



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Так как $ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$ $bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$ $ac: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$, то
перемножив их, получаем $(abc)^2: 2^{34} 3^{43} 5^{75}$.

Так как (abc) в квадрате имеет только делители
с четными степенями, то $(abc)^2$ делится хотя
бы на 3^{44} . Так как $(bc): ac: 5^{43}$, то $(abc)^2: 5^{86}$.

Значит $(abc)^2: 2^{34} 3^{44} 5^{86}$, тогда $(abc)^2 \geq 2^{34} 3^{44} 5^{86} \Rightarrow$
 $\Rightarrow abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43}$. Если взять числа $a=2^4 3^7 5^{20}$

$b=2^3 3^4$ $c=2^{10} 3^{11} 5^{23}$, то их произведение равно

$2^{17} 3^{22} 5^{43}$, а $ab: 2^7 3^{11} 5^{20} > 2^7 3^{11} 5^{14}$ $bc: 2^{13} 3^{15} 5^{23} > 2^{13} 3^{15} 5^{18}$

$ac: 2^{14} 3^{18} 5^{43} > 2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Тогда наименьшее возмож-
ное значение произведения abc — это $2^{17} 3^{22} 5^{43}$.

Ответ: $2^{17} 3^{22} 5^{43}$

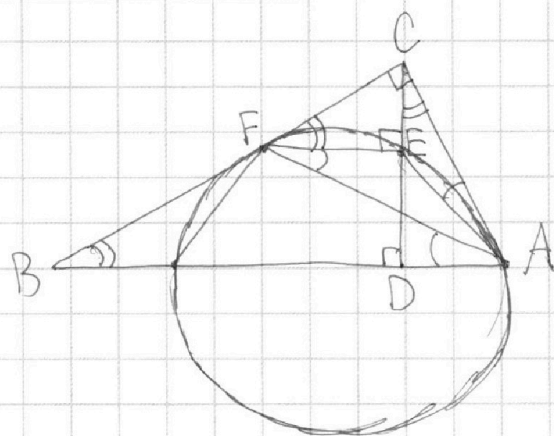
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\text{Так как } \frac{AB}{BD} = \frac{13}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{10}{3}. \text{ Пусть}$$

$$BD = 10x, AD = 3x.$$

$$\text{Так как } \angle C = 90^\circ, \text{ а } CD - \text{высота, то } CD^2 = BD \cdot AD = \\ = 30x^2 \Rightarrow CD = x\sqrt{30}.$$

Так как окружность касается AC в т. A, то $\angle EAC = \angle EFA$. Так как $FE \parallel AB$, то $\angle EFA = \angle FAB$.

$$\angle CBA = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - (90^\circ - \angle ACD) = \angle ACD.$$

Значит $\triangle AEC \sim \triangle AFB$ по двум углам. Тогда

$$\frac{EC}{BF} = \frac{AC}{AB}. AB = BD + AD = 13x. AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} =$$

$$= x\sqrt{39}. \text{ Пусть } EC = y. \text{ Тогда } BF = \frac{y \cdot AB}{AC} = \frac{y \cdot 13}{\sqrt{39}}.$$

$$\text{Так как } FE \parallel BA \Rightarrow \angle CFE = \angle CBA = \angle ACD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle ADC \text{ по двум углам. Тогда } \frac{FC}{EC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10^2 + 30^2} - \frac{y \cdot 13}{\sqrt{39}}}{y} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow 2y\sqrt{39} = 3x\sqrt{130} \Rightarrow y = \frac{x \cdot 3\sqrt{130}}{2\sqrt{39}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Коэффициент подобия $\triangle ECF$ и $\triangle DAC = \frac{AD}{EC} = \frac{3,82\sqrt{39}}{3,8\sqrt{180}} = \frac{2\sqrt{39}}{\sqrt{180}}$. Отношение площадей этих треугольников равно коэффициенту подобия в квадрате, то

