



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- ✓ ① [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- ✓ ② [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- ✓ ③ [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- ✓ ④ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- ⑤ [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
- Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | | | | | | |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &= k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ bc &= m \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac &= n \cdot 2^{39} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{aligned}$$

здесь $k, m, n \in N$

из-за делительности ab и ac и bc
на соответствующие числа

$a, b, c \in N \Rightarrow$ степень вхождения любого

простого множителя в abc больше чем в ac

(то же самое с abc^2 и ab ; a^2bc и bc)

Тогда степень вхождения 5 в a^2bc хотя бы

30 т.к. 5 в ac она 30. Тогда степень вхождения

5 в $a^2b^2c^2$ хотя бы $30+30=60$

также т.к. $a, b, c \in N$ степень вхождения любого
простого числа в $c^2b^2c^2$ четна

отсюда

степень вхождения $\underline{\underline{b}}$ в $a^2b^2c^2$ хотя бы $\underline{\underline{—}}$

2 $\underline{\underline{—}}$

$$9+14+19 = 42$$

3 $\underline{\underline{—}}$

$$10+13+18 = 41 \Rightarrow 42$$

5 $\underline{\underline{—}}$

60

т.е. $\cancel{a^2bc} a^2b^2c^2 = p^2 \cdot 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{60}$ где $p \in N$

$t.e. abc = p \cdot 2^{21} \cdot 3^{23} \cdot 5^{30}, 2^{22} \cdot 3^{24} \cdot 5^{30}$

$abc = 2^{21} \cdot 3^{23} \cdot 5^{30}$ и данные в задаче условия достигаются при

$$a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^4$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13}$$

значит минимум abc это $2^{21} \cdot 3^{23} \cdot 5^{30}$

Ответ: минимум abc это $2^{21} \cdot 3^{23} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

v2. Ищем у проходящего - треугольник у которого смотрим наружу
окружность касается BC в B и имеет

точки E и F $\Rightarrow \angle FEB = \angle FBC$

$AB \parallel EF \Rightarrow \angle FEB = \angle EBA$

значит $\angle EBA = \angle FBC$

в прямоугольном треугольнике ABC

$\angle EAB = \angle CAB = \angle DCB = \angle FCB$

$\angle EBA = \angle FBC \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle BCF$

$\angle FAB = \angle FCB$

$$\frac{CF}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

CFD - прямой

$\triangle CEF \sim \triangle CAD$

CFA - прямой

$FE \parallel AD$

$$\frac{CF}{CE} = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{CD \cdot CE}{AC \cdot BC} = \frac{AC \cdot CE}{AB}$$

$$\frac{CD \cdot AB}{AC \cdot BC} = \frac{AC}{CE} - 1$$

в прямоугольном $\triangle ABC$ с высотой CD

$\angle CAD = \angle DCB$

$\triangle CAD \sim \triangle ABC$

$\angle CDA = \angle ACB = 90^\circ$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{CD \cdot AB}{AC \cdot BC} = 1$$

$$\frac{AC}{CE} = 2$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{1}{2} \quad \triangle CEF \sim \triangle CAD \Rightarrow S_{CEF} = \frac{S_{CAD}}{4}$$

$\angle CAD = \angle DCB$

$\angle CDA = \angle CDB = 90^\circ$

$\triangle ACD \sim \triangle BCD$

$$S_{ACD} = \frac{AD \cdot CD}{2}$$

$$S_{BCD} = \frac{BD \cdot CD}{2}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{BCD}} = \frac{AD}{BD} = 3$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ACD} + S_{BCD}}{\frac{S_{ACD}}{4}} = \frac{3 + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{16}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{16}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n3. сделаем замену $t = \frac{\pi}{2} - x$ $x = \frac{\pi}{2} - t$.

$$5 \arcsin\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)\right) = \pi - t$$

$$5 \arcsin(\sin(t)) = \pi - t.$$

$$\cancel{5t = \pi - t} \quad \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{т.е. при } x \leq \pi$$

$$t = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} \geq x + \frac{\pi}{2} \geq -\frac{5\pi}{2}$$

$$2\pi \geq x \geq -3\pi$$

$$\cancel{x > \frac{3\pi}{2}}$$

$$\cos \varphi < 0 \quad \arcsin \varphi < 0 \quad \arcsin x < 0$$
$$x \cancel{>} \quad x + \frac{\pi}{2} \cancel{>} 0$$

$$\text{при } \frac{3\pi}{2} \geq t \geq \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\sin(t)) = \pi - t.$$

$$5\pi - 5t = \pi - t \quad t = \pi \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{при } \frac{5\pi}{2} \geq t \geq \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin(\sin(t)) = t - 2\pi \quad 5t - 10\pi = \pi - t \quad t = \frac{11}{6}\pi \quad x = -\frac{4}{3}\pi$$

$$\text{при } \frac{7\pi}{2} \geq t \geq \frac{5\pi}{2}$$

$$\arcsin(\sin(t)) = 3\pi - t \quad 15\pi - 5t = \pi - t \quad t = \frac{7}{2}\pi \quad x = -3\pi$$

$$\text{при } t > \frac{7\pi}{2} \quad x < -3\pi$$

$$\text{при } -\frac{\pi}{2} \geq t \geq -\frac{3\pi}{2} \quad \arcsin(\sin(t)) = -\pi - t \quad -5\pi - 5t = \pi - t$$

$$\text{при } t < -\frac{3\pi}{2} \quad x < -2\pi$$

$$t = -\frac{6}{4}\pi = -1,5\pi \quad x = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{3} \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad x = -\frac{4\pi}{3} \quad x = -3\pi \quad x = 2\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

