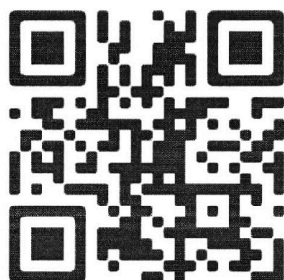




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$289 = 17^2$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) = \\ = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! (n+1)^2$$

$(n-1)! \cdot (n+1)^2 \div 17^2$; 17 - простое число, тогда для того чтобы $(n-1)! \div 17$, то $n \geq 18$, а $(n+1)^2 \div 17$, то $n \geq 16$

Если $n=16$, то $(n-1)! \cdot (n+1)^2 = 15! \cdot 17^2 \div 17^2$, и это ~~самое~~ самое маленькое n , т.е. если бы $(n-1)! \div 17$, то $n \geq 18$, а

$(n-1)! \div 17^2$, то $n \geq 35$. Значит, наименьшее n такое, что $(n+1)^2 \div 17^2$

Ответ: $n=16$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 - 28 = N^5$$

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 = 7a^2 + 28, \text{ тогда}$$

$$(7a^2 + 28) - 28 = N^5$$

$$7a^2 = N^5, \text{ т.к. } 7a^2 : 7, \text{ то } N^5 : 7 \Rightarrow N : 7, \text{ тогда}$$

$$N = 7k :$$

$$7a^2 = 7^5 k^5 ; a^2 = 7^4 k^5 ; 7^4 k^5 : 7^4 \Rightarrow a^2 : 7^4 \Rightarrow a : 7^2,$$

$$\text{тогда } a = 7^2 b :$$

$$b^2 = k^5, \text{ аналогично делаем вывод, что } \begin{cases} b = x^5 \\ k = x^2 \end{cases}$$

$$k_{\text{минимальное}} = 1, \text{ тогда } N = 7 \text{ но } N > 8, \text{ тогда } k \geq 2,$$

$$k_{\text{минимальное}} = 2 ; N = 49 ; a = 7^2 \cdot 2^5 = 49 \cdot 32 = 1568$$

Ответ: 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

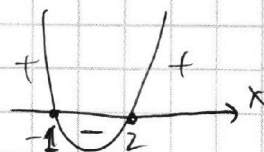
3.

Рассмотрим подкоренное выражение:

$x^2 - x - 2 \geq 0$, квадратичная функция, график - парабола ветви вверх

$$x^2 - x - 2 = 0; D = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}; \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty). \text{ Обозначим } \sqrt{x^2 - x - 2} = y$$

т.к. $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$, то $\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 > 0$, но модуль можно убрать. Рассмотрим три случая: 1) $x < 0$; 2) $x = 0$; 3) $x \geq 0$; 4) $x > 6$

1) $x < 0$, то $6 - x \geq 0$, тогда:

$$y + 5 \geq |y + x - 1| + 6 - x; y + x - 1 \geq |y + x - 1| \Rightarrow y \geq 1 - x; \sqrt{x^2 - x - 2} \geq (1 - x), \text{ т.к. обе стороны неотрицательные возведем в квадрат: } x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1; x \geq 3, \text{ но } x < 0, \text{ значит } x \geq 0.$$

2) $x = 0$, но тогда подкоренное выражение отрицательное.

3) $0 < x \leq 6$, то $6 - x \geq 0$; $y + x - 1 \geq 0$ (т.к. $x \geq 2$), то:

$$y + 5 \geq y + x - 1 + 6 - x; y + 5 \geq y + 5; 0 \geq 0. \text{ Подходит.}$$

4) $x > 6$, то $6 - x < 0$; $y + x - 1 > 0$ то:

$$y + 5 \geq y + x - 1 + x - 6; 12 \geq 2x; 6 \geq x, \text{ но } x > 6, \text{ не подходит. Тогда } x \in [2; 6].$$

Ответ: $[2; 6]$.



