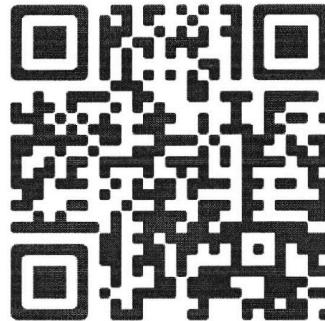




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- (1) [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- (2) [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- (3) [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- (4) [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad \int xy = 2(z+3),$$

$$\int yz = x(x+3),$$

$$\int zx = y(y+3)$$

$$x^2y^2z^2 : xyz (x+3)(y+3)(z+3)$$

т.к. $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ то

$$(x+3)(y+3)(z+3) = xyz.$$

$$\text{Лучше } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 +$$

$$+ 6x + 6y + 6z + 27 = A.$$

$$(x+3)(y+3)(z+3) = xyz.$$

~~$$xyz + 3xz + 3xy + 3yz + 9x + 9y + 9z + 27 = xyz$$~~

Полученное уравнение из симметрии (исходное):

$$3y(y+3) + 3x(x+3) + 3z(z+3) + 9x + 9y + 9z + 27 = 0$$

Возьмем исключительную строку из A:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3y(y+3) - 3x(x+3) - 3z(z+3) - 3x - 3y - 3z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3y^2 - 9y - 3x^2 - 9x - 3z^2 - 9z - 3x - 3y - 3z = A$$

$$-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 12x - 12y - 12z = A;$$

$$-2(x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z) = A$$

$$-2(x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 - 27) = A,$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-2((x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 27) = A.$$

Учтем, что $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = A$.

$$-24 + 54 = A,$$

$$30 = 54$$

$$A = 18$$

Недоказано, что 18 — единственное значение, которое может принять выражение $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ при таких x, y, z , симметрических друг друга.

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(2) Нужно доказать, что k^3 , состоящее из m единиц.

$$k = \underbrace{999\dots99}_m. \text{ Така}$$

$$k = 10^m - 1$$

$$\begin{aligned} k^3 &= (10^m - 1)^3 = 10^{3m} - 3 \cdot 10^{2m} + 3 \cdot 10^m - 1 = \\ &= 10^{2m}(10^m - 3) + 3 \cdot 10^m - 1 = \\ &= \underbrace{99\dots99}_m + \underbrace{7 \cdot 10^{2m}}_{m-1} + 2 \underbrace{99\dots99}_m. \end{aligned}$$

Всего нужно число k^3 состоящее из $(2m-1)$ единиц.

Така \checkmark $2 \cdot 40000 - 1 = 79999$

Така же $k = n = \underbrace{999\dots99}_{40000}$, т.е. $m = 40000$.

$40000 \cdot 2 - 1 = 79999$ — n^3 содержит именно

именно единиц

Ответ: 79999.

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

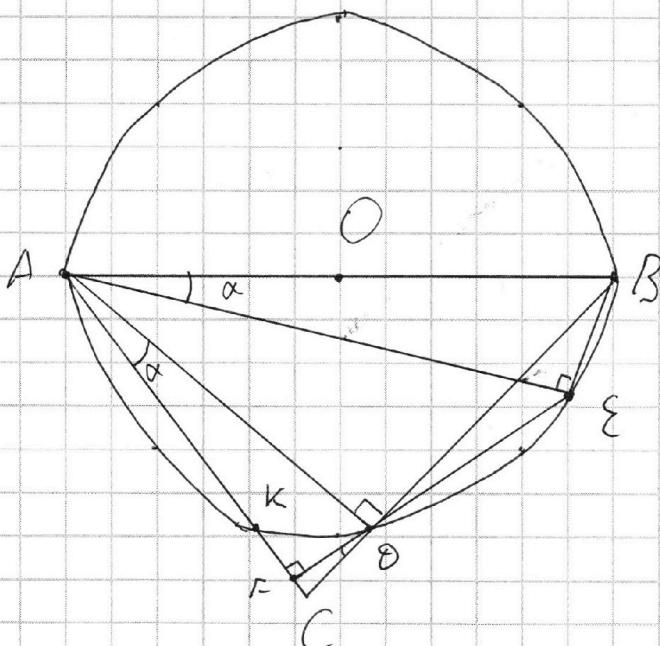
6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3)