есть. $\frac{4 \cdot 39}{180} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\text{ОДЗ: м.к. } 0 \leq \arccos(x) \leq \pi \Rightarrow 0 \leq 5 \arccos(x) \leq 5\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5\pi \Rightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right) = 0 \Rightarrow 2 \sin\left(\frac{6x - \pi}{10}\right) \cos\left(\frac{4x + \pi}{10}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{6x - \pi}{10}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{4x + \pi}{10}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \quad | : \frac{\pi}{6} ; -9 \leq 1 + 10k \leq 21 \quad | -1 ;$$

$$-10 \leq 10k \leq 20 \quad | : 10 ; -1 \leq k \leq 2 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2} ; \frac{\pi}{6} ;$$

$$\frac{11\pi}{6} ; \frac{21\pi}{6} ;$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \pi + \frac{5\pi k}{2} \leq \frac{7\pi}{2} \quad | : \frac{\pi}{2} ; -3 \leq 2 + 5k \leq 7 \quad | -2 ;$$

$$-5 \leq 5k \leq 5 \quad | : 5 ; -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2} ; \pi ; \frac{7\pi}{2} ;$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{3\pi}{2} ; \frac{\pi}{6} ; \pi ; \frac{11\pi}{6} ; \frac{7\pi}{2} ;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

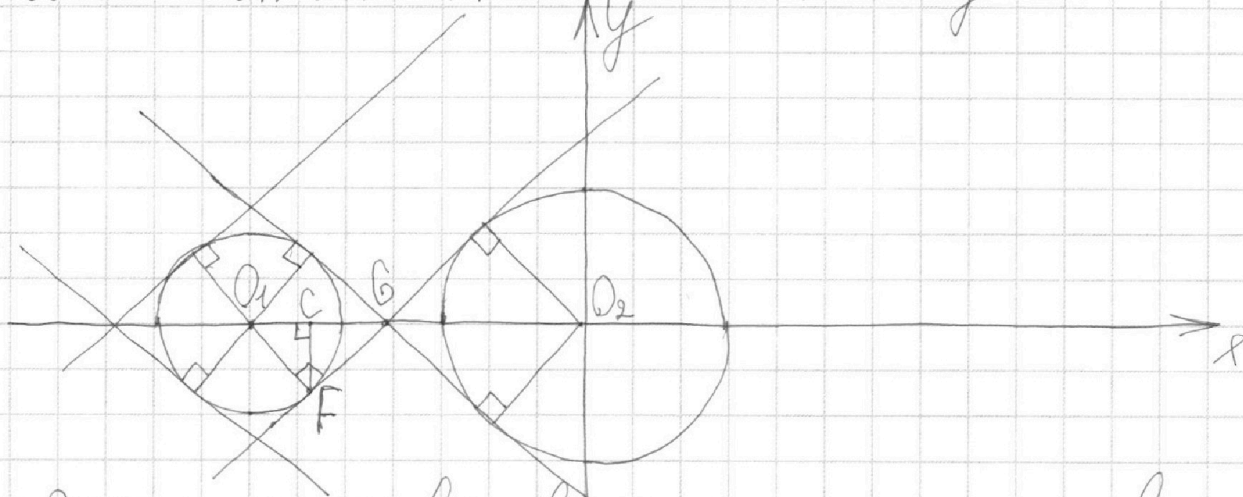
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 + y^2 = 2^2 = (x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$x^2 + y^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 3^2$. Изобразим две окружности с радиусами 2, 3 и центрами $(-7, 0)$, $(0, 0)$ соответственно на плоскости Oxy



Это множество является решением второго уравнения системы. Если $a=0$, то для решения первого уравнения $x = -7b$, но можно взять любой y . Тогда множество решений первого уравнения — это прямая параллельная оси ординат, и с множеством решений второго уравнения будет иметь не более двух пересечений. Теперь

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a \neq 0$. Тогда можем переписать первое уравнение как $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$. Это линейная функция. От a зависит коэффициент, а от b зависит значение y при $x_0 = 0$.