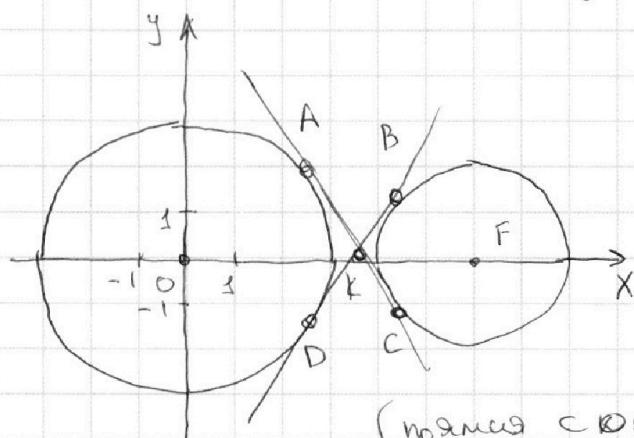
МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№4. } \begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ x^2+y^2-g=0 \\ x^2+y^2-12x+32=0 \end{cases} \quad \begin{aligned} & y = -\frac{a}{2}x + 1,5b \text{ — ур-тие прямой} \\ & \begin{cases} x^2+y^2=g \\ (x-6)^2+y^2=4 \end{cases} \quad \begin{aligned} & \text{ур-тие окружностей.} \\ & \text{для прямой с тангенсом} \\ & \text{угла наклона } k \\ & \text{пределах между двумя} \\ & \text{внешними касатель-} \\ & \text{ными к окружностям} \\ & \text{можно подобрать} \\ & \text{такое } b, \text{ что} \\ & \text{имеет 4 решения} \end{aligned} \end{aligned}$$

на координатной плоскости:



для прямой с тангенсом

угла наклона k

пределах между двумя

внешними касатель-

ными к окружностям

можно подобрать

такое b , что

имеет 4 решения

(прямая с окружностью имеет макси-

мум 2 пересечения, а надо 4 т.е. по 2 с каждой окруж.)

$$AC: y = kx + c \quad x^2 + (kx+c)^2 = g \quad \text{одно решение}$$

$$(k^2+1)x^2 + 2kcx + c^2 - g = 0 \quad D = \sqrt{(2kc)^2 - 4(k^2+1)(c^2-g)} =$$

$$= \sqrt{-4(c^2 - g \pm k^2g)} = 0 \quad (k^2+1)g = c^2 \quad \text{решение}$$

аналогично для BD: $k = \pm \sqrt{\frac{c^2}{g}}$

$$(x-6)^2 + (kx+c)^2 - 4 = 0 \quad D = 0 = \sqrt{(2kc-12)^2 - 4(c^2+32)(k^2+1)}$$

$$x^2 - 12x + 36 - 4 + k^2x^2 + 2kxc + c^2 = 0$$

$$\sqrt{-\frac{8kc + 144 - 128k^2 - 128 - 4c^2}{48}} = 0 \quad \text{то } K \text{ — центр окруж.}$$

$$\triangle OAK \sim \triangle KCF \quad \text{т.к. } FC \perp OA \quad \frac{OK}{FC} = \frac{3}{2} = \frac{OK}{KF}$$

картишка симметрична относительно ОX $\Rightarrow K$ на ОX

$$OK + KF = 6 \quad \text{т.к. } F(6, 0) \Rightarrow K(3, 6; 0) \quad k \cdot 3,6 + c = 0$$

AC:

$$k = \frac{5}{\sqrt{11}} \quad c = -\frac{18}{\sqrt{11}}$$

$$BD: \quad k = -\frac{5}{\sqrt{11}} \quad c = \frac{18}{\sqrt{11}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.е. при

$$-\frac{5\sqrt{11}}{11} < -\frac{9}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$$

можно сказать в таком, что будет 4 решения

$$\frac{10}{\sqrt{11}} > a > -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{10}{\sqrt{11}} > a > -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_2 243 - 8$$