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$1) \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$

$$2) \angle AFE = \frac{\angle AEB - \angle KED}{2} \Rightarrow \angle AFE = \frac{\angle AEB - \angle ACD}{2} = \frac{90^\circ - \alpha}{2}$$

$$\angle ACD = \frac{\angle ABD - \angle KBD}{2} = \frac{90^\circ - 5^2}{2} = 45^\circ$$

$$\angle AFE - \angle ACD = 90^\circ - \angle ACD = \angle FDC$$

$$3) \angle AED = 90^\circ - \angle C = \angle FDC$$

Иском: $\angle BAE = \angle FDC = \angle AED = \alpha$.

$\triangle AED \sim \triangle AEB \sim \triangle FDC$ по двум углам

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}; \quad \frac{AD}{\sqrt{11}} = \frac{10}{6}, \quad AD = \frac{5\sqrt{11}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AF = AD \cdot \cos \alpha$$

$$\text{из } \triangle ABE: \cos \alpha = \frac{AE}{AB}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$AF = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $AF = \frac{55}{18}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(7) Пусть всего у бедущего x кирюшек. Тогда
 $\binom{x}{5}$ способами игрок может выбрать 5 кирюшек,
 $\binom{x-3}{2} = \binom{2}{x-3}$ способами ~~выбрать~~ расположить все 3
~~кирюшки~~ ~~строка~~ игрок может ~~выбрать~~ выбрать
5 кирюшек с 3 маркирами в них (или как там, броши-
руй 3 кирюшки под марки и посыпь камешком
кирюшек бывшую к ним 2 пустые кирюшки),
 $P_1 = \frac{\binom{2}{x-3}}{\binom{5}{x}}$ — вероятность выпадения 6 1-м шаге,
 $\binom{x}{6}$ способами игрок может выбрать 6 кирюшек,
 $\binom{x-3}{3} = \binom{3}{x-3}$ величина которых выбрать 6 кирюшек,
 $P_2 = \frac{\binom{x-3}{3}}{\binom{6}{x}}$ — вероятность выпадения 6 2-м шаге.
 $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{3}{x-3} \cdot \binom{5}{x}}{\binom{6}{x} \cdot \binom{2}{x-3}} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (x-5)!}{3! \cdot (x-6)! \cdot 5! \cdot (x-5)! \cdot x! \cdot (x-3)!} =$
 $= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = 2$

Ответ: 6 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6) Впишите, как будет выглядеть фигура

$$|x-y| + |x+y| \leq 3$$



Если $x < -y$, то

$$-x-y - x-y \leq 3;$$

$$x \geq -1,5$$

Если $-y \leq x \leq y$, то

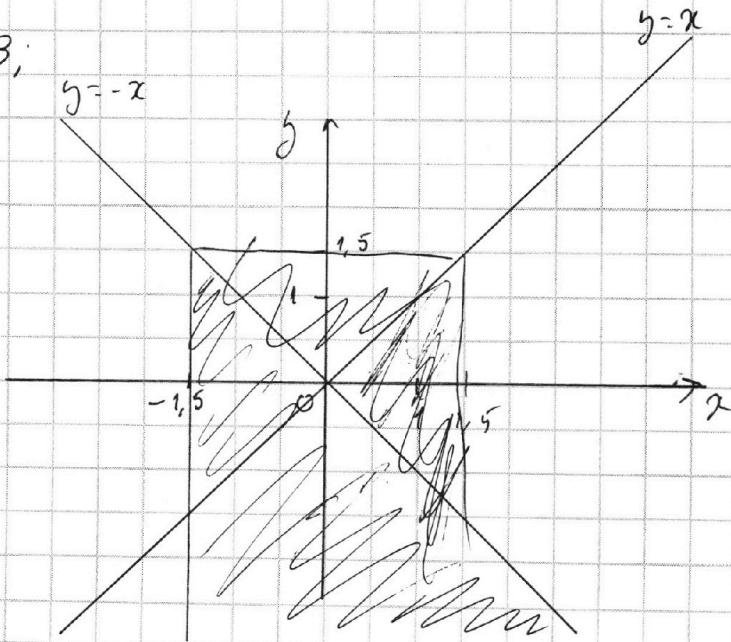
$$-x+y + x+y \leq 3,$$

$$y \leq 1,5$$

Если $x > y$, то

$$x-y + x+y \leq 3;$$

$$x \leq 1,5$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle ADC \sim \triangle AEB \sim \triangle EFC$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{AD}{\sqrt{11}} = \frac{10}{6},$$