Если $-\frac{1}{3a} \in (-\infty; -\frac{5\sqrt{6}}{12}] \cup [\frac{5\sqrt{6}}{12}; \infty)$, то прямая

$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ будет иметь максимум две точки пересечения с окружностями. Либо касается извне, либо пересекает одну из них в двух точках, а другую не пересекает. Но если $-\frac{1}{3a} \in (-\frac{5\sqrt{6}}{12}; \frac{5\sqrt{6}}{12})$ и исключая $\{0\}$, то найдется такое b при котором прямая $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ будет иметь по два пересечения с каждой окружностью. Отметим центры $(-7, 0)$ $(0, 0)$ как O_1, O_2 соответственно. Нарисуем общую касательную, которая пересекает Ox в т. G , а окружность с центр. O_1 касается в точке F , опустим высоту из точки F на Ox с основанием C . $O_1O_2 = 7$. $\frac{O_1G}{GO_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow O_1G = \frac{14}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O_1 C = t \Rightarrow t(\frac{14}{5} - t) = CF^2 \Rightarrow 2(\frac{14}{5} - t)t = O_1 F^2 = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = \frac{10}{7}; CF = \sqrt{\frac{10}{7}(\frac{14}{5} - \frac{10}{7})} = \frac{4\sqrt{6}}{7}; OC = \frac{14}{5} - t =$
 $= \frac{14}{5} - \frac{10}{7} = \frac{48}{35}$. Тогда угол наклона этой общей
касательной будет равен $\frac{5\sqrt{6}}{12}$. Теперь нарисуй-
те симметричную прямую этой касательной
относительно Ox , она тоже будет общей
касательной этих окружностей. и на-
клон её будет равен $-\frac{5\sqrt{6}}{12}$.

Получается, что $-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < 0$ и $0 < -\frac{1}{3a} <$
 $< \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow \left(-\frac{2\sqrt{6}}{15} < a < 0 \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15} < a \right) \cup \left(-\frac{2\sqrt{6}}{15} > a \right)$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; \infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2\log_7^3 7 = \log_{36x^2}^2 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6\log_7 y = \log_{y^2}^2(7^5) - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_7^4(6x) - \frac{2}{\log_7(6x)} = \frac{3}{2\log_7(6x)} - 4 \quad | \cdot 2\log_7(6x) \\ \log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4 \quad | \cdot 2\log_7 y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\log_7^5(6x) + 8\log_7(6x) - 7 = 0 & \text{Сложим данные} \\ 2\log_7^5 y + 8\log_7 y + 7 = 0 & \text{уравнения} \end{cases}$$

$$(\log_7^5(6x) + \log_7^5 y) + 4(\log_7(6x) + \log_7 y) = 0$$

Каждое из слагаемых в скобках делится на $(\log_7(6x) + \log_7 y)$. Тогда этот множитель может равняться нулю.

$$\log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Так как $-\infty < \log_7 6x, \log_7 y < \infty$ и уравнения, которые мы сложили, пятой степени, то они обязательно будут иметь хотя бы один корень. Так как производные этих уравнений $10\log_7^4(6x) + 8$, $10\log_7^4 y + 8$ всегда положительны, то каждое из



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

уравнений
~~них~~ имеет по одному корню. Если у
уравнения $2\log_7^5(vx) + 8\log_7^2(vx) + 7 = 0$ корень
равен $\log_7(vx) = t$, то для второго урав-
нения $2\log_7^5 y + 8\log_7^2 y + 7$ подойдет корень
 $\log_7 y = -t$, и он будет единственным.
Сумма этих корней как раз равна нулю.
Значит $\log_7(vx) + \log_7 y = \log_7(vxy) = 0 \Rightarrow vxy = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow xy = \frac{1}{v}$.

