

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $(n-1)! + n! + (n+1)!$  делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа  $N$ , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 45]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $y^2 - 4y - a$  равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

т.к.  $289 = 17^2$ , то  ~~$(n+1)^2 : 289$~~

при  $n_{\min} = 16$ , а  $(n-1)! : 289$  при  $n_{\min} = 290$ ,

~~оба они будут кратны  $17^2$~~   
~~оба  $n$  значения не могут быть~~  
кратны  $17$  одновременно, при  $n \leq 15$ .  
 $17$  — простое число и тогда  $(n-1)! : 17 \Rightarrow n \geq 18$

Ответ:  $n = 16$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  
☐2  
☒3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐

СТРАНИЦА

- 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$N^5 = (n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 - 28$$

$$N^5 = 7n^2$$

$$N^5 : 7 \Rightarrow N : 7, N = 7k$$

$$7^5 k^5 = 7n^2$$

$$7^4 k^5 = n^2, n^2 : 7 \Rightarrow n : 7, n = 7m$$

$$7^4 k^5 = 7m^2$$

$$7^3 k^5 = m^2, m^2 : 7 \Rightarrow m : 7, m = 7z$$

$$7^2 k^5 = 7z^2 \Rightarrow z^2$$

$$k^5 = z^2$$

$$N = 7k$$

$$n = 49z = 49a^2$$

$$z = \sqrt{k^5} \Rightarrow k = a^2$$

$$z = a^5, \text{ если взять } a = 1, 10.$$

$$N = (49)^2 = N^5$$

$$n = 49 \Rightarrow N^5 = 7^5 \text{ но } N \text{ должно быть } \geq 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow n = 49 \cdot 2^5 \Rightarrow N^5 = 7^5 \cdot 2^{10} \Rightarrow$$

$$N = 7 \cdot 2^2 = 28$$

$$\text{Ответ: } N = 28$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

Чтобы неравенство имело смысл

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline -1 \quad 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow x \leq -1 \text{ или } x \geq 2$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

1)  $x \in (-\infty; -1]$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \text{ всегда } > 0.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 = \sqrt{x^2 - x - 2} - (1 - x)$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \sqrt{1 - x}$$

$1 - x > 0$ , т.к.  $x \leq -1$ ,  $\Rightarrow$  возведем  
можем возвести обе части в  
квадрат.

$$x^2 - x - 2 \sqrt{1 - 2x + x^2}$$

$$\& x \sqrt{3}.$$

$$x < 3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} - (1 - x) = (1 - x) - \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

$$6 - x > 0, \text{ т.к. } x < -1 \Rightarrow |6 - x| = 6 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 6 - (1 - x) - \sqrt{x^2 - x - 2} + 6 - x.$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2 - 2x.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x, \text{ мы уже решали это неравенство.}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☒4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и получим что  $1-x > \sqrt{x^2-x-2}$  при  $x \leq -1 \Rightarrow$  в этом промежутке  $x \in \emptyset$ .

2)  $x \in [2; 6]$ .

$$\sqrt{x^2-x-2} + (1-x)$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + x - 1 \geq 0, \text{ т.к. } x-1 \geq 0 (x \geq 1), \text{ и}$$

$$\sqrt{x^2-x-2} > 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2-x-2} + x - 1| = \sqrt{x^2-x-2} + x - 1$$

$$|6-x| = 6-x.$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + 6 - x$$

$0 \geq 0$  — верное равенство  $\Rightarrow$  в этом промежутке подходят все значения,  $x \in [2; 6]$ .

3)  $x > 6$ .

Все останется так же кроме

$|6-x|$ , он будет равен  $x-6$ .

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + x - 6.$$

$$12 \geq 2x$$

$x \leq 6$ , но  $x > 6 \Rightarrow$  в этом промежутке  $x \in \emptyset$ .

Ответ:  $x \in [2; 6]$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

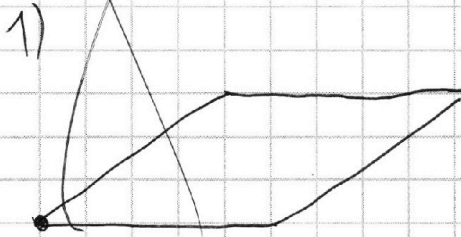
СТРАНИЦА

1 из 13

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

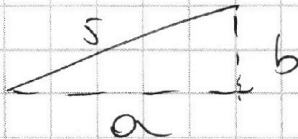
Задача 4.

Если две вершины ромба находятся у 6 вершинных клеток, то их можно соединить отрезком. У нас может быть 6 видов ромбов.