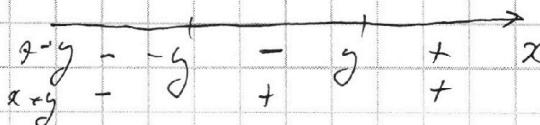
$$AD = \frac{5\sqrt{11}}{3}$$

$$\frac{AD}{EF} = \frac{AC}{DC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{6}{5}$$

$$AF = AD \cos \alpha = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$$

$$|x-y| + |x+y| \leq 4$$

Решение



$$-x+y < x-y \leq 4$$

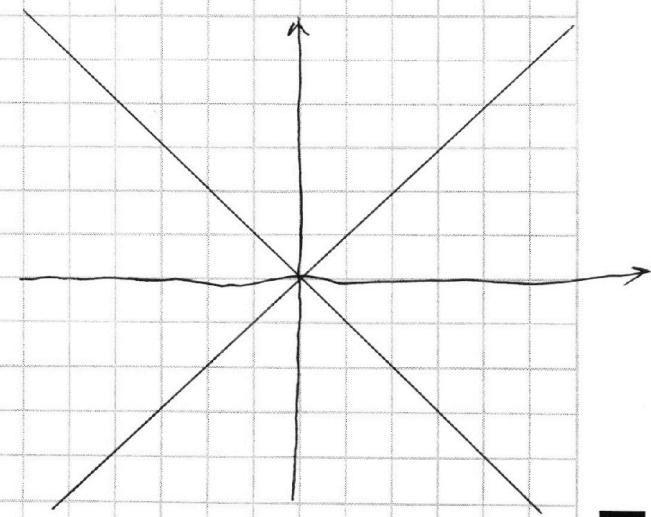
$$x \geq -2$$

$$-x-y + x+y \leq 4;$$

$$y \leq 2$$

$$x-y < x+y \leq 4$$

$$x \leq 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \cdot \frac{z+3}{x+3}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z+3}{x+3}$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$3y(y+3) + 3x(x+3) + 3z(z+3) + 9(2+yz) = 27 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3(x+y+z) - 3y(y+3) - 3x(x+3) - 3z(z+3) = A$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z - 3y^2 - 9y - 3x^2 - 9x - 3z^2 - 9z = A;$$

$$-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 12x - 12y - 12z = A$$

$$-2(x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z) = A$$

$$-2(x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 9 - 9) = A$$

$$-2A + 54 = A$$

$$3A = 54$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

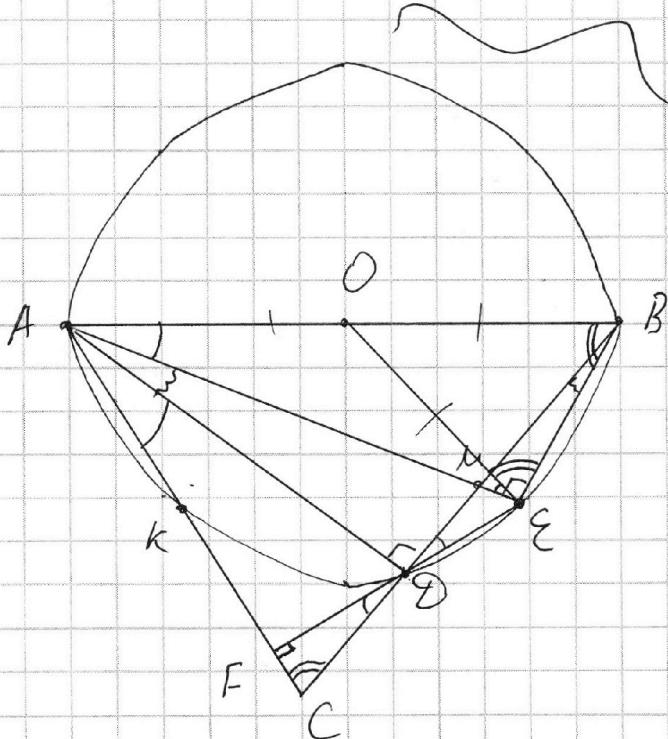
- 1 2 3 4 5 6 7

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



AC-10

$$AB = 6$$

B E = 5

AF - ?

