqrt{a^2+1}}{8} = 8$

$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2+1}{64} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0$
 $a^2 - \frac{a^2+1}{16} + 12 \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0 \quad | \cdot 16$

$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2+1} - 128 = 0$

$+20$

$144 \cdot 6 = 600 + 240 + 24 = 840 + 24 = 864$
 $864 + 576 = 1300 + 64 + 76 = 1300 + 140 = 1440$

1440		2
720		:2
360		:2
180		:2
90		:2
45		3
15		3
5		5
1		

$1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$

$\sqrt{2} =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

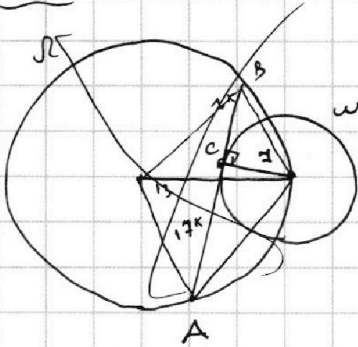
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\approx \approx 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

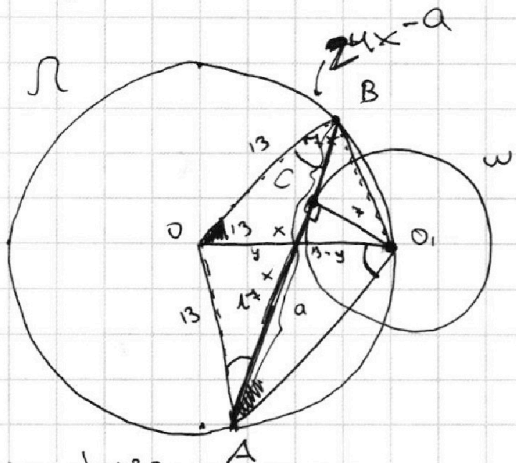
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$17 + 17 = 24$

$1 - 9x = 0$
 $1 = 9x$
 $x = \frac{1}{9}$



AB?

OB O1 A - в н / с т и а / с е р

5 =

+-!

$17 \cdot 13x = y(13 - y)$

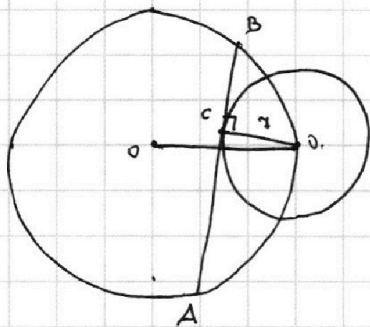
$91x^2 = 13y - y^2$

$\triangle OAB \sim \triangle AO_1$:

$\frac{y}{13-y} = \frac{a}{24x-a}$

$3 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 =$
 $6 \cdot \frac{1}{9}$

$24x - a - 17x = 17x - a$



$49 + (17x - a)^2 = (13 - y)^2$

$y \cdot 24x - ya = 13a - ay$

$24xy = a(13 - a)$
 $a = \frac{24xy}{13}$

$49 + (17x - \frac{24xy}{13})^2 = (13 - y)^2$

$49 + 289x^2 -$

$49 + 17^2x^2 + \frac{24^2x^2y^2}{13^2} - \frac{48xy \cdot 17}{13} = 13^2 - 26y + y^2$

$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 + 22x - 1 = 1 - 9x$

$a - b = a^2 - b^2$

$a = b$

$a - b = (a - b)(a + b)$

$a + b = 1$

$81 - 12 = 82 - 1 - 12 = 80 - 10 - 1 = 70 - 1 = 69$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 6 \ 9 \\ + \ 4 \ 1 \ 4 \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + \ 1104 \\ + \ 144 \\ \hline 1258 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1248 \ 2 \\ 624 \ 2 \\ 312 \ 2 \\ 156 \ 2 \\ 78 \ 2 \\ 39 \ 3 \\ 13 \end{array}$$

