



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc : 7^{37}, \quad abc : 2^{20}$$

т.к.
 $ac : 7^{37}$

т.к.
 $ac : 2^{20}$

Также заметим что $ab \cdot bc \cdot ac : 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \quad (abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{69} \Rightarrow$$

$$abc : 2^{25} \cdot 7^{32} \quad \text{т.к. } a, b \text{ и } c \text{ натуральные} \Rightarrow$$

не может быть натуральной степени квадратичной т.к. $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow$

$$a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{1}{2}} : 2^{26} \quad \text{также} \Rightarrow$$

значения $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

если дугет $2^{\frac{1}{2}}$ то она будет
вразрешении в отношении a, b, c
и тогда
она дугет
иррациональным

Пример:

$$b = 2^6 \quad a = 2^8 \cdot 7^{20} \quad c = 2^{12} \cdot 7^{17}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20} \quad bc = 7^{17} \cdot 2^{18} \quad ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 8

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a^2+2ab+b^2)-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

т.к. $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow a$ и b взаимнопросты
(т.к. в правильной дробе числитель и знаменатель сокращают на НОД(a,b))

возьмем m на которое мы можем сократить эту дробь тогда

$$(a+b) : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \text{ раз } (a+b)^2 - 8ab : m \Rightarrow$$

и $8ab : m$ тогда заметим что $a+b : m$ НОД

$(a, b) = 1$ т.к. они взаимно просты $\Rightarrow m | a, b | m$

т.к. если хотя бы одно из них кратно 80 и второе

тоже (т.к. их сумма кратна) $\Rightarrow 8ab : m$ $\left. \begin{matrix} a : m \\ b : m \end{matrix} \right\} \Rightarrow$

$$8 : m \Rightarrow$$

максимальное значение $m = 8$

Пример:

$$a=3 \quad b=5 \quad \frac{3}{5} = \frac{a}{b} \text{ - несократима.}$$

$$\frac{3+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5 + 25} = \frac{8}{34-90} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

Ответ: 8

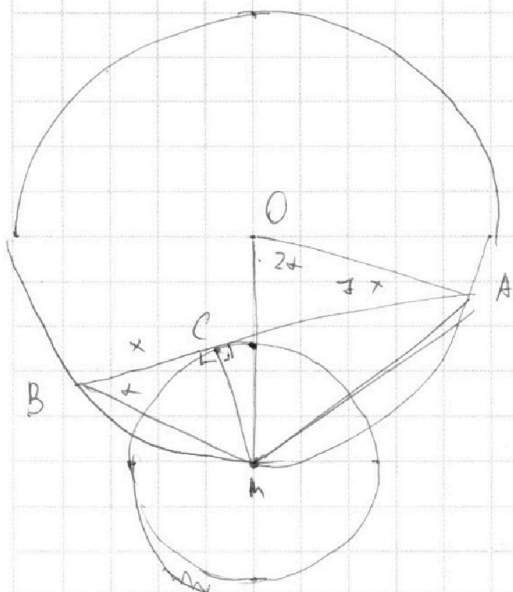
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр шара Ω

M - центр ω

$BC = x$

$AC = 7x$

① Проведем MA и BM ② $MA^2 = CA^2 + CM^2$ (теорема Пифагора)

$MA^2 = 49x^2 + 1$

$\triangle CAM$
 $\angle C = 90^\circ$ к BA
 касательная
 M центр

③ $\triangle MOA$ по теор косинусов.

$MA^2 = MO^2 + AO^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AO \cdot MO$ ($AO = MO = 5$)

$49x^2 + 1 = 25 + 25 - 2 \cos 2\alpha \cdot 25$

$49x^2 + 1 = 50 - 2 \cos 2\alpha \cdot 25$

④ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2} (2 \cos^2 \alpha - 1)$

~~$\cos \alpha$~~

⑤ по теор косинусов $\triangle BAM$.