~~$\log_3^4 x$~~

$$\log_x 3 + 6 \log_x 3 = 2,5 \log_3^5 x - 8$$

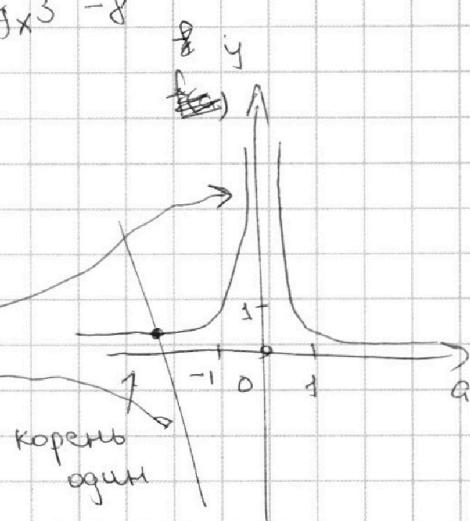
$$\log_x 3 + 6 \log_x 3 = 2,5 \log_3^5 x - 8$$

замени $\log_x 3 = a$

~~$f(a)$~~ $a^4 + 3,5a + 8 = 0 \rightarrow$ график

$y = a^{-4}$

$y = -8 - 3,5a$



$$\log_3^4 y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3 - 8$$

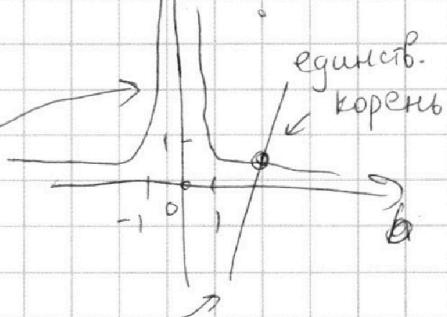
~~\log_{5y}~~ $\log_{5y}^4 3 + 2 \log_{5y} 3 = 5,5 \log_{5y} 3 - 8$

замени $\log_{5y} 3 = b$

$b^4 - 3,5b + 8 = 0$ график:

$y = b^{-4}$

$y = 3,5b - 8$



при этом если p - корень $b^4 - 3,5b + 8 = 0$

$T^0 - P -$ корень $a^4 + 3,5a + 8 = 0$

тогда

$$\log_{5y} 3 = -\log_x 3$$

$$\frac{\log x^3}{\log 3} = \log_{5y} x = -1$$

$$(5y)^{-1} = x \quad x \cdot y = \frac{1}{5y} \cdot y = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ: $xy = 0,2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

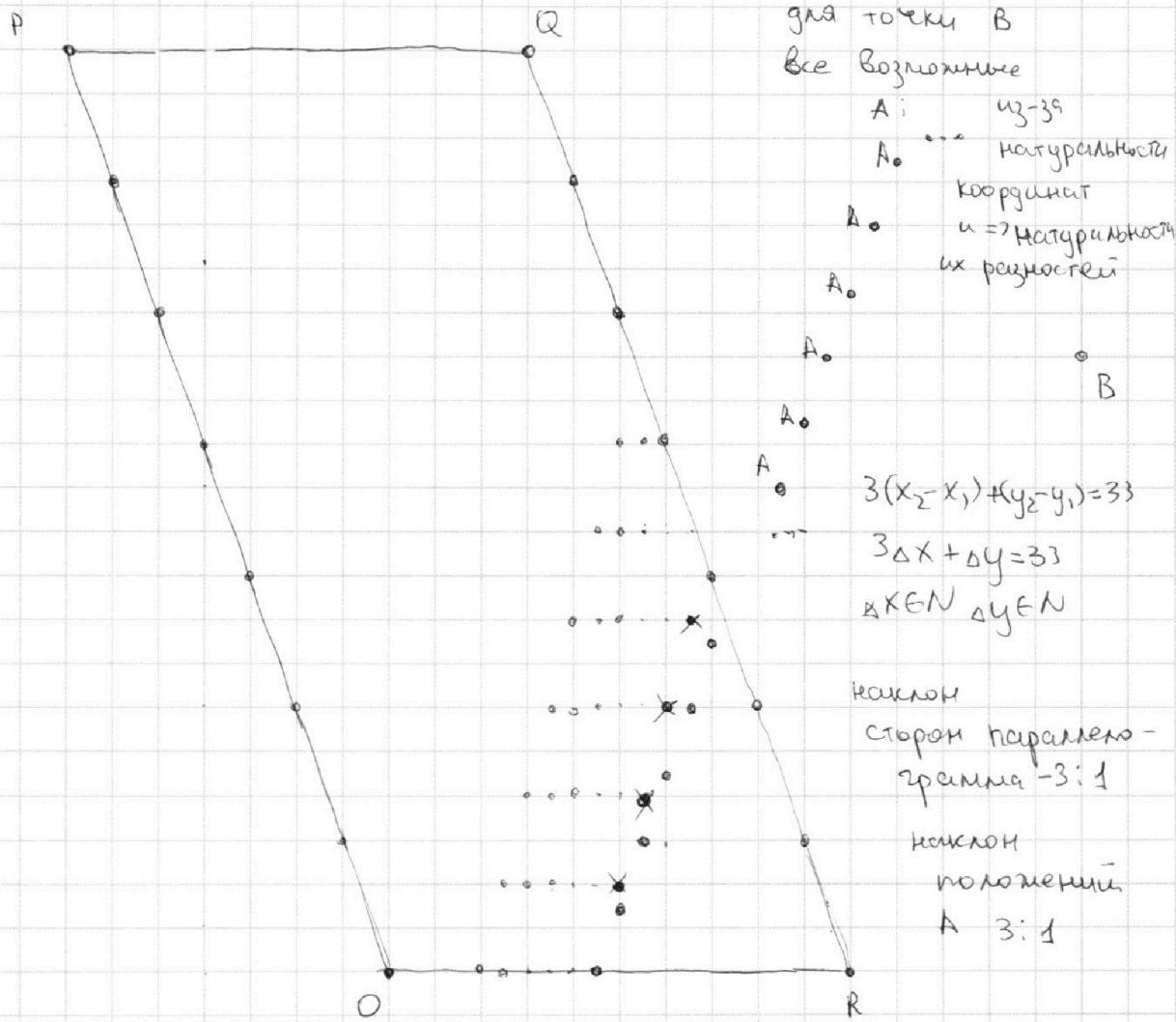
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------------|----------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="text"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="text"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