Ответ: $xy = \frac{1}{v}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

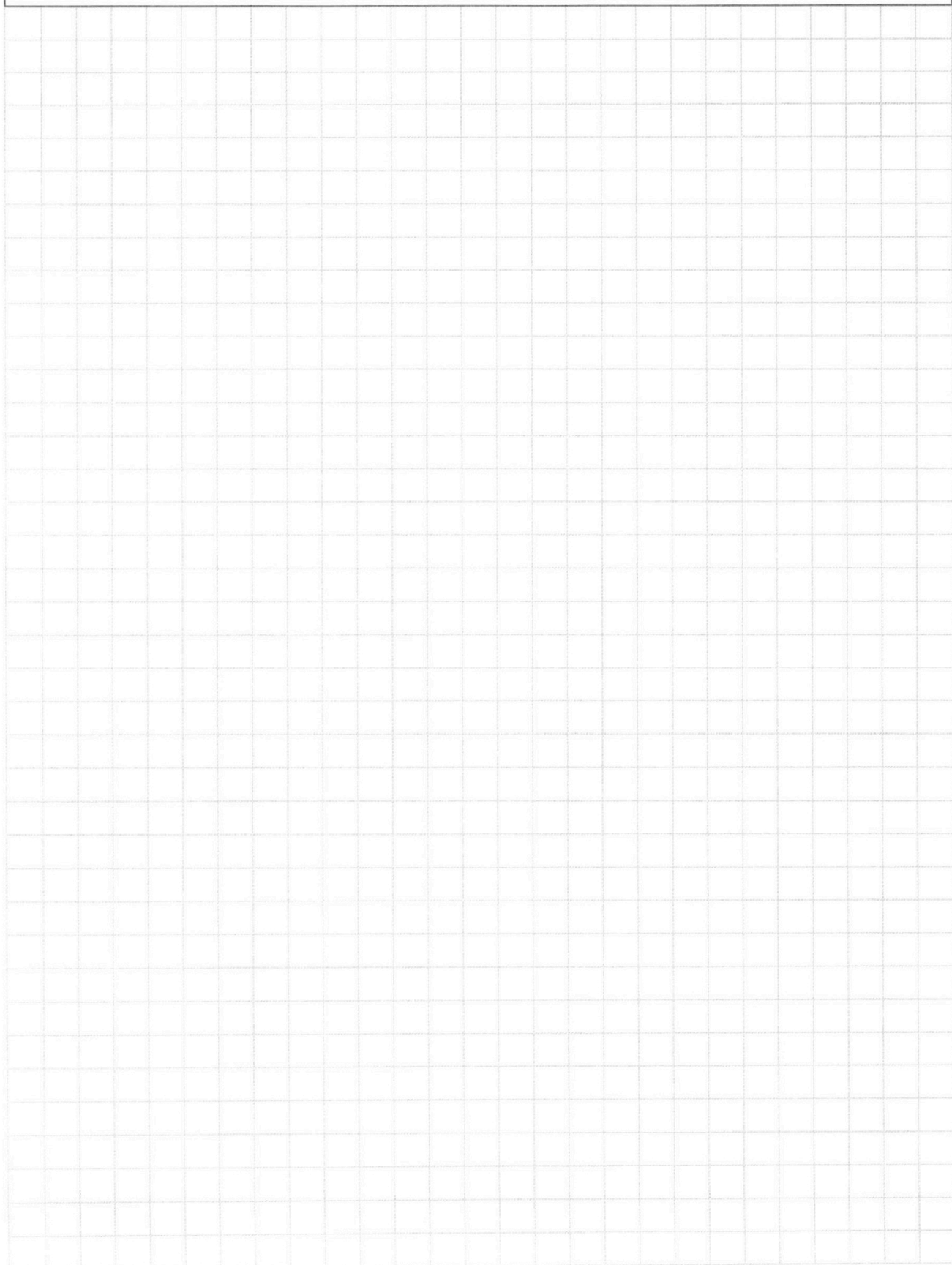
☐

7

☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4 x.$$

$$- \log_{30x} 40^2 - \log_{30x} 7 \quad \frac{2}{5}$$

$$- \log_{30x^2} 7^5$$

$$40^{\frac{3}{2}}$$

$$x^4 - \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2} - 4$$

$$y^4 + \frac{6}{y} = \frac{2}{y^5} - 4$$

$$\begin{cases} x^4 - \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{6}{y} = \frac{2}{y^5} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^5 - 4 = 3 - 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y^5 + 30 = 2 - 20y \end{cases}$$