$MA^2 = BM^2 + AB^2 - 2 AB \cdot BM \cos \alpha$

⑥ $BM^2 = CB^2 + CM^2$ (по теор Пифагора)

⑦ $\angle ABM = \frac{1}{2} \angle MOA$ (т.к. $\angle MOA$ центральным)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BM^2 = 1 + x^2$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 49x^2 - 2 \cdot 8x \sqrt{1+x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$49x^2 + 1 = 50 - 50(2 \cos^2 \alpha - 1)$$

$$\frac{49x^2 + 1 - 50}{50}$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{49 - 49x^2}{50}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{99 - 49x^2}{100}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{99 - 49x^2}}{100}$$

$$49x^2 + 1 = 1 + x^2 + 8x^2 - 16x \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100}$$

$$14x^2 - 16x \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100} = 0$$

$$14x = 16 \sqrt{1+x^2} \frac{\sqrt{99-49x^2}}{100}$$

$$196x^2 = 256(1+x^2) \frac{99-49x^2}{100}$$

$$49x^2 = 64(1+x^2) \frac{99-49x^2}{100}$$

$$\frac{99 + 99x^2 - 49x^2 - 49x^4}{100} \cdot 64 = 49x^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{99}{100} - \frac{49}{100}x^4 \right) 64 = 49x^2$$

$$\left(50x^2 + 99 - 49x^4 \right) 64 = 4900x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3200x^2 + 9364 - 49x^4 = 7800x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$4x^2 - 22x - 3 = 0$~~

~~$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 4$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Рассмотрим минимум $4x^2 - 3x + 4$ (парабола ветвями
вверх т.к. $a > 0$)

минимум в вершине $x_0 = \frac{-b}{-2a} = \frac{3}{8}$

подставляем $4\left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3\frac{3}{8} + 4 = \frac{12}{64} - \frac{9}{8} + 4 = 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} = 2 - \frac{60}{64} = 2 - \frac{15}{16} > 1$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \text{ так } \Rightarrow$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 2 + \frac{12}{64} - \frac{72}{64} \Rightarrow$$

$$\neq 1. \quad x \in \emptyset \Rightarrow \text{находятся только } a = b.$$

$$x = \frac{2}{7}$$

ответ: $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

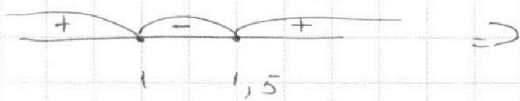
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим что $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow$

$$(2x^2 - 2x) - (3x - 3) = 2x(x-1) - 3(x-1) = (2x-3)(x-1)$$

$$(2x-3)(x-1) \geq 0 \quad \text{метод интервалов:}$$

нули функции $x_1 = 1,5 \quad x_2 = 1.$



$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \quad D < 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0$$

Также заметим что $2 - 7x = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) \Leftrightarrow$

$$\text{Тогда пусть } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b.$$

$$a^2 - b^2 = 2 - 7x = a - b.$$

$$(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b) = a - b.$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0.$$

либо $a - b = 0$ либо $a + b - 1 = 0.$

Обратная замена.

1) $a = b$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 &= 2x^2 + 2x + 1. \\ 2 - 7x &= 0 \\ x &= \frac{2}{7}. \end{aligned}$$

2) $a + b - 1 = 0.$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} &= 1. \\ 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + & \\ + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} &= 1 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 1 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} & \\ 2x^2 - 5x + 3 - 1 + 2x^2 + 2x + 1 - & \\ - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} & \\ - 7x + 1. &= -2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}. \\ 2x - 1 &= 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}. \\ 4x^2 + 1 - 4x &= 8x^2 + 8x + 4. \end{aligned}$$