Задача 4.

Т.к. вершины ромба совпадают с вершинными клетками  $\Rightarrow$  их можно соединить отрезком и построить ромб. Или еще это есть прямая горизонтальная или вертикальная.

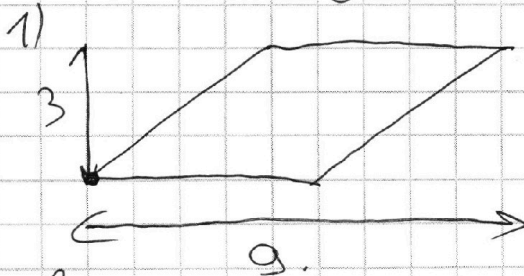


$a, b \in \mathbb{Z}$ . По Пифагора

$$a^2 + b^2 = 5.$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ a=4 \\ b=3 \end{cases}$$

Тогда у нас будет 6 видов ромбов.



Будем считать 301. Если можно построить эту фигуру, то 190 36 по x и от 190 42 по y  $\Rightarrow$

всего таких ромбов будет 12-36, т.к. по каждому x можно построить по каждому y.



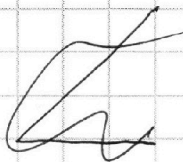
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

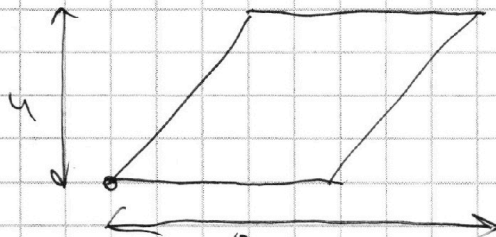
СТРАНИЦА  
24 ИЗ 33

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

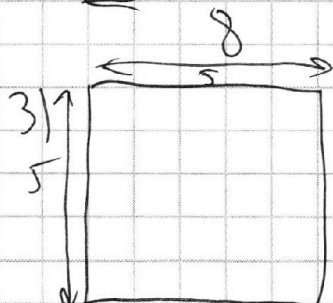
2)



Аналогично <sup>1-му</sup> ~~получаем~~ <sup>получаем</sup>

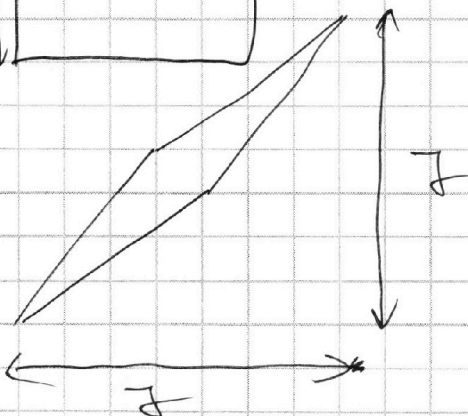


41-37.



40<sup>2</sup>

4)



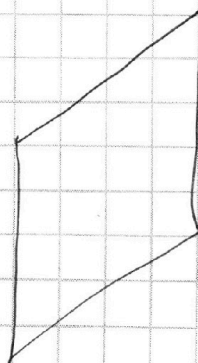
38<sup>2</sup>

5)



42-36

6)



41-37.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☒

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего будет  $40^2 + 38^2 + 237 \cdot 41 + 2 \cdot 36 \cdot 42$ .

Чтобы было легче считать обозначим  
39 за  $n$ .

$$(n+1)^2 + (n-1)^2 + 2(n-2)(n+2) + 2(n-3)(n+3) =$$
$$= 2n^2 + 2 + 2n^2 - 8 + 2n^2 - 18 = 6n^2 - 24 = 6(n^2 - 4).$$

$$6(38^2 - 4) = 6 \cdot ((40-2)^2 - 4) = 6 \cdot (1600 - 80 + 4 - 4) =$$
$$= 9600 - 83 \cdot 6 = 9600 - 498 = 9102.$$

Ответ: 9102.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☒6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
18 ИЗ 42