где ~~каждой~~²⁰ возможного положения В будем
контролировать
находить все возможные положения А и суммировать
их
плоскости: (максимальная клетка это 2×2)



из-за ГМТ А от В получим то же самое

A.

• B

БГМТ А Текое

где B и R — 5 параметров А.

Sygen cgburats' qmernanl B

брео и замислить как-то

брево и заменяться как-то
и в в полученных диагоналях.

1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В параллограмме

сдвиг по х:

A

B

AxB

$\sum =$

0	6	1	5	6
1	7	2	8	13
2	7	2	14	27
3	8	2	16	43
4	8	3	24	67
5	9	3	27	94
6	9	4	36	130
7	10	4	40	140
8	10	5	50	220
9	11	5	55	275
10	10	6	60	335
11	11	6	66	401
12	10	7	70	471
13	11	7	77	548
14	10	8	80	628
15	11	8	88	716
16	10	9	90	806
17	11	9	99	905
18	10	10	100	1005
19	10	10	100	1105
20	9	11	99	1204
21	9	10	88 90	1294
22	8	11	88	1382
23	8	10	88 80	1462
24	7	11	77	1539
·	7	10	70	1609
1	6	11	66	1675
1	6	10	60	161735
5	11	55		1790
5	10	56		1840
4	10	40		1880
4	9	36		1916
3	9	27		1943
3	8	24		
2	8	16		
2	7	14		
2	7	9		
2	6	6		
				2010



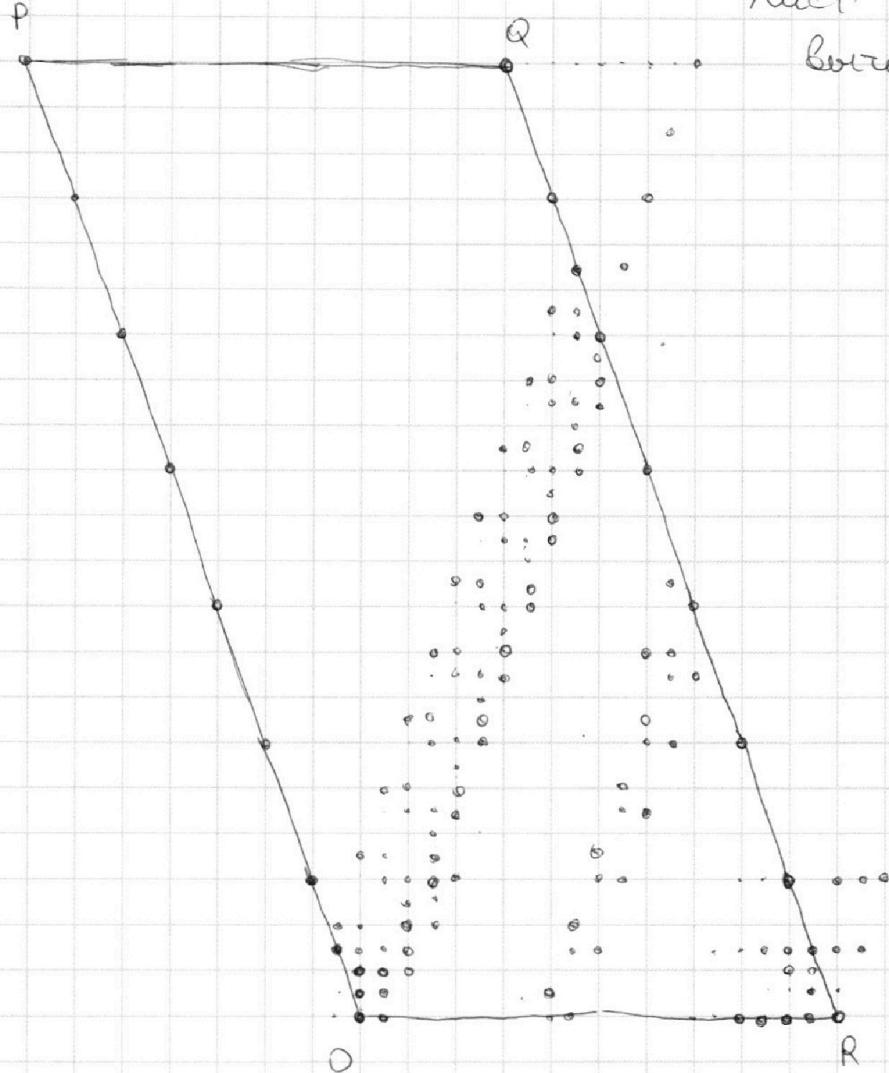
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

