



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC:CB=7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc : 7^{37}$$

$$\text{т.к. } ac : 7^{37}$$

$$abc : 2^{20}$$

$$\text{т.к. } ac : 2^{20}$$

также заметим что $ab \cdot bc \cdot ac : 2^{14+10+17} \cdot 7^{10+17+37}$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \quad (abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \Rightarrow$$

$$abc : 2^{25} \cdot 7^{32} \quad \text{т.к. } a, b \text{ и } c \text{ натуральные} \Rightarrow$$

не может быть четной степени двойки т.к. $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow$

$$a^4 b^7 c : 2^{26} \quad \text{также} \Rightarrow$$

$$\text{значение } abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

минимальное

и тогда оно будет иррациональным

Пример:

$$b = 2^6 \quad a = 2^8 \cdot 7^{20} \quad c = 2^{12} \cdot 7^{17}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 7^{17} \cdot 2^{18}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Ответ: 8

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a^2+2ab+b^2)-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

т.к. $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow a$ и b взаимнопросты
(т.к. в противном случае мы могли бы сократить на $\text{НОД}(a, b)$)

возьмем m на которое мы можем сократить эту дробь тогда

$$(a+b) \div m \Rightarrow (a+b)^2 \div m \text{ раз } (a+b)^2 - 8ab \div m \Rightarrow$$

и $8ab \div m$ тогда заметим что $a+b \div m$ НОД

$(a, b) = 1$ т.к. они взаимно просты $\Rightarrow m \mid a, b \mid m$

т.к. если хотя бы одно из них кратно то и второе

то же (т.к. их сумма кратно) $\Rightarrow 8ab \div m \quad \left. \begin{matrix} a \div m \\ b \div m \end{matrix} \right\} \Rightarrow$

$$8 \div m \Rightarrow$$

максимальное значение $m = 8$

Пример:

$a=3 \quad b=5 \quad \frac{3}{5} = \frac{a}{b}$ - несократима.

$$\frac{3+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5 + 25} = \frac{8}{34-90} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

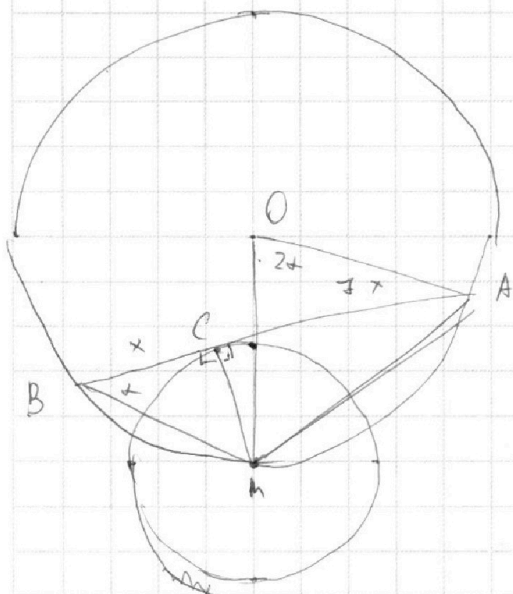
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



0-генератор Ω

М + генеро ш

$$BC = x$$

AC - 7x

- ① Поделим MA и BN ② $MA^2 = CA^2 + CM^2$ (Теорема Пифагора)
 $MA^2 = 49x^2 + 1$ $\Delta C \perp M$
 $\angle C = 30^\circ$ т.е. CA

1. CAM

$\angle C = 30^\circ$ & k.R.A

Касаткина

из глуп

- ③ ΔMOA по теор косинусов.

$$MA^2 = MO^2 + AO^2 - 2 \cos 2\theta \cdot AO \cdot MO \quad (AO = MO = 5)$$

$$\Rightarrow 49x^2 + 1 = 25 + 25 - 2 \cos 2 + 25$$

$$49x^2 + 1 = 50 - 2\cos 2 + 50$$

- ④ $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$.