$$2y^5 + 12 = 5 - 8y$$

$$2y^5 - 8y + 7 = 0$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 8x = 7 \\ 5y^5 + 20y = -28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 8x - 7 = 0 \\ 5y^5 + 20y + 28 = 0 \\ 2y^5 - 8y + 7 = 0 \end{cases}$$

$$(x^5 + y^5) + 4(x + y) = 0$$

$$(x + y)(x^4 -$$

$$10x^4 + 8 = 0$$

$$10x^4$$



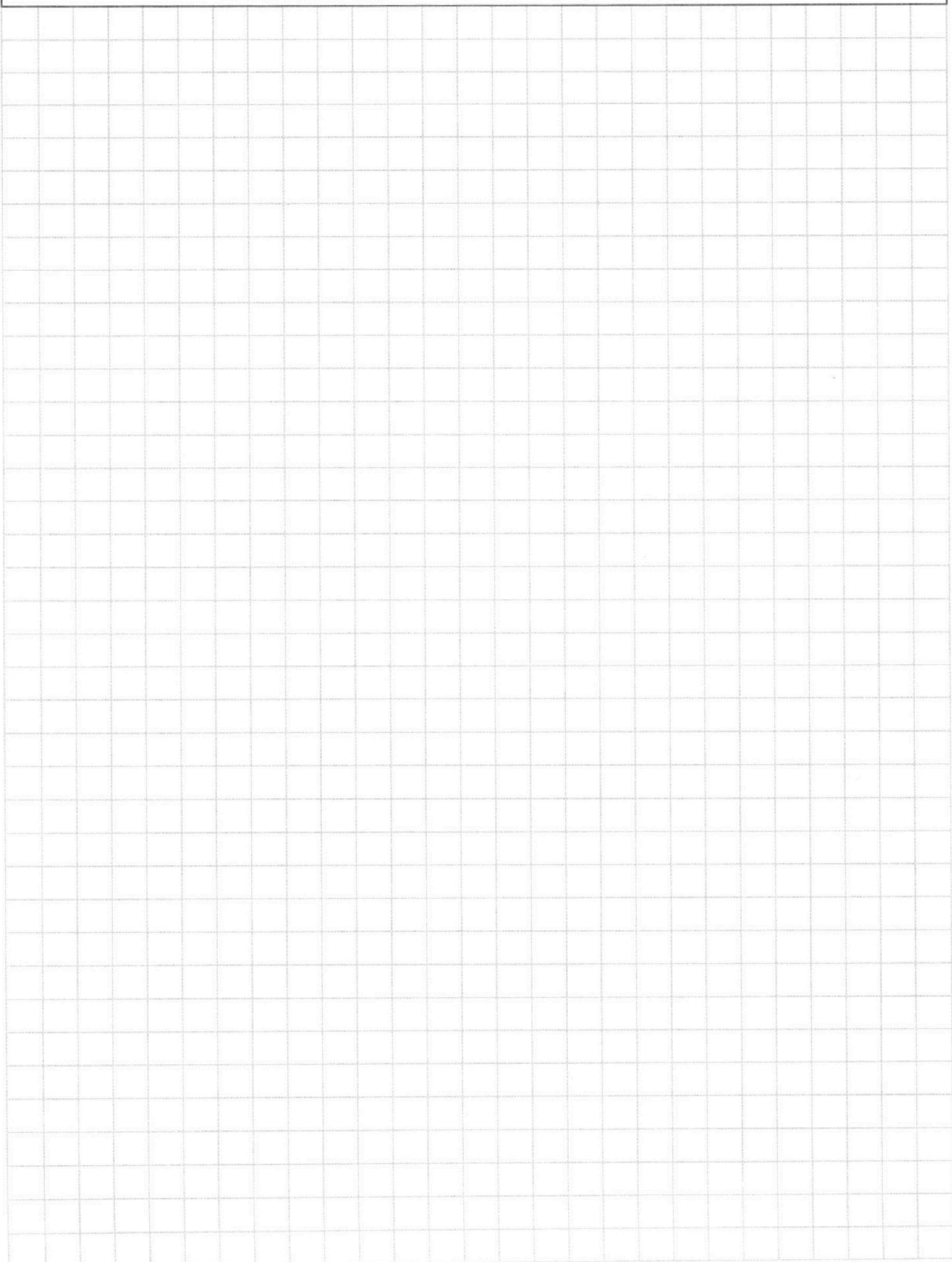
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < 0 \quad \log_{36x^2} \left(\frac{343}{(36x^2)^4} \right)$$