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$y - 45 = a$$

$$y + 45 = a + 90$$

$$a \in \mathbb{Z}, \text{ т.к. } y \in \mathbb{Z}$$

$$23 \cdot 2^x = a^2 + 90a$$

$$a^2 + 90a - 23 \cdot 2^{x+2} = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{8100 + 23 \cdot 2^{x+2}}$$

$$\sqrt{D} \in \mathbb{Z}, \text{ т.к. } a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists D = c^2, c \in \mathbb{Z}$$

$$23 \cdot 2^{x+2} = (c - 90)(c + 90)$$

$$\nexists k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow \text{невозможно}$$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a} \Rightarrow 2^{x-a} > 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a}$$

$$y = 2^{x-a-1} + 23 \cdot 2^{a-1}$$

$$y = 2^{x-2} + 23$$

$$y = 45 + 46 = 91$$

$$2^{x-2} = 68 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}, ?!$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 45 = 2^m$$

$$y + 45 = 23 \cdot 2^n$$

$$y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{m-1}$$

$$\begin{cases} m=1, \text{ т.к. } y \neq 2 \\ n=1 \end{cases}$$

$$1) m=1 \Rightarrow y = 23 \cdot 2^{n-1} + 1, y = 47 \Rightarrow$$

$$23 \cdot 2^{n-1} + 1 = 47$$

$$2^{n-1} = 2$$

$$n=2$$

$$x = n + m = 3$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=47 \end{cases}$$

$$2) n=1 \Rightarrow y = 2^{m-1} + 23, y = 1 \Rightarrow 2^{m-1} = -22$$

( $y > 0$ , для значений  $y < 0$  будет тоже самое, т.к.  $y \neq 0$ )

Ответ:  $(3, 47), (3, -47)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

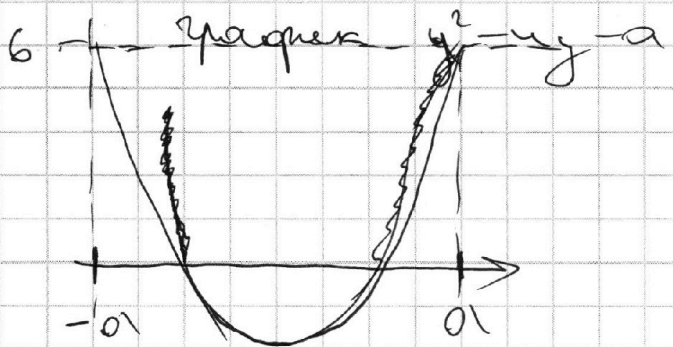
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
10 ИЗ 11.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Значения  $y$  ограничены. Они находятся в пределах от  $-a$  до  $a$ , т.е.  $-a \leq y \leq a$ .



$$\begin{cases} y = a \\ y = -a \end{cases}$$

$$1) a^2 - 4a - a = b.$$

$$a^2 - 5a - b = 0$$

$$a = 1$$

$$a = b$$

$$2) a^2 + 4a - a = b.$$

$$a^2 + 3a - b = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{9 + 4b} = \sqrt{33} \Rightarrow$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = b \\ a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \\ a = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $a = \begin{cases} 1 \\ \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \\ \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

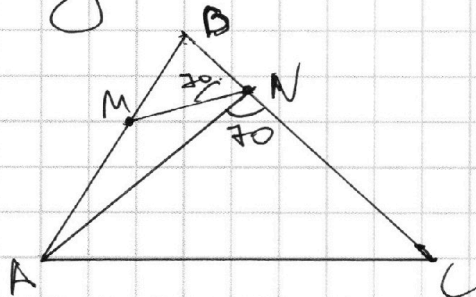
6  
☒

7  
☒

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

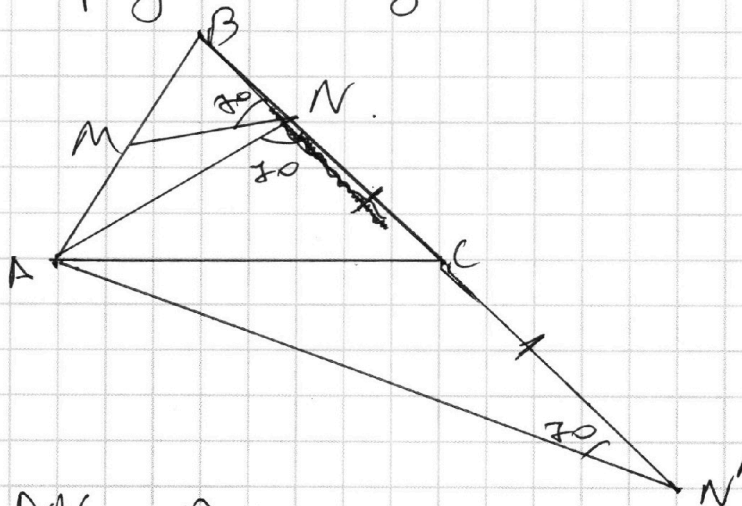
Задача 7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Продлим BC за точку C на  $CN' = NC$ .