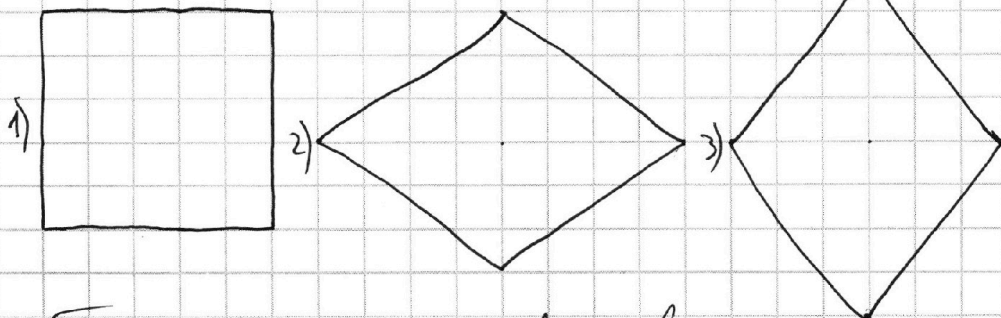
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего у нас 3 варианта ромбов: 4.



Теперь посчитаем количество вариантов расположения центров из ромбов:

1) Рассмотрим центр квадрата. Его мы можем поместить в любую точку квадрата размерами ~~39x39~~ $(45-1)-5=39$ 39×39 . На каждой стороне этого квадрата 40 точек. Тогда всего точек где расположится квадрат $40 \cdot 40 = 1600$.

Заметим, что 2 и 3 варианты симметричны, но перевернутое, так что посчитаем 2 варианта, а у 3 будет столько же.

2) "Ширина" ромба равна 8, а "высота" 6. Тогда центр ромба может быть в любой точке прямоугольника со сторонами: $(45-1)-6=38$ $\times$ $(45-1)-8=36$. Тогда всего точек где расположится квадрат $39 \cdot 37$. Тогда всего ромбов существует: $40^2 + 2 \cdot 39 \cdot 37 = 7874$.

Ответ: 7874.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2 = 5^2 \cdot 9^2 = 5^2 \cdot 3^4. \text{ Можно сделать вывод, что}$$

$$y \div 2, \text{ т.к. если } y \div 2, \text{ то } \begin{cases} x=0 \\ 2025 \div 2 \end{cases}. \text{ Если } x=0, \text{ то}$$

$$y^2 = 2048, \text{ однако } 2048 = 2^{11}, \text{ что не является квадратом}$$

целого числа. Тогда $x \neq 0$. Тогда же заметим, что $y \div 3; y \div 5$,

$$\text{т.к. } 23 \cdot 2^x \div 3; 23 \cdot 2^x \div 5 \text{ и } y \div 23, \text{ т.к. } 2025 \div 23. \text{ Тогда:}$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

$$y \neq 0, \text{ т.к. тогда } y \div 2; y \div 3; y \div 5; y \div 23.$$

Заметим, что ~~если~~ $y > 0$ и $y < 0$, x будет одинаково для

$$\text{противоположных } y \text{ (} y=1; y=-1 \text{), т.к. } (y-45)(y+45) = (y-45)(-y+45)$$

$$(-y-45)(-y+45) = -(y+45) \cdot -(y-45) = (y+45)(y-45). \text{ Тогда}$$

рассмотрим $23 \cdot 2^x = (y+45)(y-45)$ для $y > 0$. Заметим, что y

$$(y+45) \text{ и } (y-45) \text{ одинаковые чётности, а т.к. } 23 \cdot 2^x \div 2 \text{ (т.к.}$$

$$\text{если } x > 0, \text{ если } x < 0, \text{ то } 23 \cdot 2^x \text{ - дробное, а } y^2 - 45^2 \text{ - целое),}$$

$$\text{то } (y+45) \div 2 \text{ и } (y-45) \div 2 \text{ и } y+45 > y-45. \text{ Тогда}$$

мы можем составить систему:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} y - 45 = 2^n \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ y - 45 = 23 \cdot 2^{x-m} \\ y + 45 = 2^m \end{cases}$$

Рассмотрим 1 систему:

$$\begin{cases} y - 45 = 2^n & ; & y = 2^n + 45 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-n} & ; & 2^n + 90 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ 2^{n-1} + 45 = 23 \cdot 2^{x-n-1} & , \text{п.к. } 45 \nmid 2, \text{но} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n-1=0 \\ x-n-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ x=n+1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=1 \\ y=47 \\ x=n+1 \\ y=-1 \end{cases} \quad \text{Если } y=-1, \text{ то}$$

$23 \cdot 2^x = -20 \nmid 4 < 0$, чего быть не может. Тогда $y=47$:

$$23 \cdot 2^x = 2 \cdot 92; 2^x = 8 = 2^3; x=3. \text{ Также тогда при } y=-47$$

$x=3$.