~~cos x~~

- ⑤ но твар косикузав! Δ В А М.

$$MA^2 = BM^2 + AB^2 - 2AB \cdot BM \cos 2$$

- (6) $BM^2 = CR^2 + CM^2$ (no. of prop. triangles)

- ⑦ $\angle ABM = \frac{1}{2} \angle MOA$ (т.к. $\angle MOA$ центральный)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BM^2 = 1 + x^2$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 49x^2 - 2 \cdot 8x \sqrt{1+x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$49x^2 + 1 = 50 - 50(2\cos^2 \alpha - 1)$$

$$49x^2 + 1 = 50 - 50(2\cos^2 \alpha - 1)$$

$$2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{49 - 49x^2}{50}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{99 - 49x^2}{100}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{99 - 49x^2}{100}}$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 8x \sqrt{1+x^2} \sqrt{\frac{99 - 49x^2}{100}}$$

$$14x^2 - 16x \sqrt{1+x^2} \sqrt{\frac{99 - 49x^2}{100}} = 0$$

$$14x = 16 \sqrt{1+x^2} \sqrt{\frac{99 - 49x^2}{100}}$$

$$196x^2 = 256(1+x^2) \frac{99 - 49x^2}{100}$$

$$49x^2 = 64(1+x^2) \frac{99 - 49x^2}{100}$$

$$\frac{99 + 99x^2 - 49x^2 - 49x^4}{100} \cdot 64 = 49x^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{99}{100} - \frac{49}{100}x^4 \right) 64 = 49x^2$$

$$(50x^2 + 99 - 49x^4) 64 = 4900x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3200 \times^2 + 9864 - 49 \times^4 = 7800 \times^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$$4x^2 - 22x - 3 = 0$$~~

~~$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 4$$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Рассмотрим минимум $4x^2 - 3x + 4$ (парабола ветви вверх т.к. $a > 0$)

минимум в вершине $x_0 = \frac{-b}{-2a} = \frac{3}{8}$

подставим $4\left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 = \frac{12}{64} - \frac{9}{8} + 4 = 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} = 2 - \frac{60}{64} = 2 - \frac{15}{16} = \frac{17}{16} > 1$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \quad \text{так как } \Rightarrow$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} \Rightarrow$$

$$\neq 1. \quad x \in \emptyset \quad \Rightarrow \text{находятся только } a=b$$

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ: $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

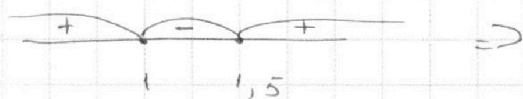
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим что $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow$

$$(2x^2 - 2x) - (3x - 3) = 2x(x - 1) - 3(x - 1) = (2x - 3)(x - 1)$$

$$(2x - 3)(x - 1) \geq 0 \quad \text{метод интервалов:}$$

нули функции $x_1 = 1,5 \quad x_2 = 1.$



$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0$$

Также заметим что $2 - 7x = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) \neq$

Тогда пусть $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b.$

$$a^2 - b^2 = 2 - 7x = a - b.$$

$$(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b) = a - b$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0.$$

либо $a - b = 0$ либо $a + b - 1 = 0.$

Обратная замена.

1) $a = b$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 &= 2x^2 + 2x + 1 \\ 2 - 7x &= 0 \\ x &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

2) $a + b - 1 = 0.$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1.$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + \\ + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 1 &= -\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 - 1 &= 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{aligned}$$

$$-7x + 2 = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}.$$

$$7x - 2 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}.$$

$$49x^2 + 1 - 14x = 8x^2 + 8x + 4$$

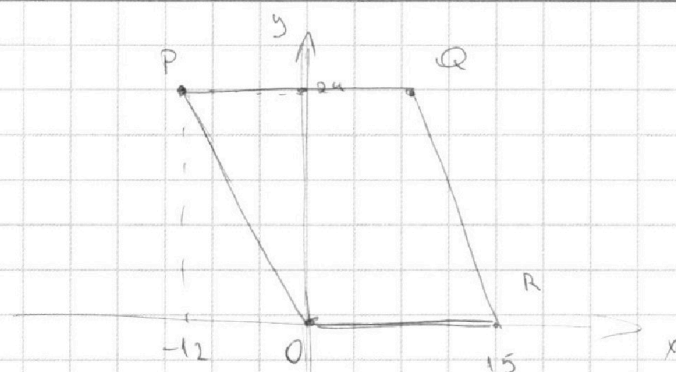
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