$\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

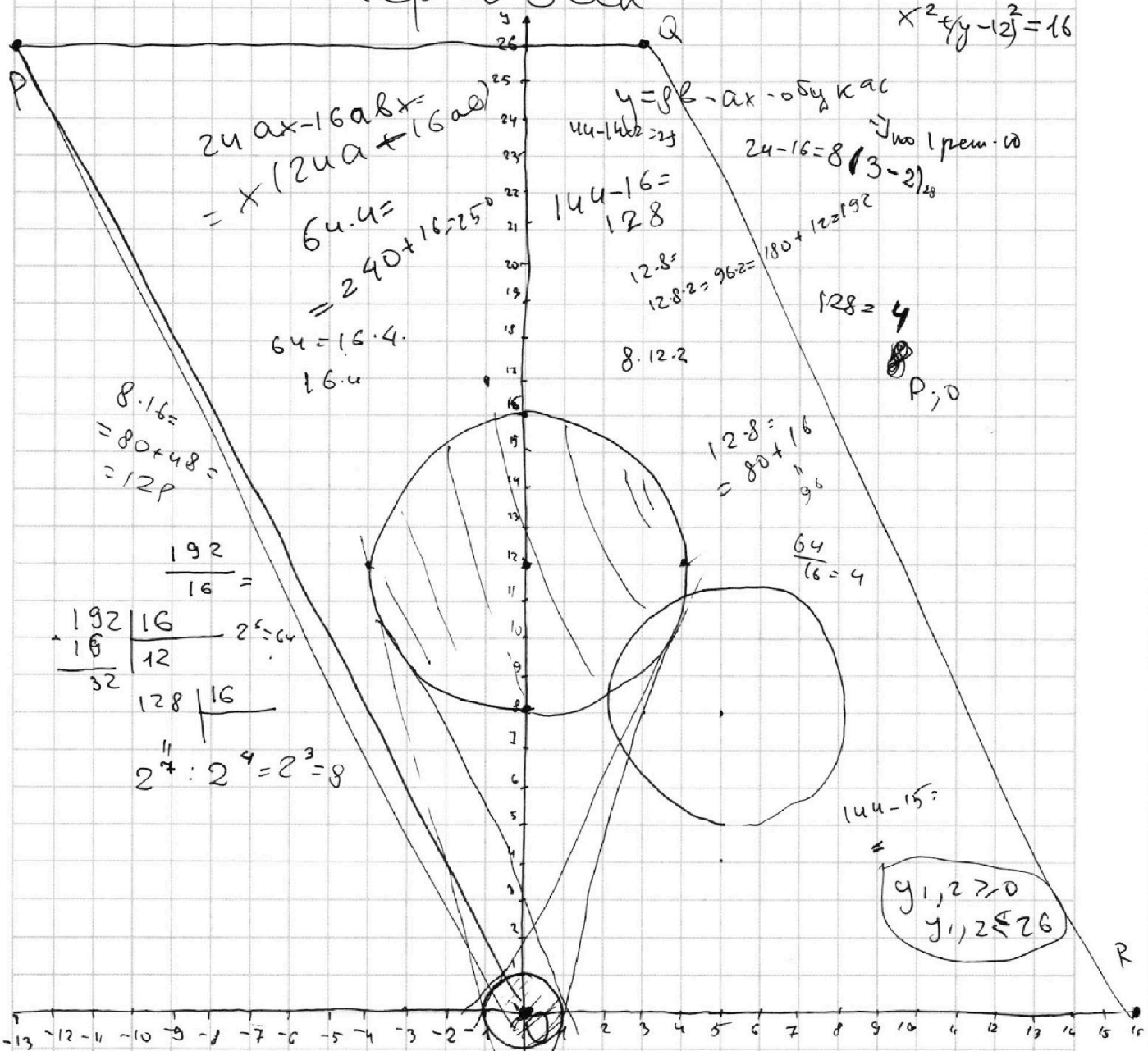
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

$$x^2 + (y-2)^2 = 16$$



$$24ax - 16abx = x(24a + 16ab)$$

$$64 \cdot 4 = 240 + 16 \cdot 25$$

$$64 = 16 \cdot 4$$

$$16 \cdot u$$

$$y = 8b - ax - 0 \text{ ось кас}$$

$$44 - 16b = 24$$

$$144 - 16 = 128$$

$$12 \cdot 8 = 96$$

$$12 \cdot 8 \cdot 2 = 96 \cdot 2 = 180 + 12 = 192$$

$$128 = 4$$

$$8 \cdot 12 \cdot 2$$

$$8 \cdot 16 = 80 + 48 = 128$$

$$\frac{192}{16} =$$

192	16	$2^5 = 64$
16	12	
32	128	16

$$2^7 : 2^4 = 2^3 = 8$$

$$12 \cdot 8 = 80 + 16 = 96$$

$$\frac{64}{16} = 4$$

$$144 - 15 =$$

$$y_{1,2} \geq 0$$

$$y_{1,2} \leq 26$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$2ax + 0y = 14$$

$x^2 + y^2 + 1 \leq 0$
 $x^2 + y^2 \leq 1$ - в окружности
 тоже внутри

либо внутри 1, либо внутри 2

$$2 \text{ реш-е}$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = 8b - ax = -ax + 8b$$

0; i => ось кас

у одной окр: 0, 1, ∞