Теперь рассмотрим вторую систему:

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \cdot 2^{x-m} \\ y + 45 = 2^m \end{cases}, y = 2^m - 45 \Rightarrow 2^m - 90 = 23 \cdot 2^{x-m}; 2^{m-1} = 23 \cdot 2^{x-m-1} + 45,$$

аналогично предыдущей крайней системе $\begin{cases} m-1=0 \\ x-m-1=0 \end{cases}$, а значит

~~и ответ этой системы будет совпадать с предыдущей~~

$$\begin{cases} m-1=0 \\ y=-43 \\ x=m+1 \\ y=91 \end{cases} \quad \text{при } y=-43 \quad 23 \cdot 2^x < 0, \text{ а при } y=91 \quad 23 \cdot 2^x = 46 \cdot 136, \text{ но } 136 : 1 \neq, \text{ а } 23 \cdot 2^x \nmid 17. \text{ Тогда решением данного уравнения является пара чисел } (3; 47); (3; -47)$$

Ответ: $(3; 47); (3; -47)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

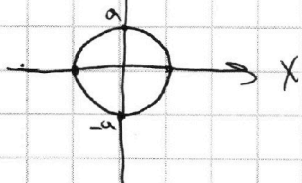
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$x^2 + y^2 = a^2$ — формула окружности, где a — радиус.

Потому:

y

 $y \in [-a; a]$ 

Заметим, что $a \neq 0$, т.к. если $a = 0$, то графиком данной функции будет точка $(0; 0)$.

Потому рассмотрим два случая: 1) $a > 0$, 2) $a < 0$.

1) $a > 0$, тогда максимум функции $y^2 - 4y - a$ будет при

$y = -a$, т.к. $y^2 = (-a)^2 = a^2$, то $-4y = -4(-a) = 4a > -4a$

Потому:

$$y^2 - 4y - a = a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0; D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}, \quad a > 0, \quad \text{поэтому } a = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$$

2) $a < 0$, тогда максимум функции $y^2 - 4y - a$ будет при

$y = a$, аналогично 1). Потому: $a^2 - 4a - 6 = 0; D = 16 + 24 = 40$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2}; \quad \begin{cases} a = -1 \\ a = 6 \end{cases}, \quad \text{но } a < 0, \quad \text{тогда } a = -1.$$

$$\text{Потому } \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{\sqrt{33} - 3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ. } -1; \frac{\sqrt{33} - 3}{2}.$$

