



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

А значит  $abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

~~Пример~~ Пример:  $a = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^{15}$   
 $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0$   
 $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{15}$

как мы уже знаем для таких  $a, b, c$  выполняется условие.

Ответ:  $abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Часть 1

Обозначим степени входящие 2 в

a, b, c за  $k_1, k_2, k_3$  соответственно, степени

входящие 3 за  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , а степени  
входящие 5 за  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ .

Тогда из формулы следует, что

$$\begin{array}{lll} 1) k_1 + k_2 \geq 9 & 2) \beta_1 + \beta_2 \geq 10 & 3) \gamma_1 + \gamma_2 \geq 10 \\ k_2 + k_3 \geq 14 & \beta_2 + \beta_3 \geq 13 & \gamma_2 + \gamma_3 \geq 13 \\ k_3 + k_1 \geq 19 & \beta_3 + \beta_1 \geq 18 & \gamma_1 + \gamma_3 \geq 30 \end{array}$$

Здесь все переменные целые неотрицательные числа.

Рассмотрим первую систему. Сложим все неравенства. Получим,  $2(k_1 + k_2 + k_3) \geq 9 + 14 + 19 = 42$   
Значит  $k_1 + k_2 + k_3 \geq 21$ . Пример где выполняется равенство  $k_1 = 7, k_2 = 2, k_3 = 12$  легко видеть, что и система выполняется.

Теперь рассмотрим вторую систему. Сложим все. Получим  $2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 41$  но т.к  $2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$  - четное то,  $2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 42 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 21 \quad \text{Пример } \beta_1 = 7, \beta_2 = 3$$

$\beta_3 = 11$ , Так-же покажем, что система выполняется.

Теперь рассмотрим систему 3.

~~Сложим все неравенства~~

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq \gamma_1 + \gamma_3 \geq 30$$

Пример

$$\gamma_2 = 0, \gamma_1 = 15 = \gamma_3. \text{ Так-же}$$

система выполняется.

Итого получаем, что abc делятся

$$\text{на } \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 5 \\ k_1 + k_2 + k_3 & \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 & \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \\ & & \geq 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

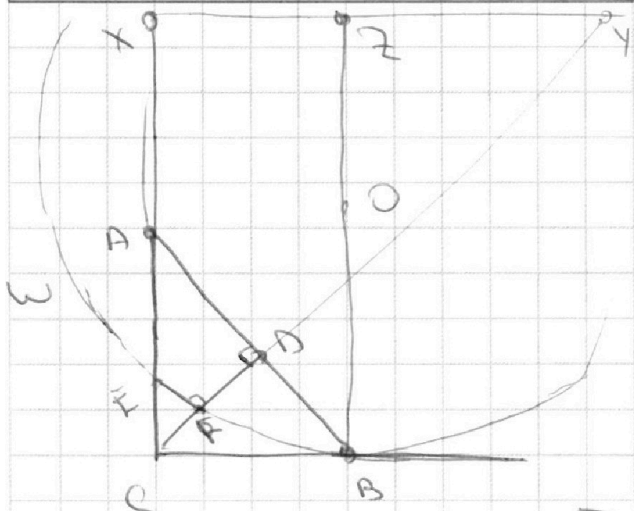
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



известно, что

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC^2}{BC^2} = 3 \text{ т.е.}$$

$$\frac{AC}{BC} = \sqrt{3} \text{ т.е. } \angle C = 60^\circ$$

$$\angle B = 30^\circ$$

$$X = AC \cap W \quad Y = CF \cap W \quad EY - \text{радиус}$$

$$\text{т.к. } \angle EFD = 90^\circ \Rightarrow \angle EYX = 45^\circ$$

$$O - \text{центр } W \Rightarrow Z \in BO \cap XY \quad \angle CBO = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle XZB = 45^\circ \Rightarrow XZBC - \text{прямоугольник}$$

$XZ = ZY$  в силу симметрии относ.