$$P = 3$$



$$1) \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow AE^2 = AB^2 - BE^2. AE^2 = 6^2 - 5^2 = 11$$

$$2) \angle AFE = \frac{\angle AE - \angle ED}{2} \quad | \quad \angle AFE - \angle ACB = \frac{\angle AE - \angle AB}{2} \\ \angle ACB = \frac{\angle AB - \angle ED}{2} \quad | \quad \Rightarrow \angle AFE - \angle ACB = \frac{\angle AB - \angle ED}{2} \\ = \frac{\angle BE}{2} = \angle BAE \quad | \quad \Rightarrow \angle BAE = \angle FDC, \\ \angle AEF - \angle ACB = \angle FDC,$$

$\triangle AEB \sim \triangle DFC$ no 2-in year

3) Is A Dm no B Ee no 2 - m ymean

$$u) \quad 40 = 0.8 \Rightarrow 40 / 0.8 = 50$$

$$\angle COB = \angle OCB \Rightarrow \angle COB = \angle OEB = \angle OEB$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999\dots99}_{40000}$$

$$n^3 - ?$$

$$g^3 = 729$$

$$99^3 = (100-1)^3 = 1000000 - 3 \cdot 10000 + 300 - 1 =$$

$$= \cancel{999} \cancel{999} \cancel{999} \cancel{999} 970 299$$

$$n = \underbrace{1000\dots00}_{40000} - 1$$

$$n^3 = (\underbrace{1000\dots00}_{40000} - 1) = \underbrace{1000\dots00}_{120000} - 3 \cdot \underbrace{100\dots00}_{80000} +$$

$$+ 3 \cdot \underbrace{1000\dots00}_{40000} - 1 =$$

$$k = \underbrace{99\dots99}_m$$

$$k = 10^m - 1$$

$$k^3 = (10^m - 1)^3 = 10^{3m} - 3 \cdot 10^{2m} + 3 \cdot 10^m - 1 =$$

$$= 10^{2m} \left(\underbrace{10^m - 3}_{m-1 \text{ единица}} \right) + \underbrace{3 \cdot 10^m - 1}_{m \text{ единиц}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{array} \right. \\
 & x^2y^2z^2 = z(z+3)x(x+3)y(y+3) \\
 & xyz = (x+3)(y+3)(z+3) \\
 & z^2 = \frac{z(z+3)x(x+3)}{y(y+3)} \\
 & (x+3)^2 - (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 - y^2 - 6y - 9 + z^2 + 6z + 9 : \\
 & = x^2 + y^2 - z^2 + 6(x+y+z) + 27 = A \\
 & \text{ЛЗ} \quad (x+3)(y+3)(z+3) - (x+3)(yz + 3z + 3y + 9) = \\
 & = xyz + 3xz + 3xy - 9x - 3yz - 9z - 27 \\
 & 3xz + 3xy - 3yz - 9(x+y+z) + 27 = 0. \\
 & \hookrightarrow A = x^2 + y^2 + z^2 - 3xz - 3xy - 3yz - 3x - 3y - 3z \\
 & - A = -x^2 - y^2 - z^2 + 3xz + 3xy + 3yz + 3x + 3y + 3z. \\
 & A - \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{x(x-3z-3)} - \underbrace{3xz - 3xy - 3yz}_{y(y-3x-3)} - \underbrace{3x - 3y - 3z}_{z(z-3y-3)} = \\
 & x(x-3z-3) + y(y-3x-3) + z(z-3y-3)
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n_1 &= \binom{x}{x}^5 \\ m_1 &= \binom{x-3}{x-3}^2 \end{aligned} \Rightarrow P_1 = \frac{\binom{x}{x-3}^2}{\binom{x}{x}^5}$$

$$\begin{aligned} n_2 &= \binom{x}{x}^6 \\ m_2 &= \binom{x-3}{x-3}^3 \end{aligned} \Rightarrow P_2 = \frac{\binom{x}{x-3}^3}{\binom{x}{x}^6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{x}{x-3}^3 \cdot \binom{x}{x}^5}{\binom{x}{x}^6 \cdot \binom{x}{x-3}^2} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (2+5)!}{3! \cdot (x-6)! \cdot 5! \cdot (2+5)! \cdot x! \cdot (2-3)!} =$$

$$= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 2}{6} = 2$$

$$|x-y| + |x+y| \leq 3$$

Линии

$$\begin{array}{ccccccc} x-y & = & -y & - & y & + & x \\ x+y & = & - & + & + & + & \end{array}$$