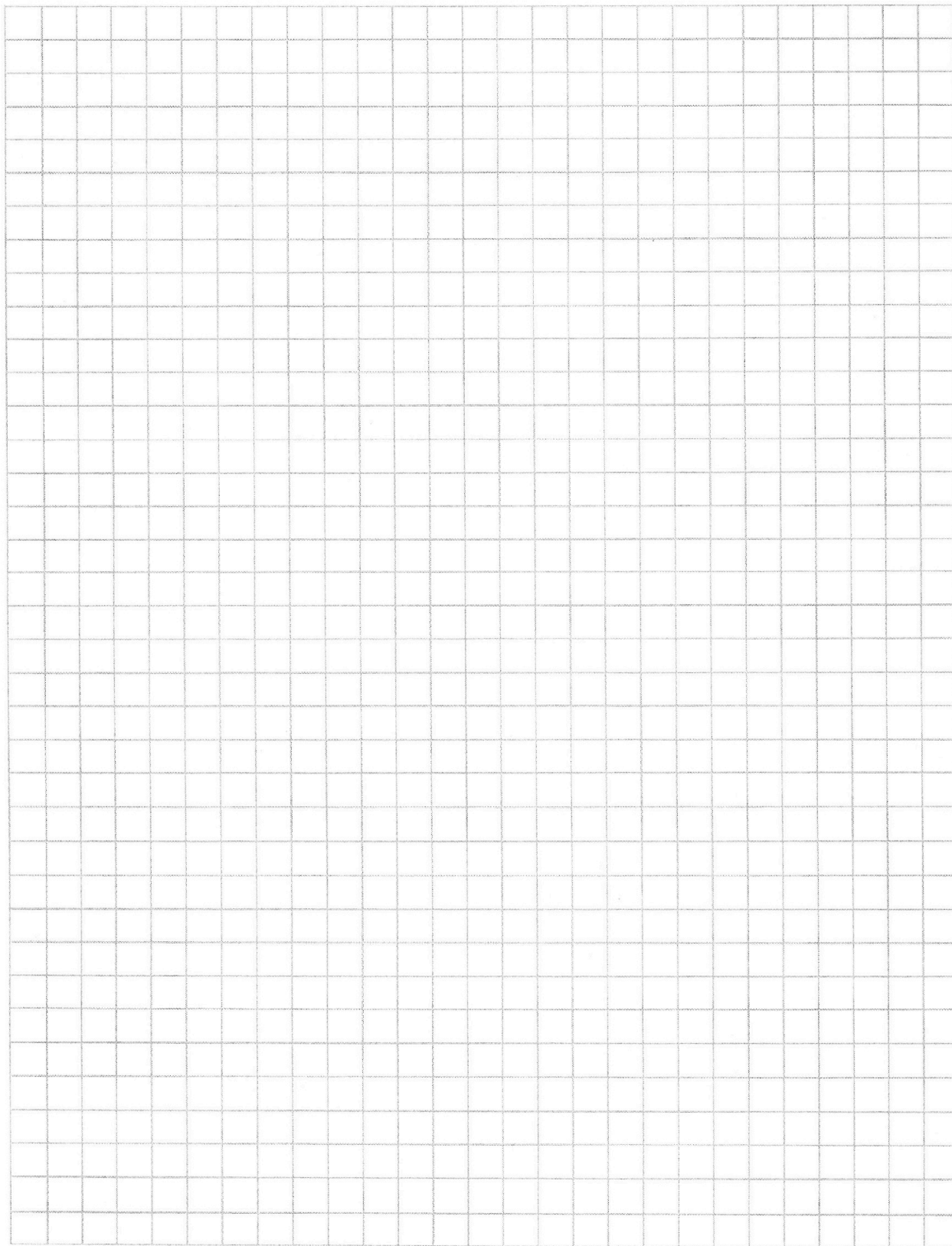


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



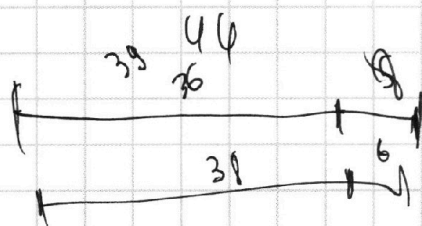
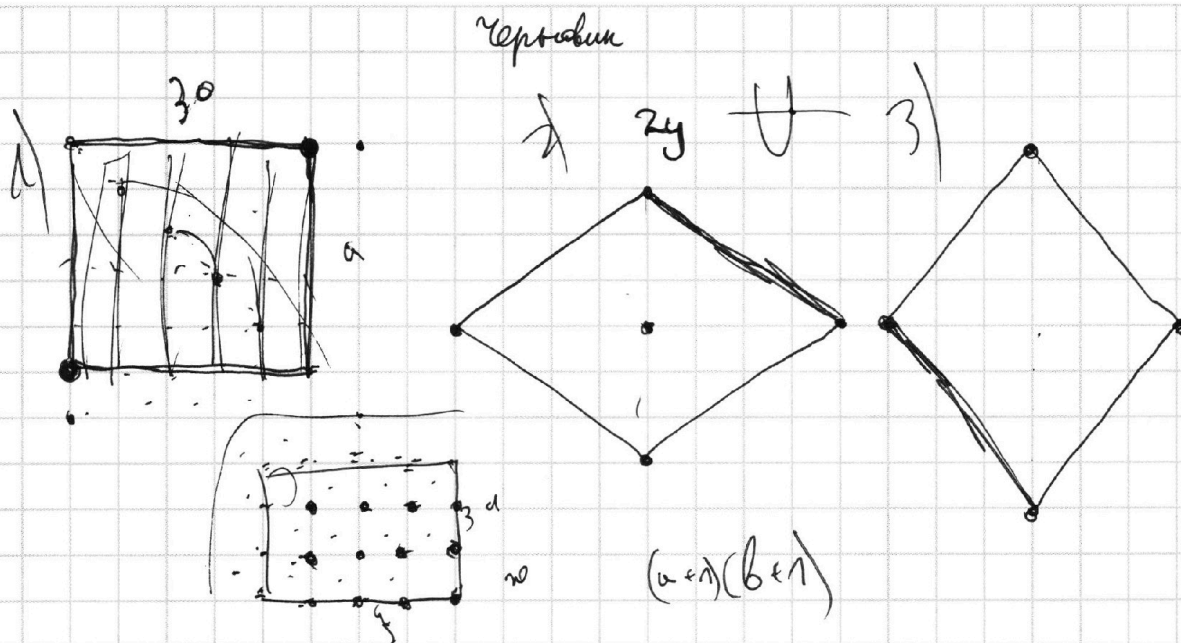


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$39^2 + 2 \cdot 36 \cdot 38$$

$$1) 39 \cdot 39$$
$$40^2$$

$$2) 36 \cdot 38$$

$$34 \cdot 38$$

$$3) 36 \cdot 38$$

$$37 \cdot 38$$

$$78$$
$$2(40-1)$$

$$(80-2)(40-3)$$
$$40^2 + 2 \cdot 39 \cdot 37$$
$$- 320$$
$$3200 - 240 - 80 + 6$$
$$326$$
$$2876$$

$$78$$
$$\times 37$$

$$4$$
$$+ 2874$$
$$+ 1600$$
$$7874$$

$$y+x-1 \geq |y+x-1| \geq 0$$

$$y \geq 1-x$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$x < 0$$
$$x \geq 3$$

$$7874$$

$$x \in [2; 6]$$

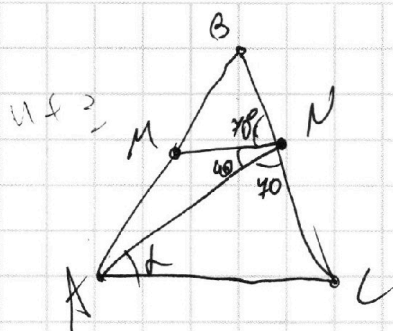


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BN \cdot NC$$

~~$$MA^2 = BN^2 + MN^2 - 2BN \cdot MN \cdot \cos 40^\circ$$~~

$$\frac{1}{2} \cos 40^\circ MN \cdot BN + \frac{1}{2} \cos 40^\circ MN \cdot AN + \frac{1}{2} \cos 70^\circ AN \cdot NC$$

$$60 + 30 = 90, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos(70 - 30) = \cos 70 \cos 30 - \sin 70 \sin 30$$

$$\cos 90 = \cos 60 \cos 30 - \sin 60 \sin 30$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

$$\frac{1}{2} (\cos 70^\circ MN \cdot BN + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 70^\circ MN \cdot AN - \frac{1}{2} \sin 70^\circ MN \cdot AN + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 70^\circ AN \cdot NC)$$