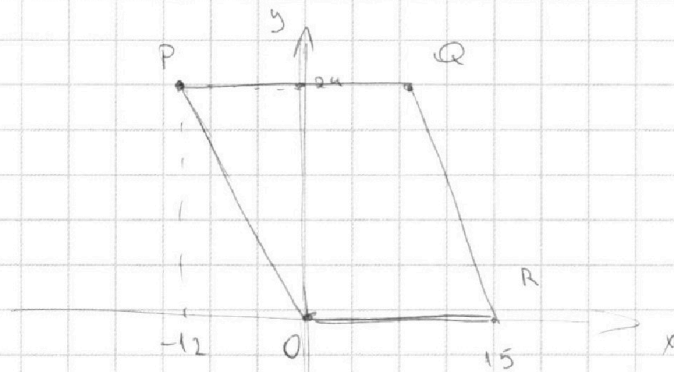
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2\Delta x + \Delta y = 12 \Rightarrow \text{все эти точки не могут находиться в.т.т.}$$

$$\Delta y = 12 - 2\Delta x$$

настроим на графике пару точек. Если $x_1 > x_2$, $y_1 > y_2$

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

(x_2, y_2)

тогда расстояние между точками по пер-му признаку $< 12 \Rightarrow \leq 11$

Заметим что параллельными отрезками

правильными $PO = \frac{1}{2}(-2x)$ $x \in [0; 24]$

$$PQ: y = 24 \quad QR: y = 15 - 2x \quad OR: y = 0$$

$$PO: y = -2x \quad x \in [0; -12]$$

$$PQ: y = 24 \quad x \in [0; 3] \quad x \in [0; 3]$$

$$QR: y = 15 - 2x \quad x \in [3; 15]$$

$$OR: y = 0 \quad x \in [0; 15]$$

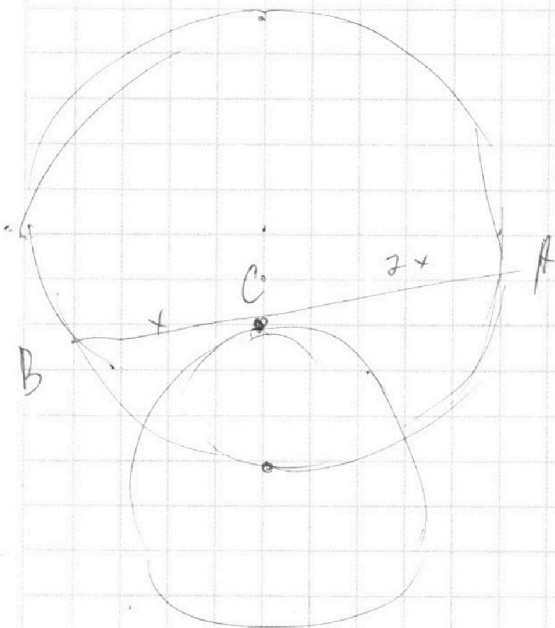
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



14

$$\frac{16 \cdot 16}{256} = 8$$

$(r+l)$

$l =$

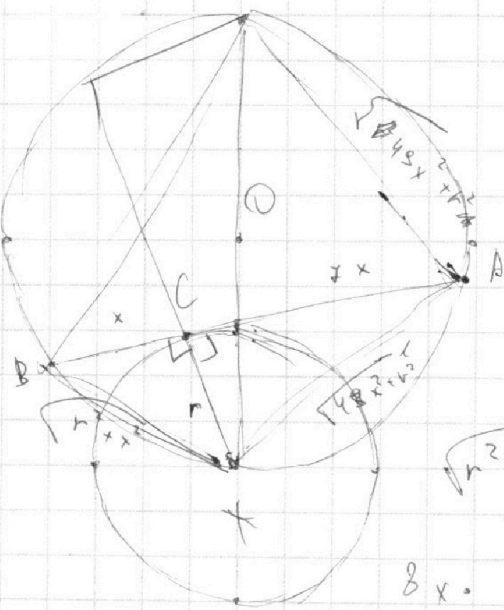
$$7x^2 =$$

$$49x^2 = (l+r)(l+2r)$$

$$(l+r)^2 = r^2 + 49x^2$$

$$49x^2 = l^2 + 2lr + r^2$$

$$(l+r)^2 = 49x^2 + r^2$$



$$4R^2 - r^2 =$$

$$\sqrt{r^2 + x^2}$$

$$l = \frac{r^2 + l^2}{2l}$$

8×2

$$400 \times R = \sqrt{1+x^2} \sqrt{4R^2 - 49x^2 - r^2} + \sqrt{49x^2 + r^2} \sqrt{98 - x^2}$$