Линия $x < -y$, то

$$-x - y - x - y \leq 3;$$

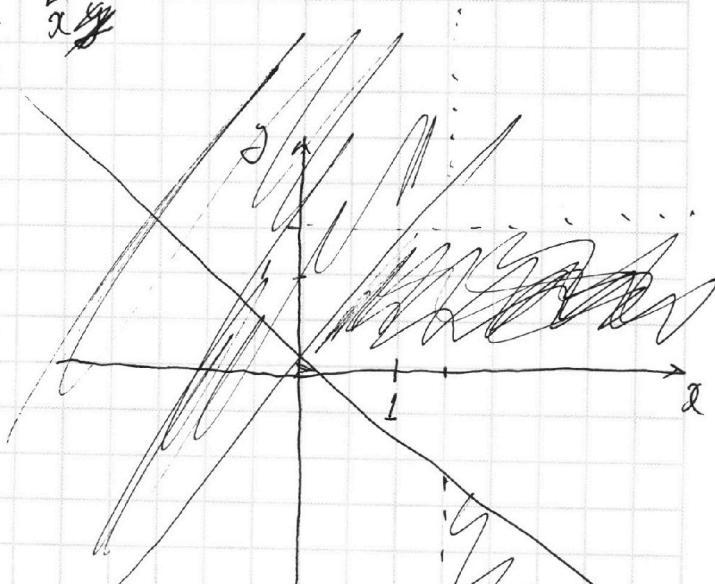
Линия $x \geq 1,5$
 $-y \leq x \leq y$, то

$$-x - y + x + y \leq 3;$$

$$y \leq 1,5$$

Линия $x > y$, то

$$x - y + x - y \leq 3;$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$P(\text{шарик 6 в коробке}) = \frac{3}{x}$$

$$P(\text{3 шарика в коробке}) = \binom{3}{5} \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

При $x=6$:

$$P = \frac{5! \cdot 27 \cdot 3^2}{3! \cdot 2! \cdot 6^3 \cdot 6^2} = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{32} =$$

Вероятность, что шарик в данной коробке — $\frac{3}{x}$.

~~$P = \binom{5}{x} \cdot \binom{3}{5} \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$~~

При $x=6$:

~~$P = \frac{6!}{3!} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{32}$~~

~~Проверка~~ $\Rightarrow P = \text{число единиц} \times \text{число нулей} \times \text{число единиц}$

$$\text{число нулей} = \binom{5}{x} \cdot \binom{3}{5} \cdot \frac{27}{x^3} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2}$$

$$n = \binom{5}{x}$$

$$m = \binom{5-3}{x} = \binom{2}{x}$$

$$m = \binom{5-3}{x-3} = \binom{2}{x-3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

④ а) x коробок в село.

$$\cancel{n_1} = \binom{5}{x} \quad \Rightarrow \quad P_1 = \frac{\binom{3}{5}}{\binom{5}{x}}$$

$$m_1 = \binom{3}{5}$$

$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x & x & x & & \\ \cancel{xxx} & & & x & x \end{matrix}$

$$\cancel{n_2} = \binom{6}{x} \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{\binom{3}{6}}{\binom{6}{x}}$$

$$\cancel{P_1} = \frac{\binom{3}{6} - \binom{3}{5}}{\binom{6}{x} \cdot \binom{3}{5}} = \frac{6! \cdot x!}{3! \cdot 3! \cdot 8! (x-5)!} \cdot \frac{6! (x-6)!}{2! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{2 \cdot 6!}{5!} \cdot \frac{(x-6)!}{(x-5)!} = 6 \cdot \frac{(x-6)!}{(x-5)!} = \frac{6}{x-5}$$

$$n_1 = \binom{5}{x}$$

$\begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$

 $n = \binom{5}{10} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$

$$m_1 =$$

(сколько раз 3 шарика могут оказаться среди 5 деревянных коробок?)