$$-\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$-5a\sqrt{6} < -4 < 0 \quad \log_{6x} 7 - \log_{36x^2} 7 - 4$$

$$5a\sqrt{6} > 4 > 0 \quad \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\log_{6x} 49 + \log_{36x^2} 343$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$0 < -4 < 5a\sqrt{6}$$

$$0 > a > -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$-\frac{4}{5\sqrt{6}} < a$$

$$\log_{36x^2} (7^4 7^3)$$

$$\log_{36x^2} (7^7)$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ 343 \overline{) 7} \\ \underline{728} \\ 63 \end{array}$$

$$-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$5a\sqrt{6} > 4 > -5a\sqrt{6}$$

$$7^3$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}} > -a$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{5\sqrt{6}}{48} = \frac{1}{3a}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

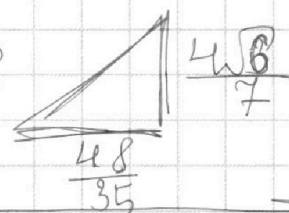
$$a = \frac{4}{5\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$-\frac{1}{3a} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

$$a = \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$12 = 15a\sqrt{3}$$

$$4 = 5a\sqrt{3}$$



$$\frac{4\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 5}{7 \cdot 48 \cdot 12} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

$$\frac{4\sqrt{6} \cdot 35 \cdot 5}{7 \cdot 48 \cdot 12} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$3ay = 7b - x$$

$$y = \frac{7b - x}{3a}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$-ax + 7ab$$

$$\frac{10(48)}{7\sqrt{35}} \quad \frac{28}{35} - \frac{50}{35} \quad ax + ab$$

$$x\left(\frac{14}{5} - x\right) = 4$$

$$x = \frac{20}{14} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{14x}{5} = 4 \quad \frac{4\sqrt{6}}{7}$$

$$\frac{2 \cdot 48}{49}$$



$$\frac{16 \cdot 8}{7}$$

$$16 \cdot 8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \leq abc^2$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \leq \frac{2\pi}{2}$$

$$2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76} \leq abc^2$$

$$-\pi \leq \pi + \pi k \leq 2\pi$$

$$2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \leq abc$$

$$-\pi \leq \pi k \leq 2\pi$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 14 \\ \hline 32 \\ + 43 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$a = \sqrt{2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39}}$$

$$b = \sqrt{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^7}$$

$$c = \sqrt{2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{18}}$$

$$-1 \leq k \leq 2$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{23}$$

$$bac: 5^{32}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{10\pi k}{6}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{2\pi}{6}$$