для В на 2 выше и соответ. А.

B A
1 6
1 7

2
2
--

--
10
10
10
--
9
9
8
8

6
7
14
16

24
27

36
40
5
5
6
6

7
7

8
8

9
9

10
10

для В на 2 выше

B A
1
1
2
2

--

9
10
10
--
10
--
9

170

$$340 + 100 + 170 + \dots + 200$$

$$2(440 + 260 + 340 + 200) + 2010$$

$$3(700 + 540) \cdot 2 + 2010$$

$$1240 \cdot 2 + 2010$$

$$4490$$

Ответ: 4490



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

27

P

Q

220

34 42

27

$$c^2 = 9(k^2 + 1)$$

$$k^2 3,6 \neq c^2 0$$

$$c = -3,6k$$

$$3\Delta x + \Delta y = 33$$

18

$$\frac{k^2}{25} \frac{324}{25} = \frac{225}{25} k^2 + \frac{225}{25}$$

$$99k^2 = 225$$

$$11k^2 = 25$$

$$k = \frac{5}{\sqrt{11}} \quad c = -\frac{18}{\sqrt{11}}$$

O

R

$$x^2 - 12x + 36 - 4 +$$

$$\frac{25}{11}k^2 - 180x + 324$$

$$x \cdot \sin \alpha = y \cdot \sin \beta$$

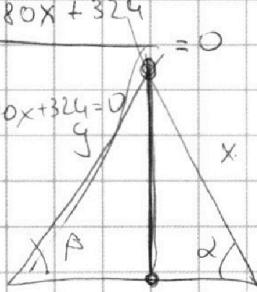
~~$$x^2 11k^2 - 132x + 396 - 44 + 25x^2 - 180x + 324 = 0$$~~

$$36x^2 - 312x + 676$$

~~$$9x^2 - 55x + 169 = 0$$~~

78

$$18^2 - 4 \cdot 9 \cdot 169$$



19+

740



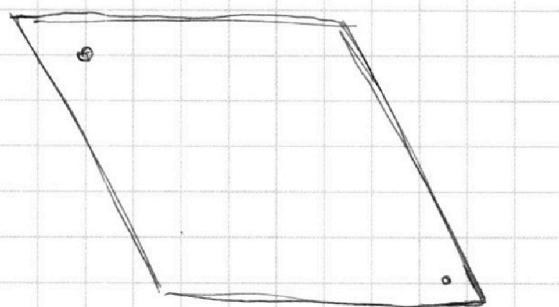
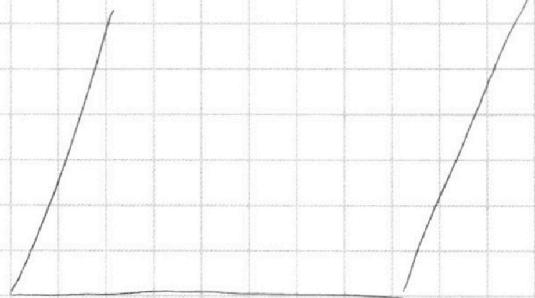
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3\Delta X + \Delta Y = 33$$

• A

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

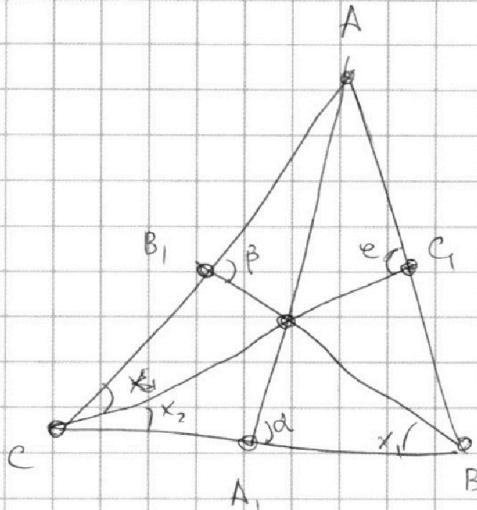
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{CC_1 \cdot \sin x_1}{2} \cdot AB \cdot AC$$