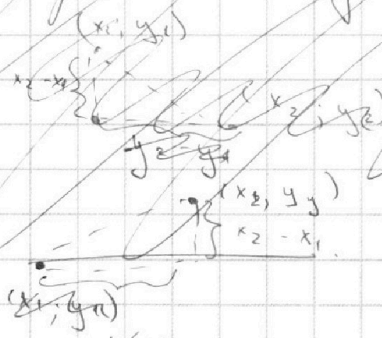


$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2\Delta x + \Delta y = 12 \Rightarrow \text{все эти точки не могут находиться в.т.т.}$$

$$\Delta y = 12 - 2\Delta x$$

настроим на тангенс пары точек. Если $x_1 > x_2, y_1 > y_2$



тогда расстояние между точками по пер-й теореме Пифагора $< 12 \Rightarrow \leq 11$

Заметим что параллельными отрезками PO и QR являются PO и QR

$$PQ: y = 24 \quad QR: y = 15 - 2x \quad OR: y = 0$$

$$PO: y = -2x \quad x \in [0; -12]$$

$$PQ: y = 24 \quad x \in [0; 3] \quad x \in [0; 15]$$

$$QR: y = 15 - 2x \quad x \in [3; 15]$$

$$OR: y = 0 \quad x \in [0; 15]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

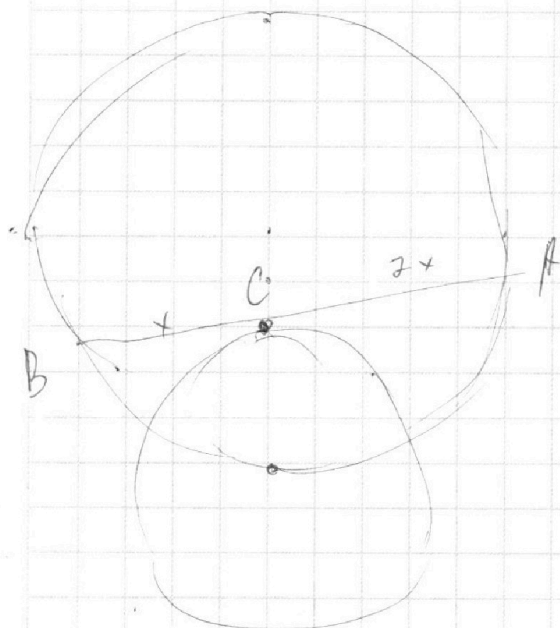
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ



14

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \\ 2 \end{array}$$

$(r+l)$

$$f =$$

$$7 \times 2 =$$

$$4g_x^2 = (l+r)l(l+2r)$$

$$(1+r)^2 = r^2 + 4gx^2$$

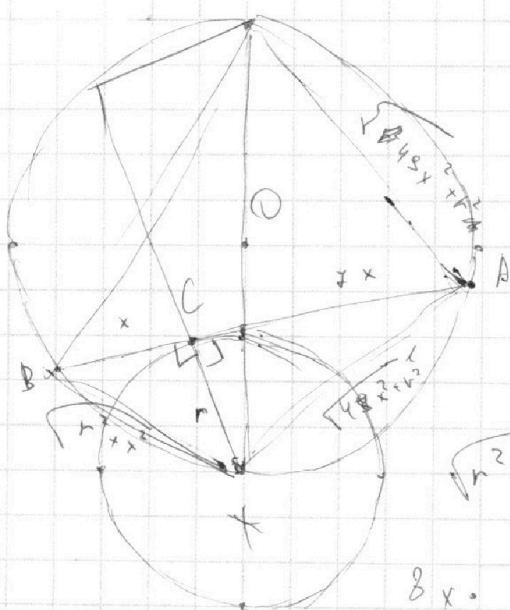
$$d_{48}^2 = l_{48}^2 (l+2)$$

$$45^2 \times 2 = 45^2 + 1$$

$$4 \quad 1 \quad \frac{1^2}{2} \quad 1$$

~~2x2~~

$$\text{also } xR = \sqrt{1+x^2} \sqrt{\frac{9}{16} - 4x^2} + \sqrt{4x^2 + 1} \sqrt{9x^2 - 1}$$



$$8x \cdot 2R = \sqrt{r^2 + x^2} \sqrt{4R^2 - 4gx^2 - r^2}$$

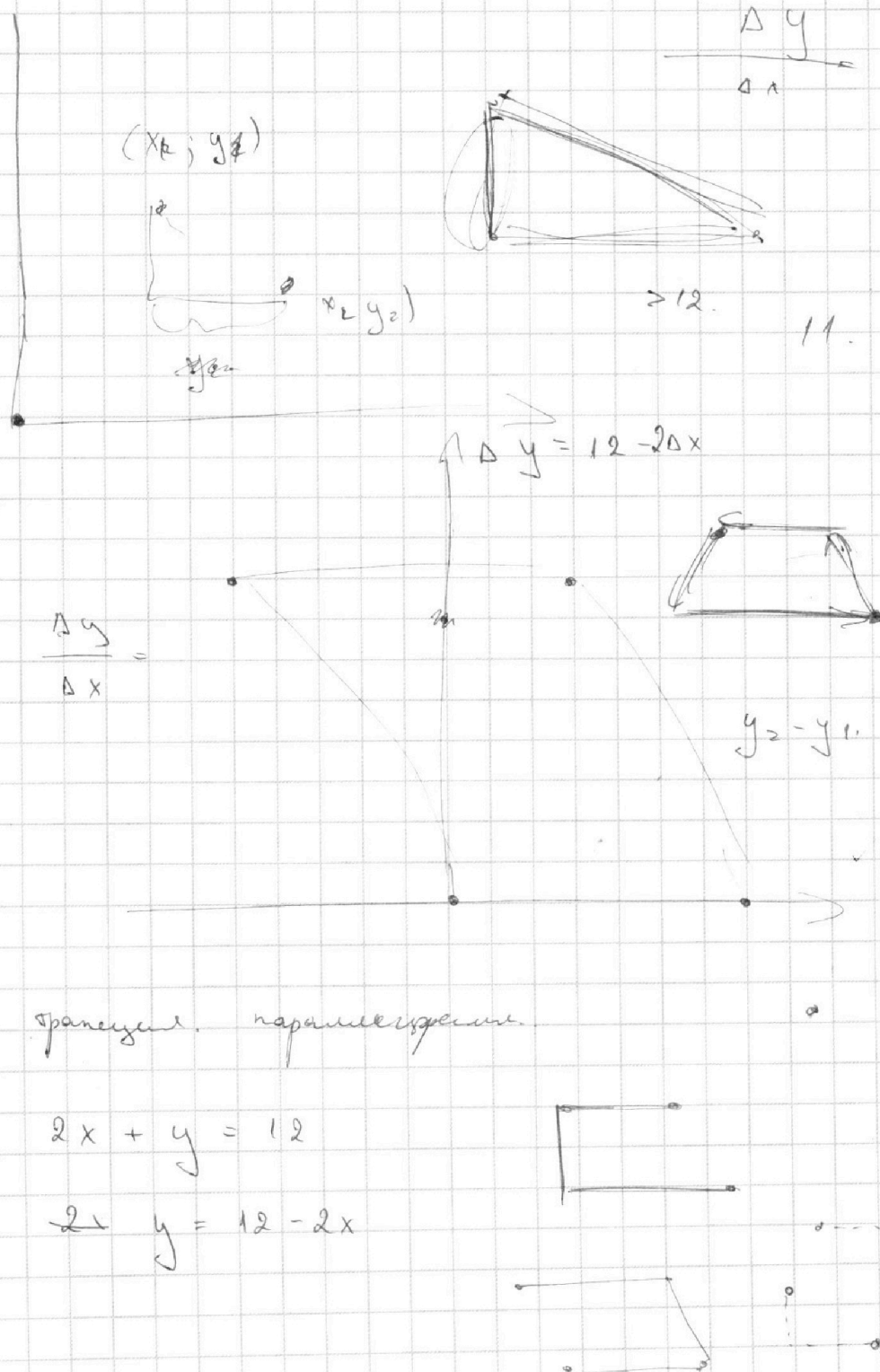
$$+ \sqrt{49x^2 + r^2} \rightarrow \sqrt{r^2 - r^2 - x^2}$$

