



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$289 = 17^2$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) = \\ = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! (n+1)^2$$

$(n-1)! (n+1)^2 \vdots 17^2$; 17 - простое число, тогда для того что-
бы $(n-1)! \vdots 17$, но $n \geq 18$, а $(n+1)^2 \vdots 17$, но $n \geq 16$

Если $n=16$, то $(n-1)! \cdot (n+1)^2 = 15! \cdot 17^2 \vdots 17^2$, и это самое

самое минимальное n , т.к. если для $(n-1)! \vdots 17$, то $n \geq 18$, а

$(n-1)! \vdots 13^2$, но $n \geq 35$. Значит нужное всего членов $(n+1)^2 \vdots 17^2$

Ответ: $n=16$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$(\alpha-3)^2 + (\alpha-2)^2 + (\alpha-1)^2 + \alpha^2 + (\alpha+1)^2 + (\alpha+2)^2 + (\alpha+3)^2 - 28 = N^5$$

$$(\alpha-3)^2 + (\alpha-2)^2 + (\alpha-1)^2 + \alpha^2 + (\alpha+1)^2 + (\alpha+2)^2 + (\alpha+3)^2 = 7\alpha^2 + 28, \text{ тогда}$$

$$(7\alpha^2 + 28) - 28 = N^5$$

$$7\alpha^2 = N^5, \text{ т.к. } 7\alpha^2 \div 7, \text{ но } N^5 \div 7 \Rightarrow N \div 7, \text{ тогда}$$

$$N = 7k :$$

$$7\alpha^2 = 7^5 k^5 ; \alpha^2 = 7^4 k^5 ; 7^4 k^5 \div 7^4 \Rightarrow \alpha^2 \div 7^4 \Rightarrow \alpha \div 7^2,$$

$$\text{тогда } \alpha = 7^2 b :$$

$$b^2 = k^5, \text{ значит можно сделать вид, что } \begin{cases} b = x^5 \\ k = x^2 \end{cases}$$

$$k \text{ минимальное} = 1, \text{ тогда } N = 7 \text{ но } N > 8, \text{ тогда } k \geq 2,$$

$$k \text{ минимальное} = 2 ; N = 49 ; \alpha = 7^2 \cdot 2^5 = 49 \cdot 32 = 1568$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

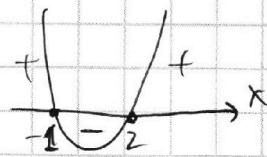
3.

Рассмотрим подкоренное выражение:

$$x^2 - x - 2 \geq 0, \text{ квадратичная функция, график - парабола ветвями вправо}$$

$$x^2 - x - 2 = 0; D = 1 + 8 = 9^2$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}; \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$



$$x \in [-\infty; -1] \cup [2; +\infty]. \text{ Изобразим } \sqrt{x^2 - x - 2} = y$$

П.к. $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$, но $\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 0$, но изучив метод уравн. Рассмотрим ^и случаи: 1) $x < 0$; 2) $x = 0$; 3) ~~x > 2~~ $6 > x > 0$; 4) $x > 6$

1) $x < 0$, но $6 - x \geq 0$, тогда:

$$y + 5 \geq |y + x - 1| + 6 - x; y + x - 1 \geq |y + x - 1| \geq 0$$

$$y \geq 1 - x; \sqrt{x^2 - x - 2} \geq (1 - x), \text{ т.к. оба симметричны относительно}$$

$$\text{Возьмём в квадрат: } x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1; x \geq 3, \text{ но}$$

$$x < 0, \text{ значит } x \geq 0.$$

2) $x = 0$, но тогда подкоренное выражение определено.

3) $0 < x \leq 6$, но $6 - x \geq 0$; $y + x - 1 \geq 0$ (п.к. $x \geq 2$), но:

$$y + 5 \geq y + x - 1 + 6 - x; y + 5 \geq y + 5; 0 \geq 0. \text{ Тогда:}$$

$$4) x > 6, \text{ но } 6 - x < 0; y + x - 1 > 0 \text{ но:}$$

$$y + 5 \geq y + x - 1 + x - 6; 12 \geq 2x; 6 \geq x, \text{ но } x > 6,$$

$$\text{то неподходит. Тогда } x \in [2; 6].$$

Ответ: $[2; 6]$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

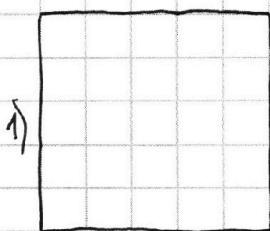
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего у нас 3 вершины решеб:

4.