$\begin{matrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{matrix}$

$$n = \binom{5}{1} = \frac{6!}{5!} = 6$$

$$m = \binom{3}{2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 3 \quad \Rightarrow \quad P = \frac{1}{2}$$

Q-е есть деревянные коробки
и-е есть шарика

$$P(\text{3 шарика}) = P(\text{еииии}) + P(\text{еииии}) + \dots + P(\text{ииииии}) =$$

$$= \binom{3}{5} \cdot P(\text{шарик в коробке})^3 \cdot P(\text{шарик не в коробке})^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(1000 - 1)^3 = 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 - 3 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 3000 - 1 = \\ = 997 \cdot 1000 \cdot 1000 + 3000 - 1 = 997 \cdot 1000 \cdot 1000 + 3000 - 1 =$$

$$\begin{array}{r} - 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 \\ - 3000 \cdot 1000 \\ \hline + 997 \cdot 1000 \cdot 1000 \\ 3000 \\ \hline - 997 \cdot 1000 \cdot 1000 \\ 1 \\ \hline 997 \cdot 1000 \cdot 1000 \end{array}$$

$$k = 2n - 1$$

$$(10000 - 1)^3 = 10^4 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^4 - 1 = \\ = 10^4 (10^4 - 3) + 3 \cdot 10^4 - 1 = 9997 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^4 - 1 = \\ = 9997 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^4 - 1 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

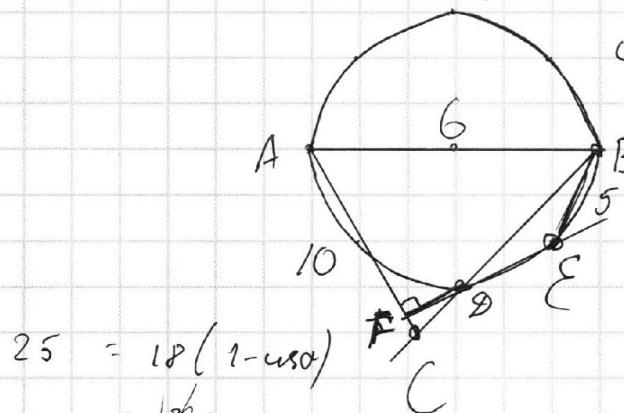
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AE^2 = AF^2 + FE^2$$

$$AE^2 = 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^2 \cos 40^\circ \quad AE^2 = 6^2 - 5^2 = 11$$

$$11^2 = 12^2$$

$$11 = 12 - 12 \cos 40^\circ;$$



$$25 = 18(1 - \cos \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{25}{18}$$

$$\cos 40^\circ = \frac{1}{12} HD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = AB^2 - DB^2$$

$$\underbrace{AF^2 + FD^2}_{DF^2} = \underbrace{AB^2 - OB^2}_{EB^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} BE = \frac{5}{6}$$

$$r = 3$$

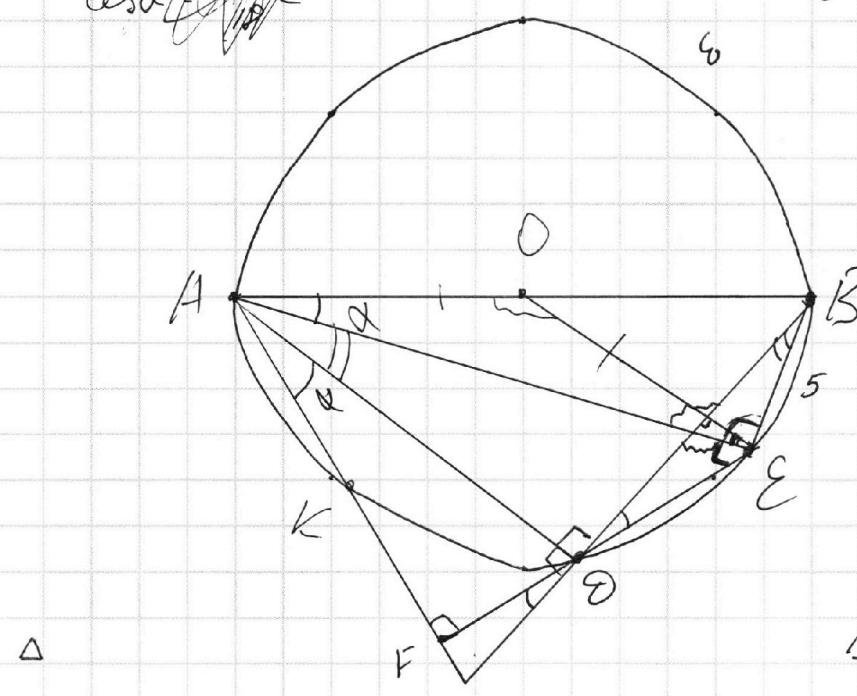
$$AC = 10$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$\angle ACB + \angle ADE = 180^\circ$$