$$8x \cdot 2R = \sqrt{r^2 + x^2} \sqrt{4R^2 - 49x^2 - r^2}$$

$$+ \sqrt{49x^2 + r^2} \sqrt{4R^2 - r^2 - x^2}$$

$$r \cdot l =$$

$$\sqrt{(4R^2 - r^2)k} + \sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{1+x^2} \sqrt{98 - 49x^2} + \sqrt{49x^2 + r^2}$$

$$(1+x^2)(98 - 49x^2) + (49x^2 + r^2)(98 - x^2) + 2$$

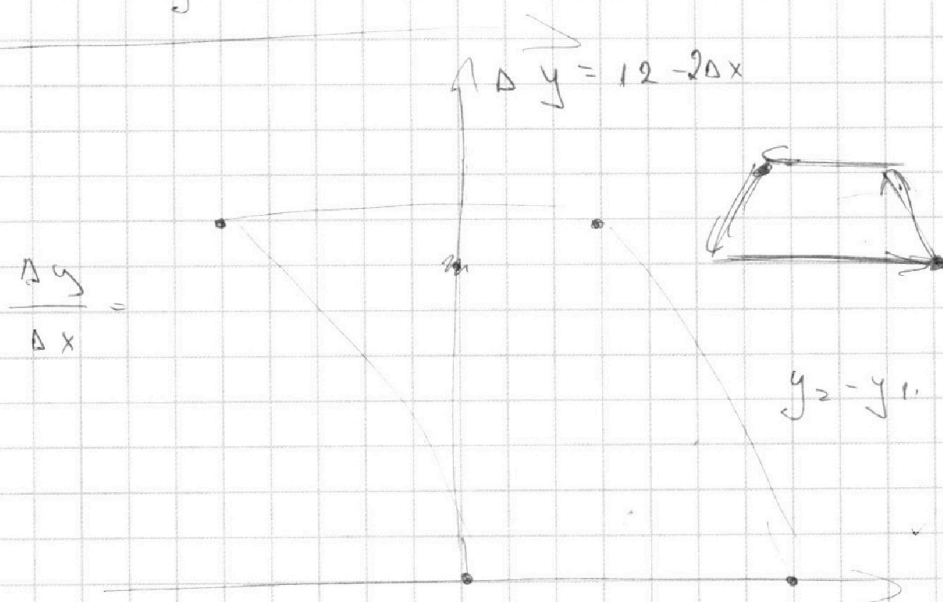
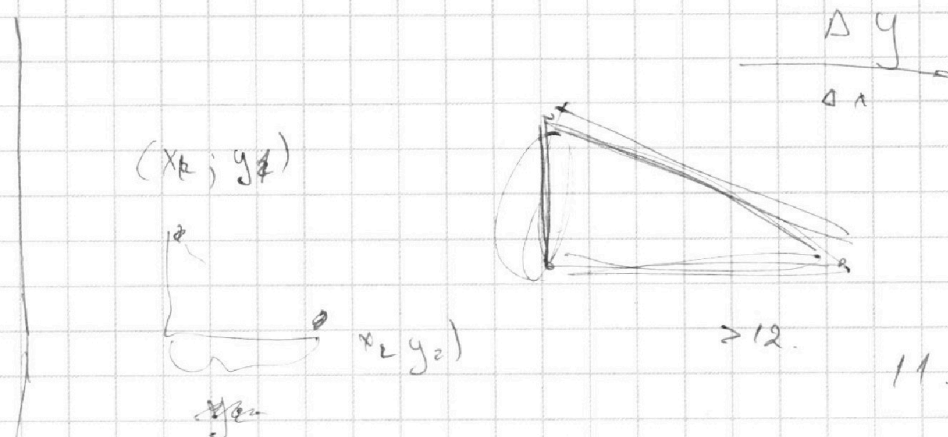
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