т.к.  $Z \in BO$  (центр)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$5\pi - 10x = \pi + 2x$$

$$4\pi = 12x \rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

Проверим, что  $x = \frac{\pi}{3}$  подходит.

$$5 \arcsin(\cos x) = 5 \arcsin(\frac{1}{2}) = 5 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} + \frac{5\pi}{2}$$

Ответ:  $\frac{\pi}{3}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



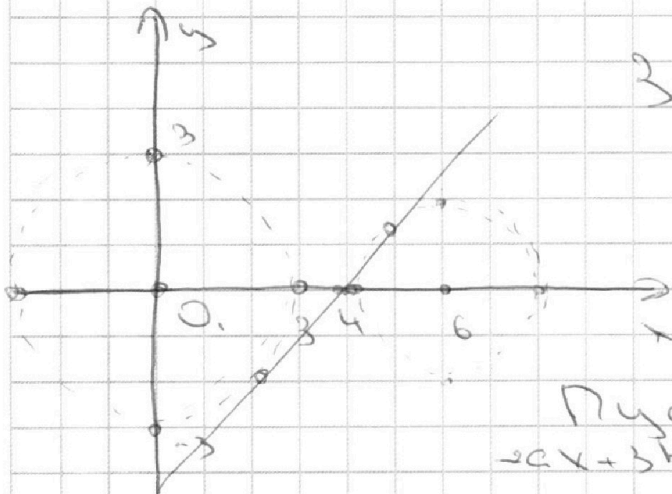
Задача 1

Рассмотрим случаи когда.

$$x^2 + y^2 - 9 = 0 \quad x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0. \text{ Заметим, что}$$

$$x^2 + y^2 = 3^2; \quad (x-6)^2 + y^2 = 4. \text{ Это окружности}$$

с центрами в точках  $O_1(0,0)$  и  $O_2(6,0)$  и радиусами 3 и 2.

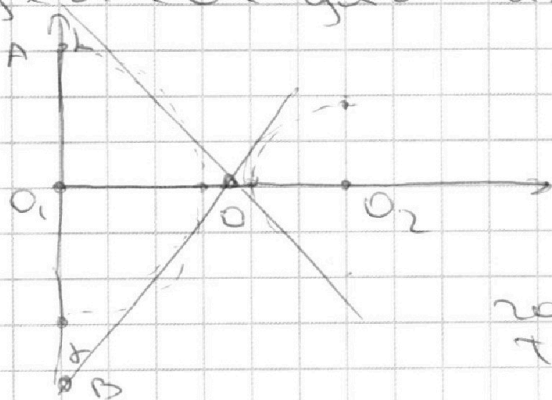


Заметим, что при фиксированном  $a$ , и изменении  $b$  ~~прямая не перемещается~~ угловая прямая  $ax + 2y - 3b = 0$  не изменяется.

Пусть мы зафиксируем  $a$ . Тогда  $ax + 3b = 2y$ . Тогда

Пусть  $a < 0$ , проведем общую внутреннюю касательную с положительным коэффициентом

Тогда ~~мы~~ поместим, что прямая с коэф. наклона больше чем у этой касательной не пересекает одну из окружностей не более чем в одной точке. Аналогично сделаем для  $a > 0$ . Получим картинку



$O$  - точка пересечения касательных лежит на линии центров т.к. является одним из центров симметрии этих окружностей.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Часть 2.

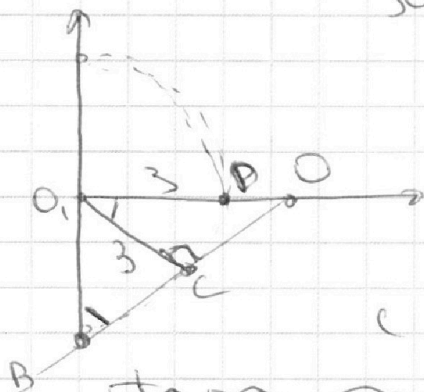
Пусть  $TO_2QA$   $A$  и  $B$  точки пересечения  
общих касательных и  $QA$  ось ординат.

$\angle ABO = \angle BAO = \alpha$ . Тогда не м. показать прямые  
с углом наклона  $\alpha$   $(0; \alpha)$   $(-\alpha; 0)$ .

Найдем это  $\alpha$ . Точка  $O$  делит

$O_1O_2$  по  $B$  отношении  $\frac{3}{2}$  т.е. центр по-  
мощности.