1)

2)

3)

Теперь посчитаем комбинаторные расположения которых из решеб:

1) Наша Россиянка ученик заблудился. Его шах математики в
ходе пути квадрата размерами ~~39x39~~ $(45-1) - 5 = 39$ 39×39 .

На каждой стороне было квадрата 40 шагов. Тогда всего шагов
для расположения квадрата $40 \cdot 40 = 1600$.

Значит, что 2 и 3 вершины одинаковые, то пересечение,
как это называют 2 вершины, а у 3 будет считаться 2.

2) "Ширяев" решеб равен 8, а "боксма" 6. Тогда ученик
шагов может быть в шах математике привыкнувшись со сторо-
нами: $(45-1) - 6 = 38 \times (45-1) - 8 = 36$. Тогда всего шагов для
расположения квадрата $39 \cdot 37$. Тогда всего решеб существует:

$$40^2 + 2 \cdot 39 \cdot 37 = 7874.$$

Ответ: 7874.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$2025 = 45^2 = 5^2 \cdot 9^2 = 5^2 \cdot 3^4$. Можно сделать вывод, что

$y \geq 2$, т.к. если $y \leq 1$, то $\begin{cases} x=0 \\ 2025 \leq 2 \end{cases}$. Если $x=0$, то

$y^2 = 2048$, однако $2048 = 2^{11}$, что не является квадратом

целого числа. Тогда $x \geq 1$. Тогда же заметим, что $y \geq 3; y \geq 5$,

т.к. $23 \cdot 2^x \geq 3; 23 \cdot 2^x \geq 5$ и $y \geq 23$, т.к. $2025 \leq 23$. Тогда:

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y-45)(y+45)$$

$y \neq 0$, т.к. тогда $y \leq 2; y \leq 3; y \leq 5; y \leq 23$.

Заметим, что если $y > 0$ и $y \neq 23$, то будем однозначно две

корни уравнения y ($y = 1; y = -1$), т.к. $(y-45)(y+45) = (y-45)(y+45)$

$(-y-45)(-y+45) = -(y+45) \cdot -(y-45) = (y+45)(y-45)$. Тогда

рассмотрим $23 \cdot 2^x = (y+45)(y-45)$ где $y > 0$. Заметим что y

$(y+45) \neq (y-45)$ единственный случай, а т.к. $23 \cdot 2^x \geq 2$ (т.к.

~~$x \geq 0$~~ , если $x < 0$, то $23 \cdot 2^x$ - дробное, а $y^2 - 45^2$ - целое),

то $(y+45) \geq 2$ и $(y-45) \geq 2$ и $y+45 > y-45$. Тогда

мы можем составить систему:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} y - 45 = 2^n \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ y - 45 = 23 \cdot 2^{x-m} \\ y + 45 = 2^m \end{cases}$$

$$\begin{cases} n-1=0 \\ x-n-1=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} n=1 \\ x=n+1 \end{cases}$$

Рассмотрим 1 систему:

$$\begin{cases} y - 45 = 2^n ; y = 2^n - 45 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-n} ; 2^n + 90 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ 2^{n-1} + 45 = 23 \cdot 2^{x-n-1} ; n \cdot k \cdot 45 \asymp 2^{x-n} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=1 \\ y=47 \\ x=n+1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Если $y=-1$, то

$23 \cdot 2^x = -20 \not\in \mathbb{R}$, что быть не может. Тогда $y=47$:

$23 \cdot 2^x = 2 \cdot 92 ; 2^x = 8 = 2^3 ; x=3$. Тогда при $y=47$

$$x=3.$$

Теперь рассмотрим вторую систему:

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ y + 45 = 2^m ; y = 2^m - 45 \Rightarrow 2^m - 90 = 23 \cdot 2^{x-n} ; 2^{n-1} = 23 \cdot 2^{x-n-1} + 95, \end{cases}$$

исследование проверки третьей системы

~~одинаковы эти две системы будущий~~ с предыдущей

$$\begin{cases} n-1=0 \\ y=-43 \\ x=n+1 \\ y=91 \end{cases}$$

При $y=-43$ $23 \cdot 2^x < 0$, а при $y=91$ $23 \cdot 2^x = 46 \cdot 136$, но $136 \not\asymp 17$, а $23 \cdot 2^x \asymp 17$. Тогда решением данной уравнения являются пары чисел $(3; 47)$; $(3; -47)$.