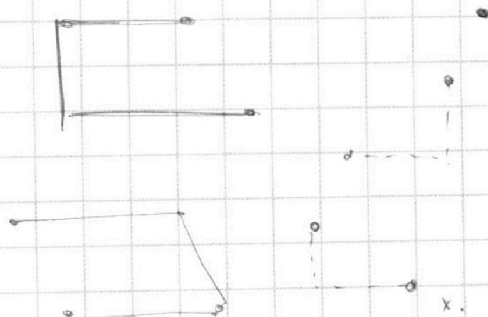
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Параллелограмм, параллелограмм

$$2x + y = 12$$

$$2x \quad y = 12 - 2x$$



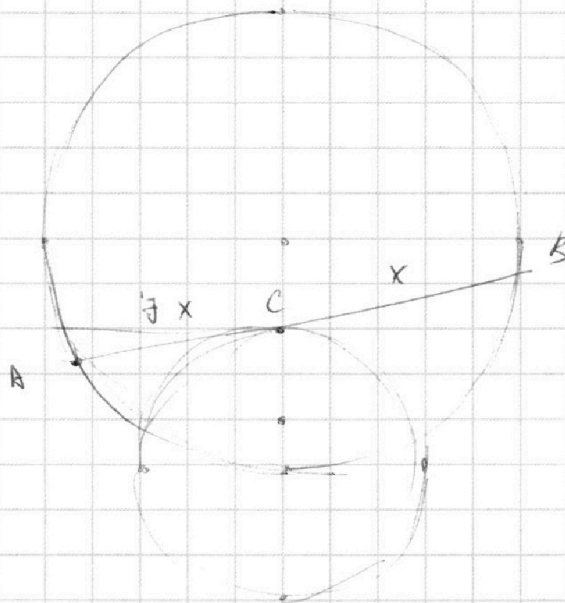
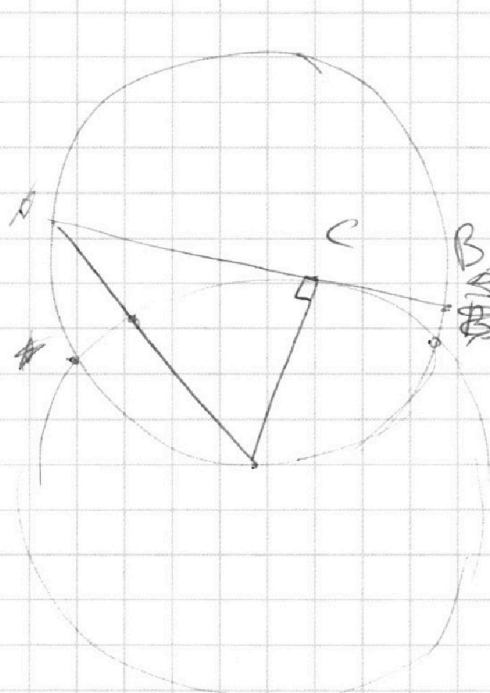
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

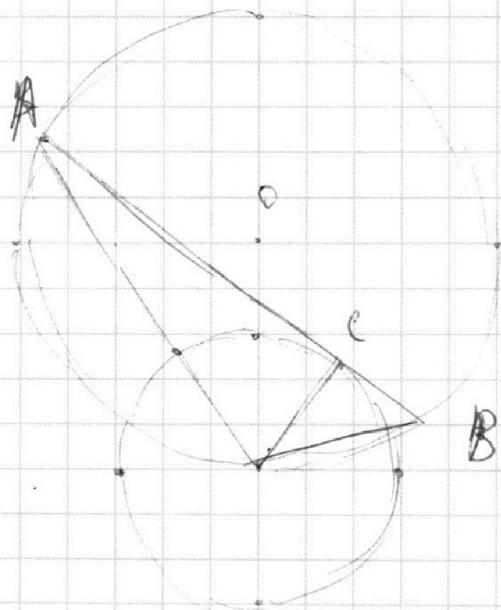
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



69.