$$= AA_1 \cdot \sin x_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = BB_1 \cdot \sin x_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC$$

$$\frac{AC}{\sin x_5} = \frac{AB}{2 \sin x_1}$$

sin

$$S_0 = CC_1 \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \sin x_1 = \\ = CC_1 \cdot BC \cdot \sin x_2 =$$

$$\sin x_3 \sin x_4 \sin x_5 \cdot AB \cdot BC \cdot AC$$

$$\frac{BC}{\sin x_5} = \frac{AB}{2 \sin x_2} \quad \frac{BC}{\sin x_3} = \frac{AC}{2 \sin x_1}$$

$$S^2 = CC_1 \cdot BB_1 \cdot BC \cdot \sin x_2 \cdot BC \cdot \sin x_1$$

$$\frac{1}{3} \frac{AA_1}{\sin x_1} = \frac{2}{3} \frac{BB_1}{\sin x_2} \quad \sin x_0 = \frac{2BB_1 \cdot \sin x_1}{AA_1} = \frac{2CC_1 \cdot \sin x_2}{AA_1}$$

$$\frac{CC_1}{\sin x_1} = \frac{BB_1}{\sin x_2}$$

$$\cancel{BB_1} \cdot \sin x_2 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

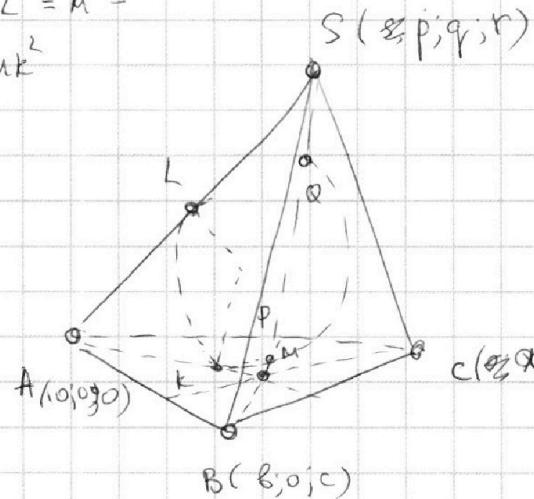
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

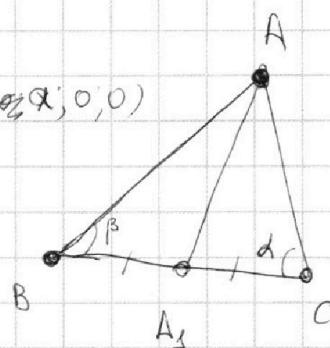
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$SO^2 - SL^2 = R^2 = \\ = OM^2 - MK^2$$

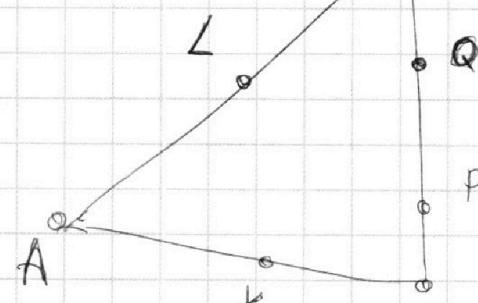
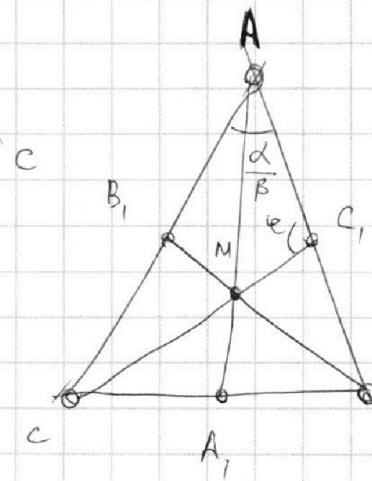
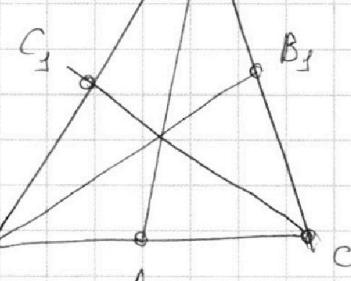
$$MK = SL$$



$$\frac{AA_1}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$



$$\frac{2}{3} \frac{AA_1}{\sin \gamma} = \frac{1}{3} \frac{BB_1}{\sin \alpha}$$



$$\frac{1}{2} \frac{AB}{2} \cdot CC_1 \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{AB \cdot CC_1}{4 \cdot 2} \cdot \sin \varphi_2$$

$$\frac{AB}{\sin \varphi_2} = \frac{CC_1}{\sin \varphi_1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{5}{\sqrt{11}} \quad c = -\frac{18}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{5\pi}{2} \geq \frac{\pi}{2} + x \geq -\frac{5\pi}{2}$$