Ответ: $(3; 47)$; $(3; -47)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

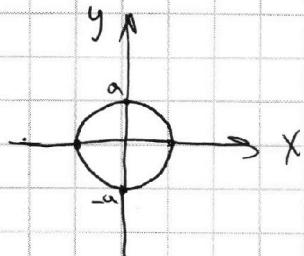
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$x^2 + y^2 = a^2$ — окружность центром в начале координат, где a — её радиус.

Показ:



$$y \in [-a; a]$$

Значит, что $a \geq 0$, т.к. для $a=0$, то окружность будет точкой $(0,0)$.

Показ рассмотрим два случая: 1) $a > 0$, 2) $a < 0$.

1) $a > 0$, тогда максимум функции $y^2 - 4y - a$ будет при

$$y = -a, \text{ т.к. } y^2 = (-a)^2 = a^2, \text{ т.к. } -4y = -4(-a) = 4a > -4a$$

Показ:

$$y^2 - 4y - a = a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0; D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}, a > 0, \text{ но тогда } a = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$$

2) $a < 0$, тогда максимум функции $y^2 - 4y - a$ будет при

$$y = a, \text{ т.к. } a < 0 \text{ (аналогично 1). Показ: } a^2 - 5a - 6 = 0; D = 25 + 24 = 7^2$$

$$a = \frac{5 \pm 7}{2}; \begin{cases} a = 6, \text{ т.к. } a < 0, \text{ тогда } a = -1. \\ a = -1 \end{cases}$$

$$\text{Показ: } \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{\sqrt{33} - 3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ. } -1; \frac{\sqrt{33} - 3}{2}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

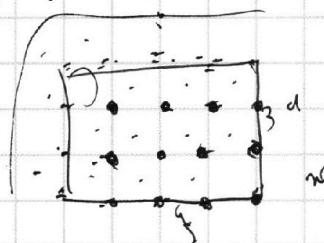
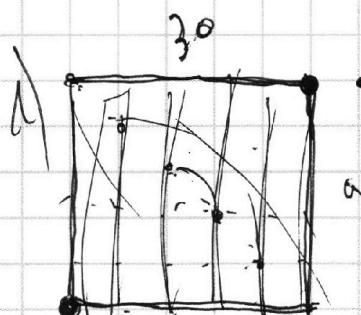


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

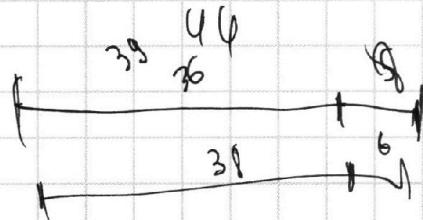
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Чертёжки

$$\frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} bc + \frac{1}{2} ac$$

$$(a+b)(b+c)$$



1600

$$39^2 + 2 \cdot 36 \cdot 38$$

$$1) 39 \cdot 39$$

$$40^2$$

$$2) 36 \cdot 38$$

$$34 \cdot 39$$

$$3) 36 \cdot 38$$

$$37 \cdot 38$$

$$(80-2)(40-3)$$

$$\begin{array}{r} -10 \\ -16 \\ \hline 3200 \end{array} \quad \begin{array}{r} -320 \\ -80+6 \\ \hline 326 \end{array}$$

$$\underline{2876}$$

$$40^2 - 2 \cdot 39 \cdot 37$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 37 \\ \hline 4 \\ 287 \\ \hline 2874 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ + 2874 \\ \hline 7874 \end{array}$$

$$7874$$

$$y+x-1 \geq 0 \quad |y+x-1| \geq 0$$

$$y \geq 1-x$$

$$x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$x-3 \geq 0$$

$$\begin{array}{l} y \leq 0 \\ x \geq 3 \end{array}$$

x

$$x \in [2; 6]$$

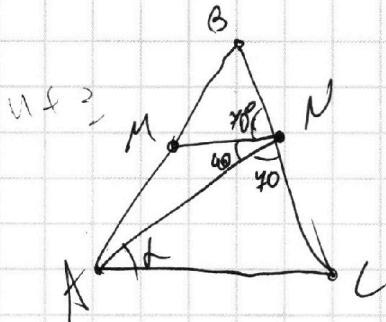


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

~~$$MA^2 = BU^2 + MU^2 - 2AB$$~~

$$\frac{1}{2} \cos 70 MN \cdot BN + \frac{1}{2} \cos 40 MU \cdot AN + \frac{1}{2} \cos 70 AU \cdot UC$$

$$60 + 30 = 90 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(70 - 30) = \cos 70 \cos 30 - \sin 70 \sin 30$$

$$\cos 90 = \cos 60 \cos 30 - \sin 60 \sin 30$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

$$\frac{1}{2} (\cos 70 MU \cdot BN + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 70 MN \cdot AN - \frac{1}{2} \sin 70 MU \cdot AN + \frac{1}{2} \cos 70 MU)$$