2+

$$AC \cdot CB = (CO + 5)(5 - CO)$$

$$88 + 88x^2 - 48x^2 - 48x^2 + 88 - 48x^2 + 88 -$$

$$48x^2 - x^2$$

$$+ 50 \cdot 88x^2 - 50x^2$$

$$198 + 50 \cdot 88x^2 = 88x^4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 : 2^{14+17+20} \cdot 7^{17+37+10}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\sqrt{(2x-3)(x-1)} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 17 \\ \hline 51 \\ - 7x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ - 37 \\ \hline -20 \\ + 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$51 : 2 = 26$$

$$a \cdot c \cdot b^2 = 2^{19+17}$$

$$\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$D = 25 - 24$$

$$\frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$\frac{5-1}{4} = 1$$

$$2(x$$

$$2x(x-1) - 3(x-1)$$

$$(2x-3)(x-1)$$

$$\frac{31}{20}$$

$$b = 2^6$$

$$a = 7^{20} = 2^8$$

$$c = 2^{17} \cdot 2^{12}$$

$$c = 2^{29}$$

$$\begin{array}{r} + 12 \\ + 8 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$26$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$a+b$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

a и b взаимно
просты.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$(x-1)(2x-3) = 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + (2-7x)^2$$

О.Д.З

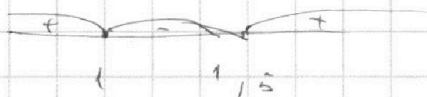
$(x-1)(2x-3) \geq 0$
нулевые функции

$x_1 = 1 \quad x_2 = 1,5$

~~$x-1$~~

~~$2x^2 - 5x + 3$~~

~~$-2x^2 - 2x - 1$~~



~~$-7x + 2$~~

$x \leq 1$
 $x \geq 1,5$

$2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1}$
0

2,5+

$x = 1$

$5, 5+3+1=9, 5, x=1,5$

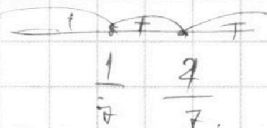
$(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$

проверка.

$2 - 5 + 3$

$x = \frac{1}{7} \quad x = \frac{2}{7}$

$0 - \sqrt{5} =$



$-7x + 2 = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1} = (2-7x)^2$

$2\sqrt{(x-1)(2x-3)} \sqrt{2x^2+2x+1} =$

$7x \rightarrow (2-7x) - (2-7x)^2$

$(2-7x) \cdot (1-7x) \geq 0$

$(2-7x) \cdot$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

1) $(x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0$

$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$

$$x^2 + y^2 + 16x + 63 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

$$x^2 + y^2 \geq -16x - 63$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 876 \\ 488 \\ 244 \\ 122 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \\ 488 \\ 244 \\ 122 \\ 61 \\ \hline \end{array}$$

$$876 $$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \cdot 61 = 484$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$= 4\sqrt{61} + 77$$

$$2 \cdot 41$$

$$48 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$876 $$

$$4\sqrt{61} + 22$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ + 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

$$7 < \sqrt{61} < 8$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3 =$$

$$8x = 3$$

~~2007~~

$$\frac{21-10}{7}$$

$$\left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot 4 = \frac{9}{16} \cdot 4 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{11}{7}$$

$$25 + 9 - 6 \cdot 15$$

$$\frac{77-8}{49}$$

$$\frac{34-90}{49}$$

$$\frac{30-34}{56}$$

$$\frac{28}{49} + \frac{6}{7} + \frac{7}{7}$$

$$\frac{8}{-50}$$

$$\frac{11}{+}$$