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \frac{BN}{BN + NC} = \frac{BM}{BM + MA} \Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle ABN';$$

по общему углу  $\angle B$ , и 2 пропорциональным сторонам  $\Rightarrow \angle AN'C = 70^\circ \Rightarrow \triangle ANN'$  равнобедренный  $\Rightarrow AC$  — медиана высоты  $\Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

Ответ:  $20^\circ$ .

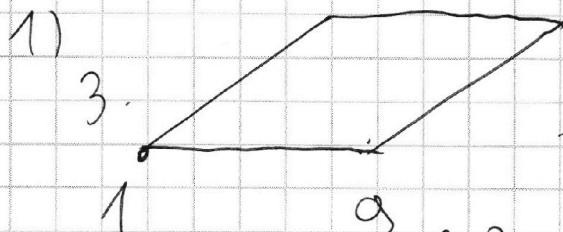
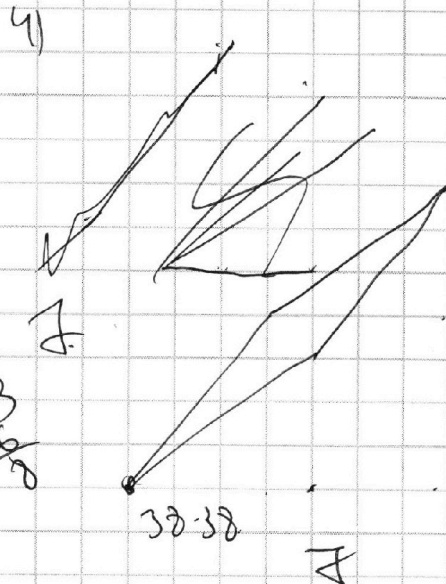
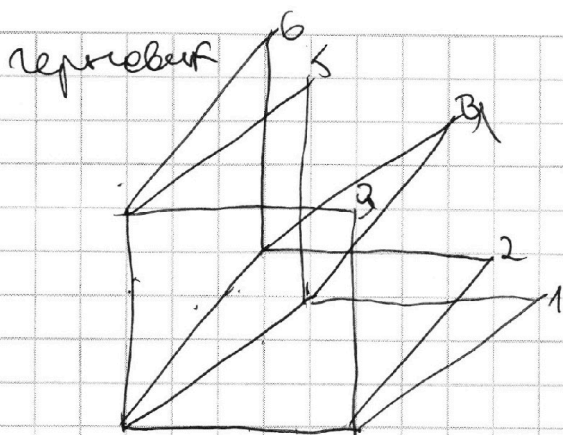


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

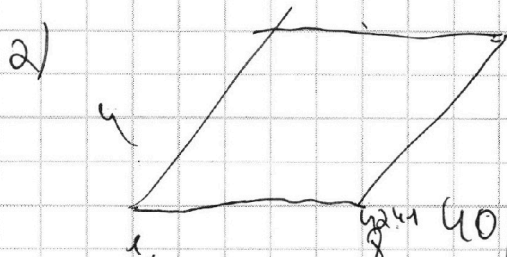
|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2n^2 + 2 + 2n^2 - 8 + 2n^2 - 18 = 36 \cdot 42.$$



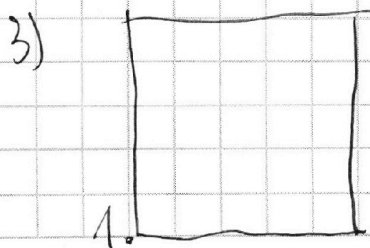
$$6n^2 - 24 = 6(n^2 - 4) = 4(4n^2 - 6) = 5) = 4 \cdot (40^2 - 80 + 1 - 6) = 8 = 4 \cdot 40^2 - 35 \cdot 4 = 6400 - 340 = 6060$$