$$r.l =$$

$$\sqrt{(4R^2 - m)k} + \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{1+x^2} \sqrt{99-49x^2} + \sqrt{49x^2+1}$$

$$(1+x^2)(99-49x^2) + (49x^2+1)(99-x^2) + 2.$$



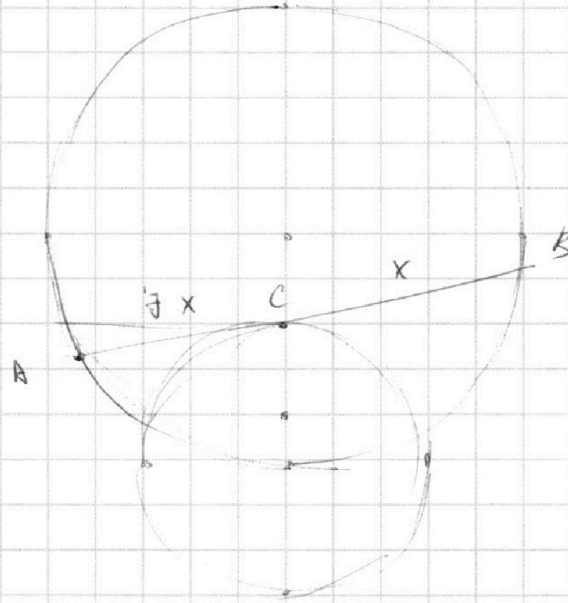
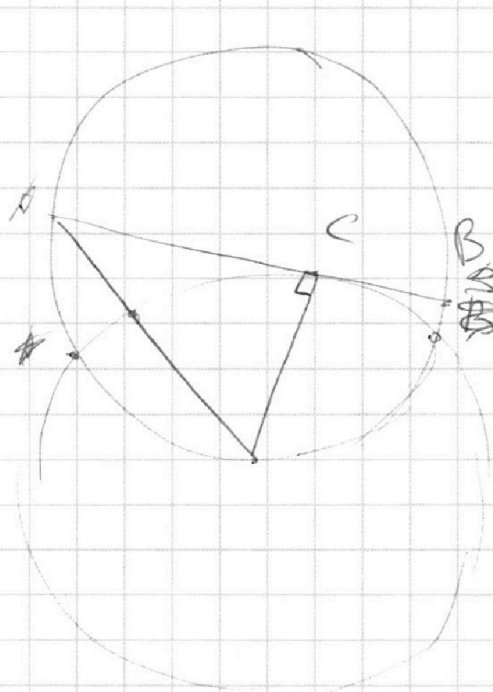
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