$$90^\circ - \angle ACB = \angle ADE$$



$$\triangle AEB \sim \triangle DFC$$

$$\frac{EB}{FC} = \frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DF}$$

$$\angle AFE = 80^\circ \quad \overbrace{AE - \sqrt{KD}}^2 = 2$$

$$\angle ACB = \frac{180^\circ - \sqrt{KD}}{2}$$

$$\therefore \angle AFE - \angle ACB = \frac{\overbrace{AE - 180^\circ}^2}{2}$$

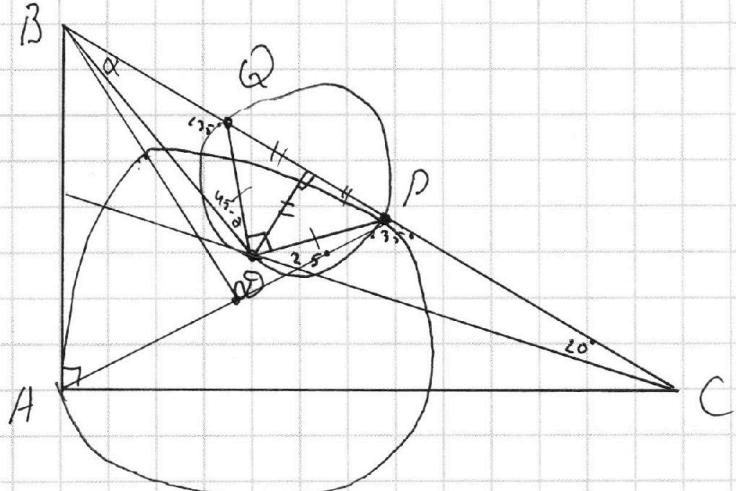


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

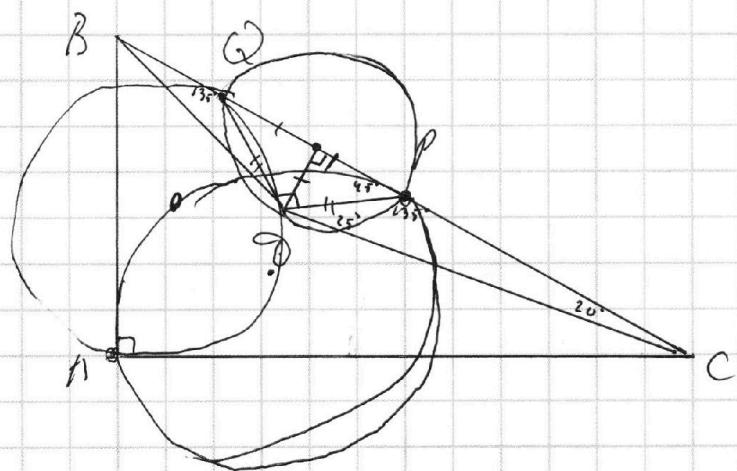


$$A B = B P$$

$$A C = C Q$$

$$\angle OCB = 20^\circ$$

$$\angle ABC - ?$$



$$x^2 - ax(a-1)x + a-5 = 0$$

$$\Delta = a^2(a-1)^2 - 4a + 20$$

$$x_2 = \frac{a(a-1) \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^2(a^2+1) - a^6 - 4 = 0$$