$$\frac{2\pi}{2} + \frac{5\pi k}{2}$$

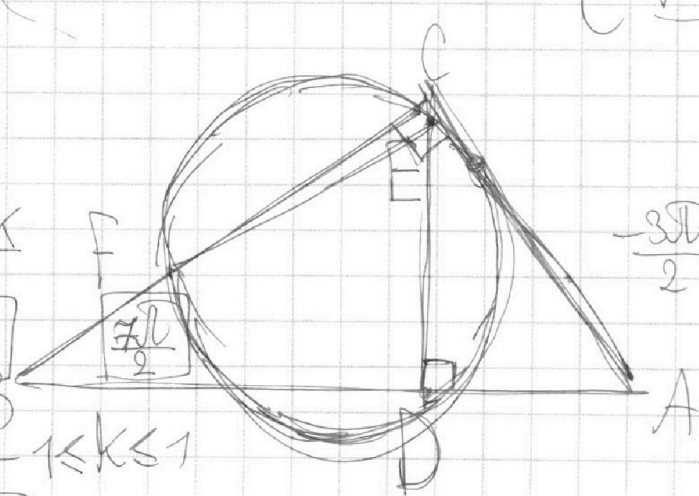
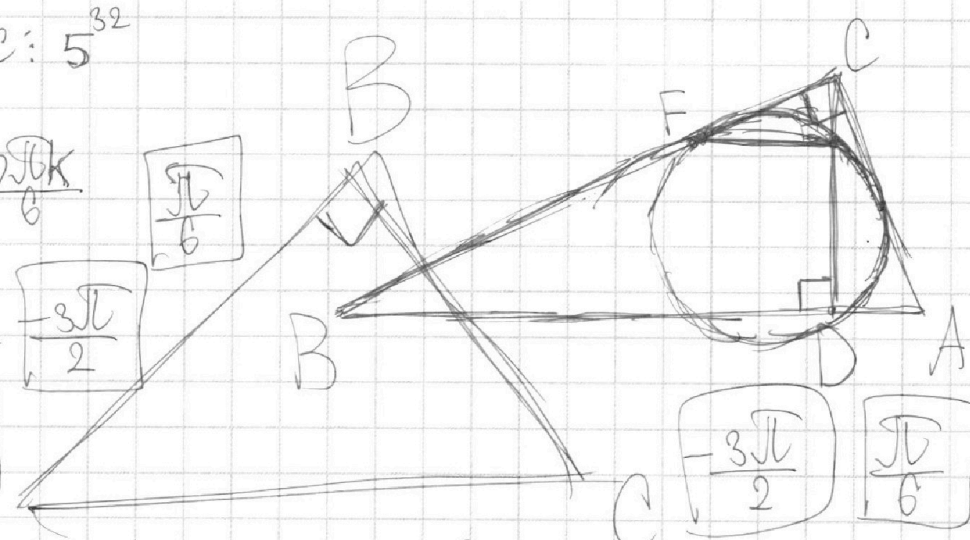
$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$-1 \leq k \leq 1$$

$$-5 \leq 5k \leq 5$$

$$-3 \leq 2 + 5\pi k \leq 7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$4x - \pi = 5\pi + 10\pi k$$

$$x = \pi + \frac{6\pi k}{2}$$

$$\frac{6x - \pi}{10} = \pi k$$

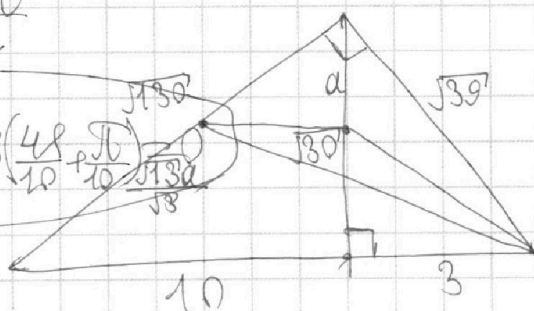
$$6x = \pi + 10\pi k$$

$$\frac{8 \cdot 4 \cdot 30}{8 \cdot 130} = \frac{156}{130} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} - x \leq 5\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$2\sin\left(\frac{6x}{10} - \frac{\pi}{10}\right) \cos\left(\frac{4x}{10} + \frac{\pi}{10}\right) = \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{8}}$$



$$\frac{10\pi - 3\pi}{2}$$

$$\frac{8 \cdot 2\sqrt{30}}{8\sqrt{130}}$$

$$\frac{13a}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{3}}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) \quad \sin \alpha \pm \sin \beta = 2\sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{10} - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{4x - \pi}{10} =$$

$$\begin{array}{r} 156 \overline{) 13} \\ 13 \overline{) 12} \\ \underline{26} \\ 26 \end{array}$$

$$\frac{4x - 4\pi}{10} = \pi k$$

$$\frac{4\pi - 4x}{10} = \frac{30}{156} \quad \frac{8}{5} + \frac{5x}{5}$$

$$4x = 4\pi + 10\pi k$$

$$\frac{\sqrt{130} - a\sqrt{13}}{a} = \frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$3\sqrt{130} - a\sqrt{39} = a\sqrt{39}$$

$$2a\sqrt{39} = 3\sqrt{130}$$

$$a = \frac{3\sqrt{130}}{2\sqrt{39}}$$