~~$$\frac{1}{2} \sin 150 BN \cdot AN = \frac{1}{4} \sin 70 BN \cdot MU + \frac{1}{4} \sin 70 MU \cdot AN$$~~

$$\underline{BN \cdot AN = MN(BN + AN)}$$

$$\sin L = \sin 70 \frac{NC}{AC}$$

$$(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + (x-1)) \geq 0$$

$$\begin{cases} 6-x=0 & x=6 \\ \sqrt{x^2-x-2} + (x-1) = 0 & \end{cases}$$

~~$$(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + (x-1)) < 0$$~~

$$\begin{cases} x > 6 \\ 6 > x > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \quad x = 3$$

$$y+x-1 \geq y+x-1 + 6-x$$

$$\begin{cases} b \geq x > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$y+s$$

~~$$y+s \geq y+x-1 + 6-x$$~~

$$x > 0 \quad -7$$

$$y+s \geq (y+x-1) + (6-x)$$

$$y+s \geq y+x-1 + x-6$$

$$6 \geq x \quad A = -x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) : 288 = 32(90-1)$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1))$$

$$(n^2 + 2n + 1)$$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 17^2$$

$$n=16$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 32 \\ \hline 96 \\ -96 \\ \hline 160 \\ -16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$N > 8$

$$\alpha^2 + 6\alpha^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \alpha_5^2 + \alpha_6^2 + \alpha_7^2 - 28 = N^5$$

$$1 \quad 6 \quad 9 \quad 16 \quad 25 \quad 36 \quad 49$$

$$25 \quad 50 \quad 25$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 32 \\ \hline 107 \end{array}$$

$2^5 = 32$

$$3^5 = 243$$

$$4^5$$

$$(\alpha-3)^2 + (\alpha-2)^2 + (\alpha-1)^2 + \alpha^2 + (\alpha+1)^2 + (\alpha+2)^2 + (\alpha+3)^2 - 28 = N^5$$

$$\alpha^2 - 6\alpha + 9 + \alpha^2 - 4\alpha = 28$$

$$18 + 40$$

$$7\alpha^2 - 9\alpha + 1 + 1 + 4 + 9 - 28$$

$$N=14$$

$$7\alpha^2 = N^5$$

$$N = 7k \quad k \geq 2$$

$$\dots \quad \dots$$

$$7\alpha^2 = 7^5 \cdot k^5$$

$$\alpha^2 = 7^4 \cdot k^5$$

$$\alpha = 49 \cdot b$$

$$7^4 \cdot b^2 = k^5 \cdot 7^5$$

$$b^2 = k^5$$

$$b^5 = K^2 \quad 32 = 4^5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = 288$$

$$289 = 17^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$x \neq 0$$

$$\cancel{2025 + 23 = y^2} \quad 2048$$

$$23 \cdot 2^* = y^2 - 4s^2 \quad x \quad x > 0$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Agutarakon räntsoom

$$\begin{cases} y - us = 2 \\ y + us = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} y = 2 \\ y = 3 \\ y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = 4x \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2^3 \\ y + 45 = 2^3 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4S &= 23 \cdot 2^x & -2 &= 2^{x-1} \\ 4S &= 23 \cdot 2^x & -2 &= 2^{x-1} \end{aligned}$$

$$x = z + 1$$

$$z = x - 1$$

$$y = 2^z + 45 \quad 45.2$$

$$z^2 + 90 = 2^3 \cdot 2^{x-z} \quad x=z-1$$

$$z^2 + 90 = 2^3 \cdot 2^{x-z} \quad x = z - 1$$

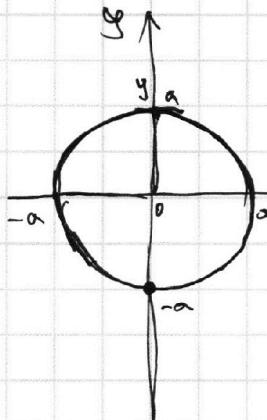


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Черновик}$$

$$y^2 + 3ax - b = 0$$

$$y = \frac{-3ax \pm \sqrt{9a^2 - 4b}}{2}$$

$$a \geq 0$$

$$y \in [a; -a]$$

$$y^2 - 4y - a = b$$

$$(y - 2)^2 = 4 + a$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4 + a}}{2}$$