2)  $n-2)(n+2)$

$$6n^2 + n - n^2 + 2(n-2)(n+2) + 2(n-3)(n+3).$$

$$37 \cdot 41.$$

6) 38. 42



$$40 \cdot 40.$$

Ответ:  $40^2 + 2 \cdot 37 \cdot 41 + 36 \cdot 42 = 38^2$



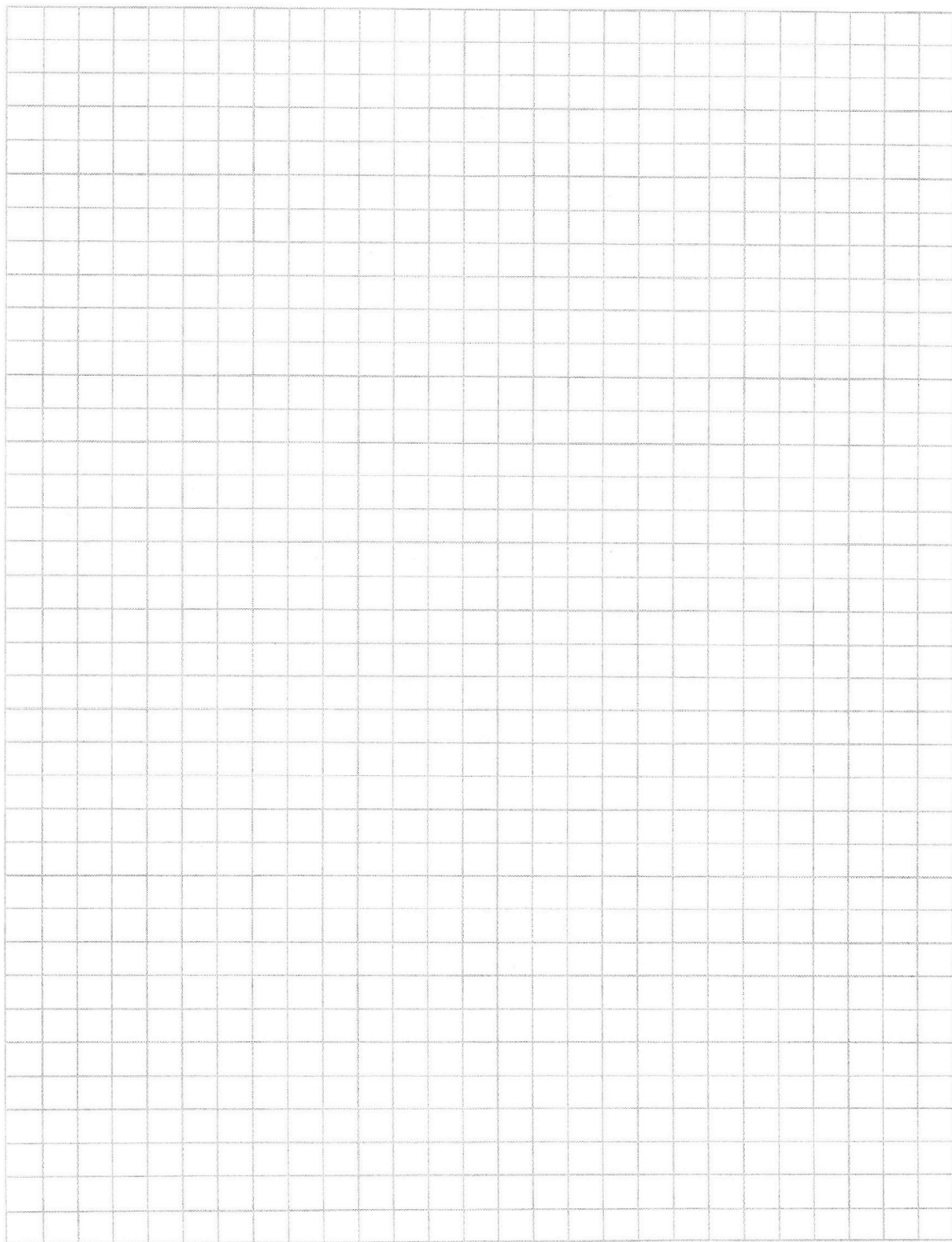


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

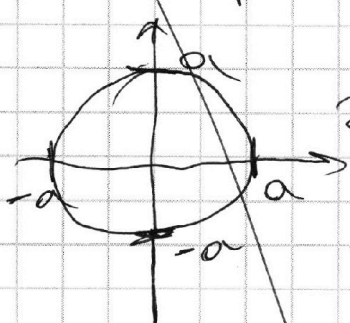
7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

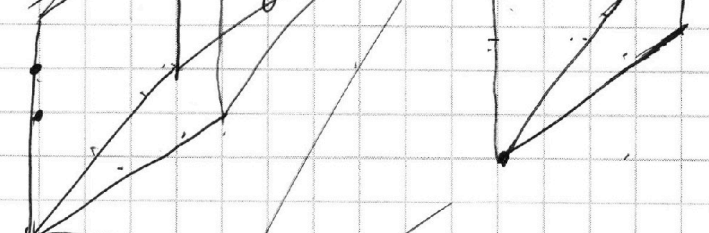
Задача 6.

График



$x^2 + y^2 = a^2$  вынесем в квадрат.

$-x \leq y \leq x$  структура.