~~$$\frac{1}{2} \sin 70^\circ BN \cdot AN = \frac{1}{2} \sin 70^\circ BN \cdot MN + \frac{1}{2} \sin 70^\circ MN \cdot AN$$~~

$$BN \cdot AN = MN(BN + AN)$$

$$\sin \alpha = \sin 70^\circ \frac{NC}{AC}$$

$$(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + (x-1)) \geq 0$$

$$\begin{cases} 6-x=0 & x=6 \\ \sqrt{x^2-x-2} + (x-1) = 0 \end{cases}$$

$$(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + (x-1)) < 0$$

$$\begin{aligned} x^2-x-2 &= x^2-2x+1 \\ x-3 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$y+x-1 \geq |y+x-1|$$

$$6 \geq x \geq 0$$

$$6 \geq x > 0$$

$$x < 0$$

$$y+5 \geq |y+x-1| + |6-x|$$

$$x > 0$$

$$-7$$

$$y+5 \geq y+x-1 + 6-x$$

$$y+5 \geq y+x-1 + x-6$$

$$y+5 \geq |y+x-1| + |6-x|$$

$$6 \geq x \quad A = -x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) : 288 \quad 32(50-1)$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1))$$

$$(n^2 + 2n + 1)$$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 17^2$$

$$\boxed{n=16}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \\ 1600 \\ \hline 1568 \\ 11 > 8 \end{array}$$

$$\cancel{2+6^2+} \quad \begin{array}{ccccccc} 1 & 4 & 9 & 16 & 25 & 36 & 49 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} - 28 = N^5$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 37 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2^5 = 32 \\ 3^5 = 243 \\ 4^5 \end{array}$$

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 - 28 = N^5$$

$$a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + 1 + 1 + 4 + 9 - 28$$

$$7a^2 + 9 + 4 + 1 + 1 + 4 + 9 - 28$$

$$\boxed{N=44}$$

$$7a^2 = N^5$$

$$N = 7k \quad k \geq 2$$

$$7^2 = k^5$$

$$1 = 7^5 \quad 32 = 4^5$$

$$7a^2 = 7^5 \cdot k^5$$

$$a^2 = 7^4 \cdot k^5$$

$$7^4 \cdot 6^2 = k^5 \cdot 7^4 \quad a=496$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 288$$

$$288 = 14^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$x \geq 0$$

$$2025 + 23 = y^2$$

$$2048$$

$$46^2$$

$$92$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2 : 2 \quad x > 0$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y=45$$

одинаковая чётность

$$\begin{cases} y-45:2 \\ y+45:2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2 \\ y \geq 23 \\ y \geq 45 \\ y \geq 3 \end{cases}$$

$$y=45$$

$$8$$

$$\begin{cases} y=45 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-45 \\ x=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45=2^z \\ y+45=23 \cdot 2^{x-z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45=23 \cdot 2^{x-z-1} \\ y+45=2^n \end{cases}$$

$$z=x-1$$

$$45=23 \cdot 2^{x-z-1}$$

$$45=23 \cdot 2^{x-z-1} \cdot 2^{z-1}$$

$$x=z+1$$

$$y=2^z + 45$$

$$45 \cdot 2$$

$$2^z + 90 = 23 \cdot 2^{x-z}$$

$$x=z-1$$

$$y = 23 \cdot 2^{x-n} + 45$$

$$12 \cdot 203$$

$$11 \cdot 9$$

$$(40+3)^2 = 169$$

$$149 \cdot 289$$

$$23 \cdot 2^{x-n} + 90 = 242$$

$$2025 \cdot 1405$$

$$n > 23 \cdot 2^{x-n}$$

$$2025 \cdot 1405$$

$$23 \cdot 2^{x-n-1} + 45 = 2^{n-1}$$

$$45 = 23 \cdot 2$$

$$23 \cdot 4$$

$$92$$

$$46$$

$$138$$

$$91:23$$

$$138$$

$$93$$

$$45$$

$$138$$

$$98$$

$$138$$

$$11 \cdot 13$$

$$2 \cdot 23$$

$$y+45 > y-45$$

$$68 \cdot 2$$

$$134$$

$$148$$

$$x-z-1$$

$$2^{x-z-1} + 45 = 23 \cdot 2$$

$$45 = 23 \cdot 2^{x-z-1}$$

$$x=z-1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$y^2 + 8a - 6 = 0$

$y = \frac{-8 \pm \sqrt{64}}{2}$

$a \geq 0$

$D = 9 + 24 = 33$

$y \in [a; -a]$

$y^2 - 4y - a = 6$

$a^2 - 5a = 6$

$a^2 + 3a = 6$

$2 - \sqrt{4a+4}$

$2 + \sqrt{4a+4}$

$D = 46 + 4a$

$4(4+a)$

$y = \frac{4 \pm \sqrt{4a+4}}{2}$

$y = 2 \pm \sqrt{a+1}$

$a^2 + 3a - 6 = 0$

$D = 9 + 24 = 33$

$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2} = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$