$$2\pi \geq x \geq -3\pi$$

$$\left(\frac{25}{11} + 1\right) g = \frac{(18)^2}{11}$$

$$x = \frac{\pi}{2} - t$$

$$36 \cdot g = 18 \cdot 18$$

$$x = \frac{\pi}{2} - t$$

$$5 \arcsin(\cos \frac{\pi}{2} - t) = \frac{\pi}{2} - t + \frac{\pi}{2}$$

$$5t = \pi - t$$

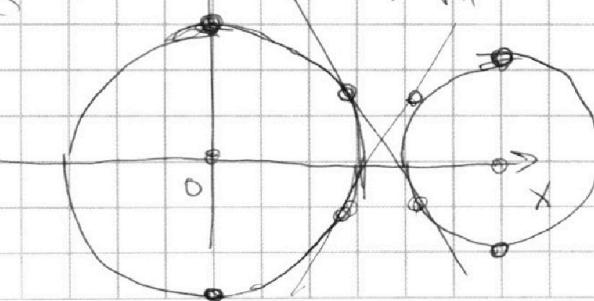
$$6t = \pi$$

$$\arcsin(\sin t))$$

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ x^2 + y^2 - g = 0 \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{324}{25} - g = \frac{324 - 225}{25}$$

$$\frac{9g}{25} = g$$



$$\begin{cases} y = \frac{a}{2}x - 1,5b \\ x^2 + y^2 = g \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

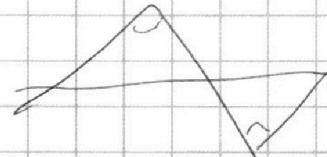
$$\left(\frac{18}{5}\right)^2$$

$$k = \sqrt{\frac{5}{11}}$$

$$+ 3,6k^2 = g^2 + 9$$

$$c = -3,6k$$

$$g^2.$$



$$\frac{5}{2}$$

$$3,6 \quad 2,4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1)

$$ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac = n \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$abc > ac$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 396 \\ \hline 324 \\ - 684 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$abc^2 = k'mn \cdot 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{60}$$

$$abc = 2^{\frac{21}{18}} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13}$$

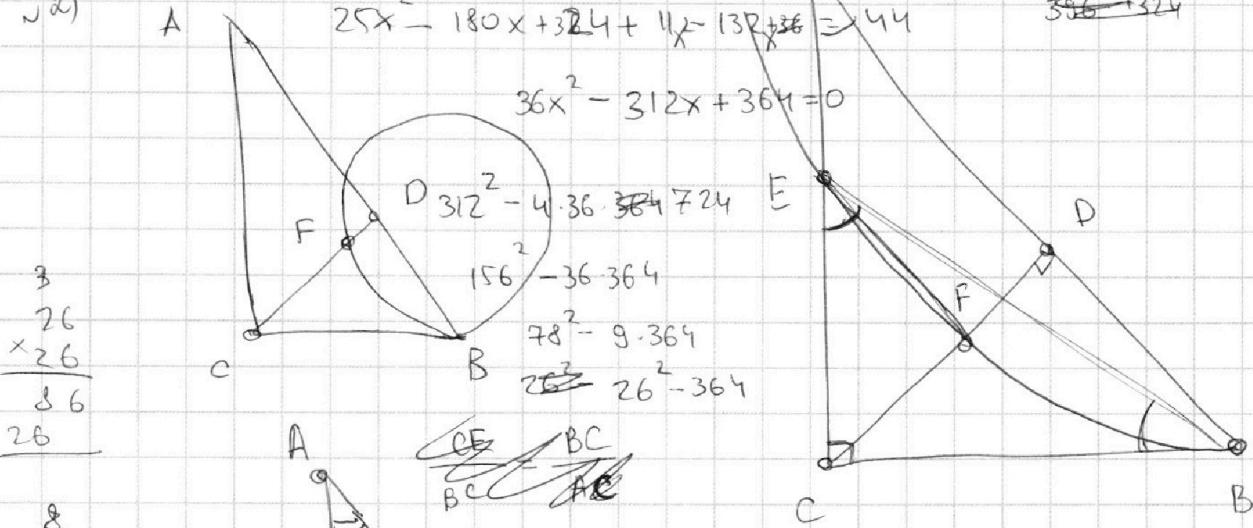
$$y = \frac{5}{\sqrt{6}}x - \frac{18}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{(5x-18)^2}{11} + (x-6)^2 = 14$$

$$3x - x$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 396 - 324 \\ \hline 72 \end{array}$$

№2)



$$\begin{array}{r} 3 \\ 26 \\ \times 26 \\ \hline 36 \\ 26 \end{array}$$

8

$$\begin{array}{r} 156 \\ 52 \\ \hline 776 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} AD \\ DB \\ \hline AC \\ BC \end{array}$$

$$\begin{array}{l} CE \\ BC \\ AC \end{array}$$

$\triangle CBF \sim \triangle AEB$

$$\frac{CF}{BC} = \frac{AE}{AB} \quad \frac{CF}{CE} = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{CE \cdot CD}{AC \cdot BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\left(\frac{AC}{CE} - 1 \right) = \frac{AB \cdot CD}{AC \cdot BC}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{AC}{CE} = 2$$