График

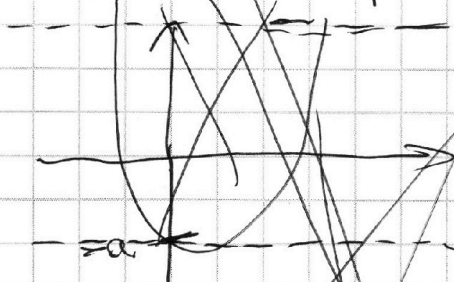


График  $y^2 = x - a$ .

Значения y ограничены

$-a \leq y \leq a$

a.



$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 > 0.$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x.$$

$$x^2 - x - 2 \geq 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow 1 - x \geq \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

$$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2).$$

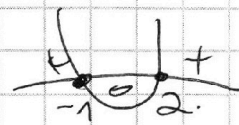
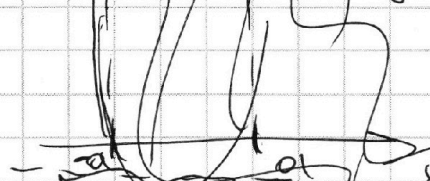


График  $y^2 = x - a$



$$6. \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \in [1; 6].$$

$$x \notin (2; -1).$$

$$0 \geq 0 \Rightarrow 12 \geq 2x$$

$$x \geq 6. \Rightarrow 1 + x - 6. \Rightarrow 6 \geq x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq x - 1 \Rightarrow x \geq 6$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x + 6 - x \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2 + 2x$$

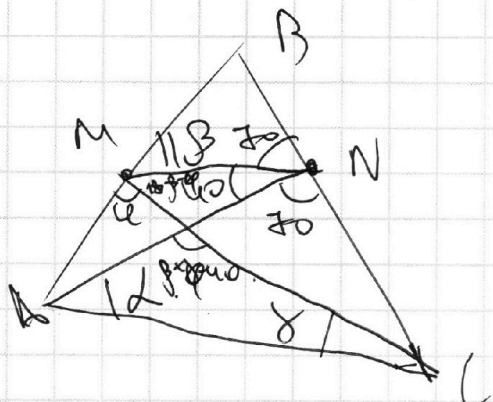


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

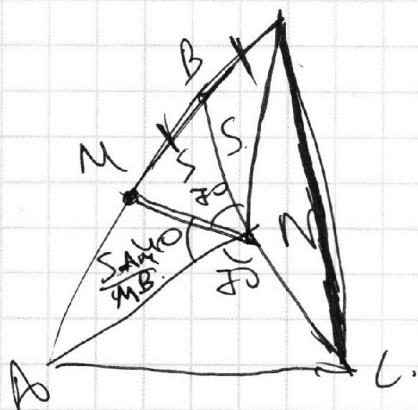
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{NC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

$$\frac{2MB}{2 \sin \gamma} = \frac{BN}{\sin \beta}$$

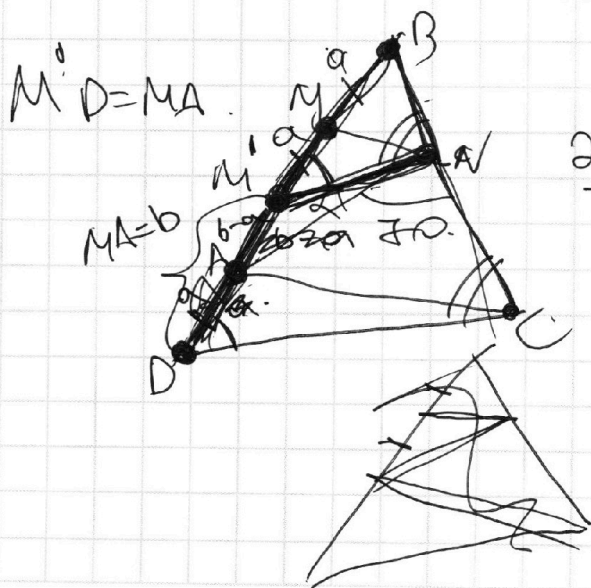


$$\frac{NC \cdot 2MB}{\sin \alpha} = \frac{AC \cdot BN}{\sin \beta}$$

$$\frac{MA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

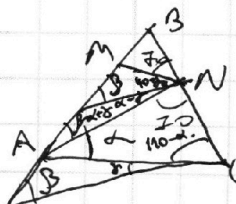
$$\frac{MA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \gamma}$$

$$\beta + \gamma + \alpha = 220$$



$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{2BM}{MA + BM} = \frac{BN}{BN + NC}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x = (y+5)(y-5) \quad |y| > 5 \quad (-2)^2 - 1^2 = 3$$