$y^2 - 5a - 6 = 0$

$36 - 24 - 6 = 6$

$6 \cdot \frac{\sqrt{33} + 3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{33} - 3}{2} \right)^2$

$95^2 > 33$

$y = -a$

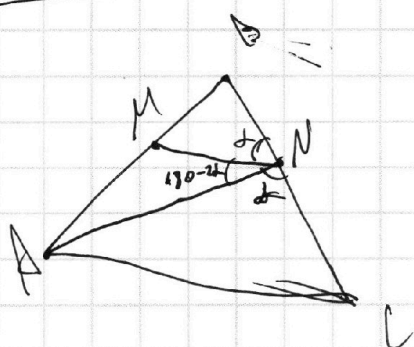
$y = a$

$\frac{1}{u} + \frac{3}{4}$

$\sin 100^\circ \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$\sin(\alpha + \beta)$



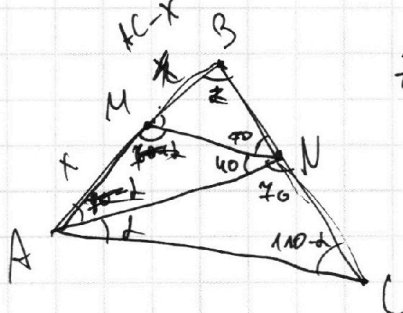
$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$(BC - NC)(AB - BM) = 2 BM \cdot NC$$

$$\frac{AM}{MB} = 2 \frac{NC}{BN}$$

$$\frac{x}{AC - x}$$

$$y^2 = a^2 - x^2$$



$$\frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AC = \sin 70^\circ \cdot AC$$

$$\sin \alpha = \sin 70^\circ \frac{NC}{AC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновики

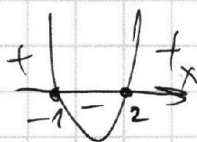
$$\sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9^2$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$$

$$(\sqrt{x^2 - x - 2} + 5)^2 \geq (\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1))^2 + (6-x)^2 + 2|6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + x|$$

$$(x^2 - x - 2) + 10\sqrt{x^2 - x - 2} + 25 - (x^2 - x - 2) - 2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} - (x-1)^2 - (6-x)^2$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \left(\frac{6-x}{2} + 1 \right) - (x-1)^2 - (6-x)^2 + 25$$

$$= -(x^2 - 12x + 36 + x^2 + 2x + 1 + 25)$$

$$2x^2 - 14x + 62$$

$$-2(x^2 - 7x + 31)$$

$$(\sqrt{x^2 - x - 2} (6-x) - (x^2 - 7x + 31))^2 \geq (6-x)^2 (\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1))^2$$

$$(x^2 - x - 2)(6-x)^2 - 2(6-x)(x^2 - 7x + 31)\sqrt{x^2 - x - 2} + (x^2 - 7x + 31)^2 \geq$$

$$(6-x)^2 ((x^2 - x - 2) + 2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)^2) + (6-x)^2$$

$$(x^2 - x - 2) + 10\sqrt{x^2 - x - 2} + 25 - (x^2 - x - 2) - (2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)^2 + (6-x)^2)$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} (6-x) - (6-x)^2 + (6-x)(x+4) \geq 2|6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$(6-x)(2\sqrt{x^2 - x - 2} - (6-x) + (x+4)) \geq$$

$$2(6-x)(\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)) \geq 2|6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$(6-x)(\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)) \geq |6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$16 + 4 - 2 \quad 25 + 5 - 2$$