Значит  $O(\frac{6 \cdot 3}{5}; 0)$



Пусть  $D$  - пересечение  
 $O_1A$  и окружности с  
центром  $O_1$ , т.е.  
 $D = (3; 0)$ , а  $C$  - точка  
касания этой окружности  
с общей касательной

тогда  $OD \cdot OO_1 = OC^2 = \frac{3 \cdot 18}{5} = \frac{3^3 \cdot 2}{5}$

$$\frac{CO}{OO_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 3^2}}{\frac{18}{5}} = \sqrt{1 - 9 \cdot \frac{18^2}{5^2}} = \sqrt{1 - \frac{9 \cdot 5^2}{18^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{5^2}{2 \cdot 18}} = \sqrt{\frac{36 - 25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6} \text{ заметим, что}$$

$$\text{это } \operatorname{tg}(\angle O_1AO) = \operatorname{tg}(\angle O_1BO) = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

т.е. мы получаем, что  $\frac{\alpha}{2} \in \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha \in \left(-\frac{\sqrt{11}}{3}, \frac{\sqrt{11}}{3}\right) \text{  ~~} \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6}\right) \text{ }~~$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Часть 3  
Нам нужно чтобы прямая пересекала  
эти две окружности в 4 точках т.к.

прямая - это пер. решение 1-го уравнения  
2-окружности второго.

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{\sqrt{4}}{3}, \frac{\sqrt{4}}{3}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a = \log_3 x$  часть 1

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_3 243 - 8 =$$

$$\frac{1}{2} \log_3 3^5 - 8 = \frac{5}{2} \log_3 3 - 8$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2} - 8 \quad \text{Умножим на.}$$

$$2a \cdot | 2a^5 + 12 = 5 - 16a. \quad \text{получим}$$

$$2a^5 + 16a + 7 = 0. \quad \text{Заметим, что}$$

все ненулевые степени целых чисел  
корень ~~из~~  $a^5 + 16a + 7$  многочлена.

~~Значит~~ Значит корень равно один пусть это

$x$ . Рассмотрим теперь второе условие

Пусть  $b = \log_3(3y)$

$$\log_{3 \cdot 3y} (3^4) - 8 = \frac{4}{2} \log_{3y} (3) - 8. \quad \text{т.е.}$$

делаю замену получим.

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{4}{2b} - 8 \quad \text{умножим на}$$

$$2b \cdot \quad 2b^5 + 4 = 4 - 16b$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

часть 2.

Аналогично  $2b^5 + 16b - 7$  монотонна

А значит имеет ровно один корень

докажем, что это  $-x$ . Действительно

мы знаем, что  $2x^5 + 16x - 7 = 0$ . Тогда

$2(-x)^5 + 16(-x) - 7 = 0$ . Значит

$$\log_3 0 = x + (-x) = \log_3 x + \log_3 5y =$$

$$\log_3 5xy = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}.$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Часть 2

Через хотя бы одну целую точку  $x_0, y_0$  то  $3x_0 + 8y_0 = A \Rightarrow A \in \mathbb{Z}$ . Но тогда

рассмотрим  $l_2$  и  $l_1$  другой

Пример, что на  $l_2$  столько же целых точек сколько и на  $l_1$ .

Посчитаем, сколько целых точек

на прямой  $3x + 8y = A$  в нашей

картинке. Среди них

$(0; A)$ . Тогда  $(k; A - 3k)$  вообще  $k \in \mathbb{Z}$ .

Все целые точки на этой прямой. Но

$A - 3k \in \mathbb{Z}$ . То есть  $k$  может быть

только на этой прямой это количество точек

от 0 до  $A/3$  с остатком как у  $A$  по модулю

3. То есть 14 если  $A \not\equiv 0 \pmod 3$  и 15 если  $A \equiv 0 \pmod 3$ .