$$23 \cdot 2^a = 2^b \quad (-2-0)(-2+1) = y-5$$

$$23 \cdot 2^{a-1} + 2^{b-1} = |y| : 2 \quad (-y+5)(-y-5) =$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$$

$$1) a=1. \Rightarrow y = 2^{b-1} + 23.$$

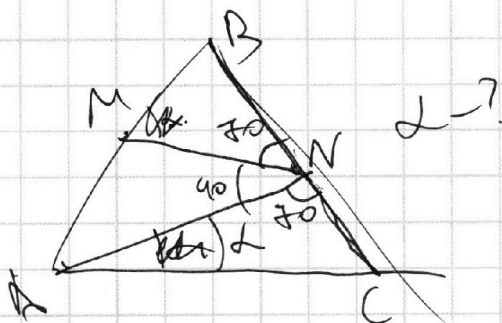
$$y+5=46.$$

$$y=41 \Rightarrow 2^{b-1}=68. ?!$$

$$2) b=1 \Rightarrow y = 43 \quad |y| = 43$$

$$y = 23 \cdot 2^{a-1}$$

$$23 \cdot 2^{a-1} = 43$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$$

$$BM \cdot NC = BN \cdot AM$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$$

$$\frac{BM}{BM \cdot AM} = \frac{BN}{BN \cdot NC} \quad \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$23 \cdot 2^x \leftarrow 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45). \quad a+b=x.$$

$$y = 2^{a-1} \cdot 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$y = 2^{a-1} \cdot 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$a=1.$$

$$y = 23 \cdot 2^{b-1}$$

$$y = 91.$$

$$2^{b-1} = 68. \quad ?!$$

$$y+45 = 2^m$$

$$y+45 = 23 \cdot 2^n.$$

$$m+n=x.$$

$$y = 2^{m-1} + 23 \cdot 2^{n-1}$$

$$y = 2^{m-1} + 23.$$

$$y = -1. \quad ?!$$

$$2k^2 = 45 + 23 \cdot 2^x + 18$$

$$x = -1.$$

$$a^2 + 90a - 23 \cdot 2^x = 0.$$

$$23 \cdot 2^x = a^2 + 90a.$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{90^2 + 4 \cdot 23 \cdot 2^x} = \sqrt{C^2}$$

$$a = -90 \pm C$$

$$C^2 = 90^2 + 23 \cdot 2^{x+2}$$

$$4k^2 = 90^2 + 23 \cdot 2^{x+2} \quad C^2 : 2$$

$$2(45 + 23 \cdot 2^{x+1})$$

$$C^2 = 90^2 + 23 \cdot 2 = 482(45 + 23)$$

$$68 = 34 \cdot x.$$

$$C^2 : 4. \quad ?!$$

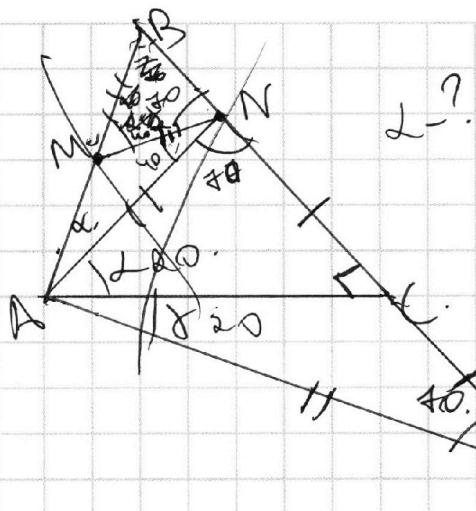


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

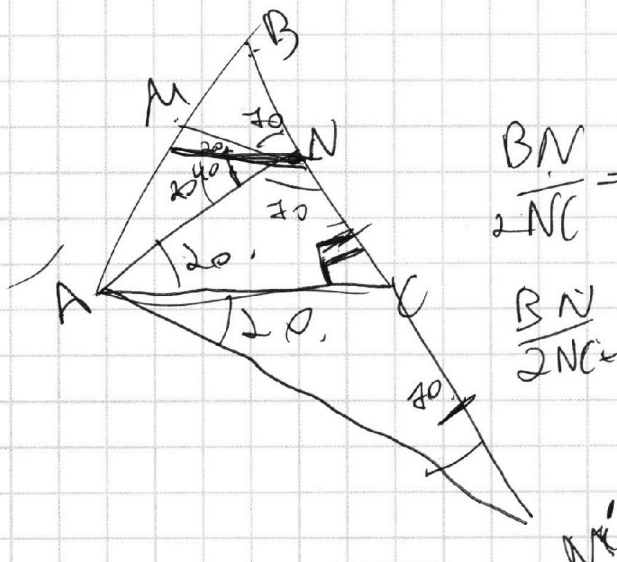
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