C B

C B

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_{x^2} 3 = \log_{x^2} 3^8 - 8$$

$$\log_3 x = \frac{1}{\log x^2}$$

$$\log x^2 = t$$

$$t^{-4} + 6t = 2,5t - 8$$

$$t^{-4} + 3,5t + 8 = 0$$

$$+3,5$$

$$-4 \cdot t^{-5}$$

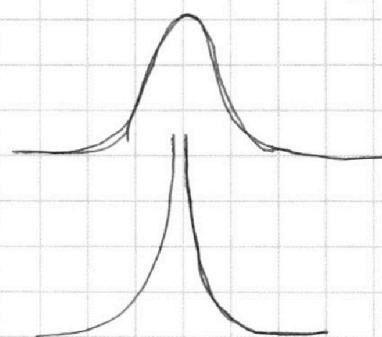
Б20

$$\log_{5y} 3 = -\log_x 3$$

$$\frac{1}{\log_3 5y} = -\frac{1}{\log_3 x}$$

$$\log_{5y} x = -1$$

$$(5y)^{-1} = x$$



$$\log g \quad 81 \\ g \quad 2$$

$$\sqrt[3]{2}$$

$$k \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} k$$

$$k^{-3} + 8,5k = k^{-3} + 7k = -8$$

$$k^{-4} - 7k + 8 \cdot 2 \sqrt[3]{2}$$

$$+\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot k^{-4} - \frac{8,5}{\sqrt[3]{2}} k + 8 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$36x^2 - 312x + 684 = 0$$

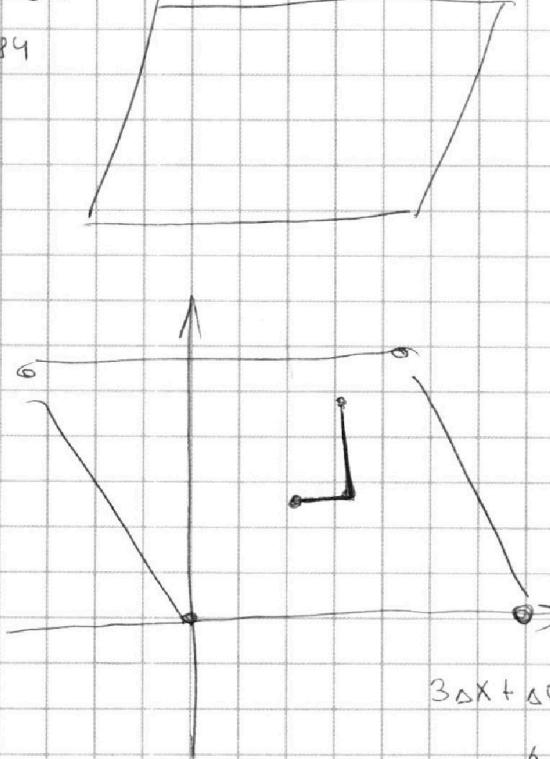
$$312^2 = 36 \cdot 4 \cdot 684$$

$$156^2 = 36 \cdot 684$$

$$-156 \boxed{16}$$

$$6 \cdot 20+$$

$$\begin{array}{r} x \\ \times 26 \\ \hline 26 \\ 26 \end{array}$$



$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$\pi - t.$$

$$5\pi - 5t = \pi - t$$

$$\boxed{\frac{\pi}{4} = t}$$

$$\frac{3\pi}{2} \leq t \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$t - 2\pi$$

$$5(\cancel{2\pi} - t) = \pi - b$$

$$5\cancel{2\pi} - 5t = \cancel{2\pi} - b$$

$$5t = 4\pi - b \quad t = \frac{4\pi - b}{5}$$

$$\boxed{t \geq \frac{9\pi}{5}}$$

$$3\Delta x + \Delta y = 33$$

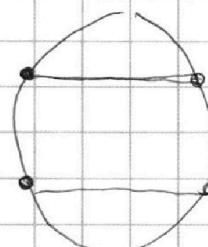
$$\Delta y = 3$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq t \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$\Delta y = 3k$$

$$k + \Delta x = 11$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$



AB

$$y_2 = kx + b$$

$$y_2 = 3x + b$$

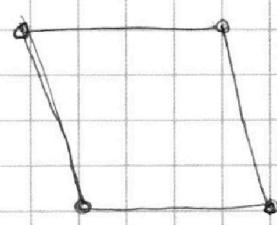
$$y_1 = 3x + b$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

$$t - 2\pi$$

$$(k+3)\Delta x = 33$$

$$\pi - (t - 2\pi)$$



$$3\pi - b.$$

$$\frac{13\pi}{2}$$

$$-\pi - t$$