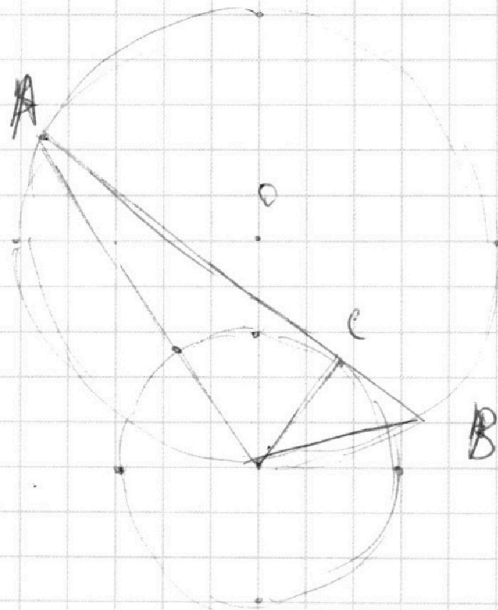
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



69.



2+

$$AC \cdot CB = (CD + 5)(5 - CD)$$

$$88 + 88x^2 - 48x^2 - 48x^2 + 88 \cdot 48x^2 + 88 -$$

$$48x^2x^2 - x^2$$

$$+ 50 \cdot 88x^2 - 50x^2$$

$$198 + 5088x^2 = 88x^4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 : 2^{14+17+20} \cdot 7^{17+37+10}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\sqrt{(2x-3)(x-1)}$$

$$37$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1} = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 17 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 37 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ - 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$51 : 2 = 26$$

$$51 : 2 = 26$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 19+17 \end{array}$$

$$a \cdot c \cdot b^2 = 2$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = 25 - 24$$

$$\frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$\frac{5-1}{4} = 1$$

$$2(x$$

$$2x(x-1) - 3(x-1)$$

$$(2x-3)(x-1)$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ - 20 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$b = 2^6$$

$$a = 7^{20} \cdot 2^8$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$

$$a \text{ и } b \text{ взаимно}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$(x-1)(2x-3) = 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + (2-7x)^2$$

О.Д.З

$$(x-1)(2x-3) \geq 0$$

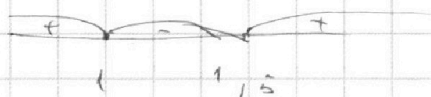
нулевые функции

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1,5$$

$$x-1$$

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$-2x^2 - 2x - 1$$



$$-7x + 2$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

$$2\sqrt{(x-1)(2x-3)}\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2,5+$$

$$x = 1$$

$$5,5 + 3 + 1 = 9,5$$

$$x = 1,5$$

$$(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$$

проверка.

$$2 - 5 + 3$$

$$x = \frac{1}{7} \quad x = \frac{2}{7}$$

$$0 - \sqrt{5} =$$



$$\frac{1}{7} \quad \frac{2}{7}$$

$$-7x + 2 = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)}\sqrt{2x^2+2x+1} = (2-7x)^2$$

$$2\sqrt{(x-1)(2x-3)}\sqrt{2x^2+2x+1} =$$

$$7x - (2-7x) - (2-7x)^2$$

$$(2-7x)(7x-1) \geq 0$$

$$(2-7x)($$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$1) \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

$$x^2 + y^2 + 16x + 63 \geq 0$$

$$x + y^2 \leq 4$$

$$x^2 + y^2 \geq -16x - 63$$

$$x \leq \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$-16x - 63 \leq 4$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 2} \\ 488 \overline{) 2} \\ 244 \overline{) 2} \\ 122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 2} \\ 488 \overline{) 2} \\ 244 \overline{) 2} \\ 122 \overline{) 2} \\ 61 \end{array}$$

$$16x \leq -67$$

$$x \leq -14,25$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 2} \\ 488 \overline{) 2} \\ 244 \overline{) 2} \\ 122 \overline{) 2} \\ 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \cdot 61 = 484$$

$$484$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 482 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$= 4 \sqrt{61 + 77}$$

$$2 \cdot 41$$

$$48 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 561 \cdot 11 \\ 4 \sqrt{61 + 22} \end{array}$$

$$41 \cdot 2$$

$$7 < 61 < 8$$

$$\begin{array}{r} 16 + 11 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ + 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$\frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$