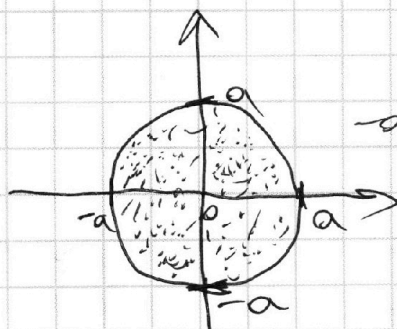
$$\frac{BN}{BN+2NC} = \frac{BM}{BM+MA}$$



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{2NC+BN} = \frac{BM}{BM+MA}$$

$$\sqrt{x^2-2x+1} = \sqrt{x^2-2x+1}$$



$$-a \leq y \leq a$$

$$y^2 - 4y - 01 = 6$$

$$y^2 - 4y - 01$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a = 6$$

$$a(a-5) = 6$$

$$a=6$$

$$a=1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$23 \cdot 2^a \quad 2^{x-a}$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^{x-a}$$

$$2y = 23 \cdot 2^a + 2^{x-a}$$

$$2^{x-a} - 23 \cdot 2^a = 90$$

$$2^{x-a-1} - 23 \cdot 2^{a-1} = 45$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^x$$

$23 \cdot 2^a \quad 2^b$

$$a + b = x$$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^a$$

$$y + 45 = 2^b \quad b > a$$

$$y = 23 \cdot 2^{a-1} + 2^{b-1}$$

$$y - 45 = 23 \Rightarrow a = 1, b = x - 1$$

$$y - 45 = 23$$

$$y + 45 = 2^{x-1}$$

~~$$y = 23 + 2^{b-1}$$~~

~~$$y = 23 + 2^{b-1}$$~~

$$289 = 17^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^x$$

$23 \cdot 2^m \quad 2^n$

$$y - 45 = 23 \cdot 2^m$$

$$y + 45 = 2^n$$

$$2y = 23 \cdot 2^m + 2^n$$

$$y = 23 \cdot 2^{m-1} + 2^{n-1}$$

$$N^5 = 7n^2$$

$$N^5 : 7 = N^5 : 7$$

$$N = 7n$$

$$N^5 = (n-3)^2 \cdot (n-2)^2 \cdot (n-1)^2 \cdot n^2 \cdot (n+1)^2 \cdot (n+2)^2 \cdot (n+3)^2 - 28$$

$$N^5 = 7n^2 + 18 + 8 + 2 - 28$$

$$((n-1)! + n! + (n+1)!)$$

$$(n-1)! \cdot (n + (n+1) \cdot n)$$

$$(n-1)! \cdot (1 + 2n + n^2)$$

$$(n-1)! \cdot (1 + n)^2$$

$$289 \text{ при } n = 18 \text{ и } 290$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^5 = 7n^2$$

$$N = 7K$$

$$7^5 K^5 = 7n^2$$

$$7^4 K^5 = n^2$$

$$n = 7m$$

$$7^4 K^5 = 7^2 m^2$$

$$7^2 K^5 = m^2$$

$$m = 7z$$

$$K^5 = 7z^2$$

$$n = 49z = 49 \cdot 2^5 = 7^2 \cdot 2^5$$

$$N = 7K = 7 \cdot 2^2$$

$$7^5 \cdot 2^{10} = 7^4 \cdot 2^{10}$$

$$N = 7 \cdot 2^2 = 28$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\begin{array}{r} 2^2 \\ 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$45$$

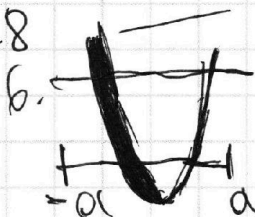
$$45 + 23 \cdot 2^{a-1} = 2^{x-a-1}$$

$$45 + 23 = 2^{x-2}$$

$$68 = 2^{x-2}$$

$$x-2 = \log_2 68$$

$$x = \log_2 68 + 2$$



$$2^{m-1} + 23 \cdot 2^{n-1} = y$$

$$m > n \cdot 23$$

$$n = 1$$

$$2^{m-1} + 23 = y$$

$$y + 45 = 70$$

$$y = 1$$

$$a^2 - 4aa = 6 \cdot (a-2)(a+3)$$

$$a^2 - 4aa - 6 = 0$$

$$a^2 - 30a - 6 = 0$$

$$a^2 - 50a - 6 = 0$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 6 \end{array}$$