$$a^2 - 5a - b = 0$$

$$a^2 + 3a = 6$$

$$a^2 - 2\sqrt{a+4} = 6$$

$$D = 16 + 4a$$

$$4(4+a)$$

$$y = -a$$

$$y = a$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$y = 2 \pm \sqrt{a+4}$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2} = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$$

$$y^2 - 4a - b = 0$$

$$36 - 24 - 6 = 6$$

$$6 \cdot \frac{\sqrt{33} + 3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{33} - 3}{2} \right)^2$$

$$95^2 > 33$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

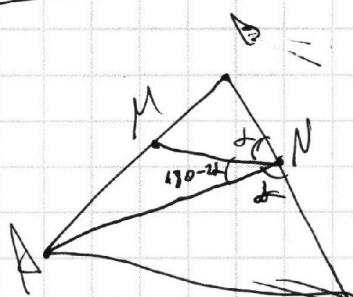
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{1}{4}a + \frac{3}{4}a$$

$$y^2 - 4a - b = 0$$

$$95^2 > 33$$

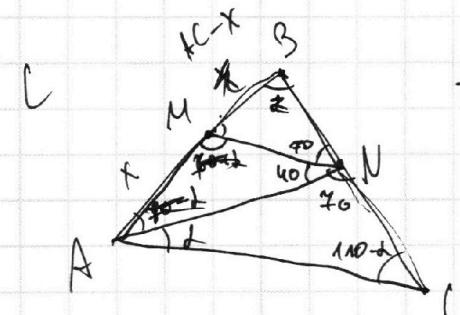


$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\frac{AM}{MB} = 2 \frac{NC}{BN}$$

$$(BC - NC)(AB - BM) = 2 BN \cdot NC$$

$$\frac{x}{AC-x}$$



$$\frac{1}{2} \sin \angle A \cdot AC = \sin 70 \cdot AN$$

$$\sin L = \sin 40 \frac{NE}{AN}$$

$$y^2 = a^2 - x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

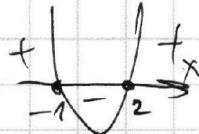
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$f \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

Чертежик



$$x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$(\sqrt{x^2 - x - 2} + 5)^2 \geq (\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1))^2 + (6-x)^2 + 2|6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$(x^2 - x - 2) + 10\sqrt{x^2 - x - 2} + 25 - (x^2 - x - 2) - 2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} \cancel{=} (x-1)^2 - (6-x)^2$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2}(6-x) - (x-1)^2 \cancel{=} (x-1)^2 + 25$$

$$\cancel{- (x^2 - 12x + 36 + x^2 - 2x + 1 + 25)} \\ 2x^2 - 14x + 62$$

$$- 2(x^2 - 7x + 31)$$

$$(\sqrt{x^2 - x - 2}(6-x) - (x^2 - 7x + 31))^2 \geq (6-x)^2 (\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1))^2$$

$$(x^2 - x - 2)(6-x)^2 - 2(6-x)(x^2 - 7x + 31)\sqrt{x^2 - x - 2} + (x^2 - 7x + 31)^2 \geq$$

$$\cancel{\geq (6-x)^2} \cancel{(x^2 - x - 2) + 2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2}} + (x-1)^2 (6-x)^2$$

$$(x^2 - x - 2) + 10\sqrt{x^2 - x - 2} + 25 - (x^2 - x - 2) - (2(x-1)\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)^2 + (6-x)^2)$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2}(6-x) - (6-x)^2 + (6-x)(x+4) \geq 2(6-x) \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)| \quad \cancel{\text{as } s^2 - (x-1)^2 = (6-x)(x+4)}$$

$$(6-x)(2\sqrt{x^2 - x - 2} - (6-x) + (x+4)) \geq$$

$$2(6-x)(\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)) \geq 2(6-x) \cdot (|\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|)$$

$$\cancel{-(6-x)(\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1))} \geq |6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$\therefore (6-x)(\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)) \geq |6-x| \cdot |\sqrt{x^2 - x - 2} + (x-1)|$$

$$16 + 4 - 2 = 25 + 5 - 2$$