Но т.к.  $A \equiv A - 3 \pmod 3$  то на  $3x + 8y = A - 3$  лежит

столько же целых точек внутри как и у

$$3x + 8y = A.$$

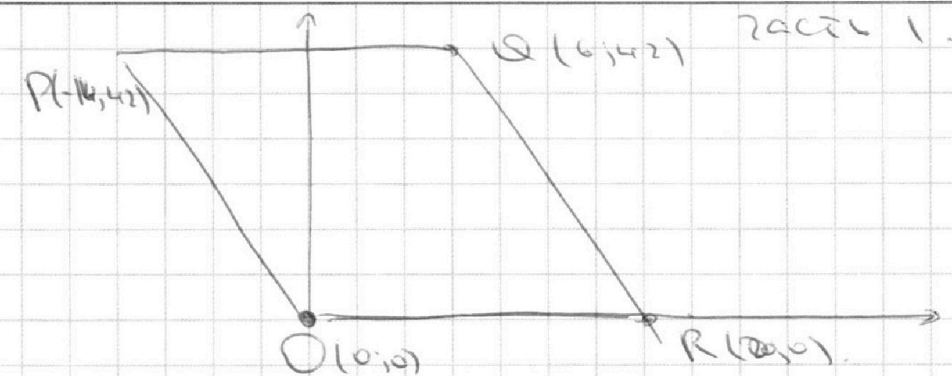
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть у нас есть прямые  $L_2$  и  $L_1$   
 $3x_2 + 4y_2 = A$  и  $3x_1 + 4y_1 = A - 33$ . Тогда  
 $3x_2 - 3x_1 + 4y_2 - 4y_1 = 33$ . Т.е. всегда можно  
мы выбираем на прямой  $3x + 4y = A$ , а функцию  
на  $3x + 4y = A - 33$ . ~~Иногда~~ Искать  
где такие  $A$ , что обе прямые будут  
пересекать первую ось абсцисс. Заметим  
прямая  $PO$  - это  $3x + 4y = 0$ . Значит  
 $L_2$  и  $L_1$  и  $PO$  и  $QR$ . А значит  $PO$  и  $QR$   
и являются этими красными отрезками.  
или. Пусть  $QR = 3x + 4y = A \Rightarrow A = 60$

Т.е.  $A \in [0; 60]$  и  $A - 33 \in [0; 60] \Rightarrow A \in [33; 60]$   
 $A \in [0; 60]$  и  $A \in [33; 60]$   $\Rightarrow A \in [33; 60]$

Так-же если  $3x + 4y = A$  проходит

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Часть 3. ~~Р~~ Посчитаем теперь карой

точек. 1)  $A \equiv 0$   $A \in \mathbb{Z}_3$  таких

$A$  10  $A$  для каждой  $A$  у нас 2

прямые по 15 точек на каждой т.е

$$10 \cdot 15^2$$

2)  $A \not\equiv 0$   $A \in \mathbb{Z}_3$  таких

$A$  соответственно 18 для каждой 2-прямые

по 14 точек т.е всего кар

$$14^2 \cdot 18$$

Итого получаем

$$10 \cdot 15^2 + 14^2 \cdot 18 = 2250 + 196 \cdot 18 =$$

$$2250 + 200 \cdot 18 - 4 \cdot 18 = 2250 + 3600 - 72 =$$

$$5850 - 72 = 5778$$

Ответ: 5778

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_{x^2} a = \frac{1}{2} \log_x 243 = \frac{1}{2} \log_x 3^5 =$$

$$\frac{5}{2} \log_x 3$$

$$\log_3 x = \text{#}$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$\log_3 54 = \text{#}$$

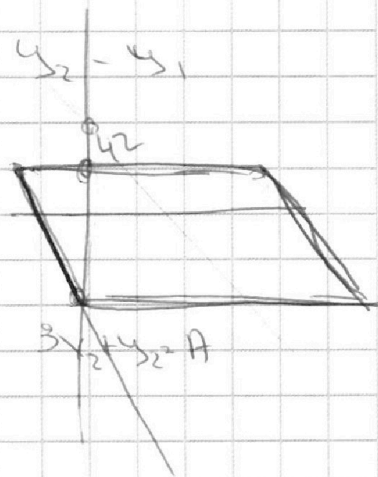
$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{4}{2b} - 8$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{4}{2b} - 8$$

$$2b^5 + 4 = 4 - 16b$$

$$2b^5 + 16b - 4 = 0$$

$$10b^4 + 16 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

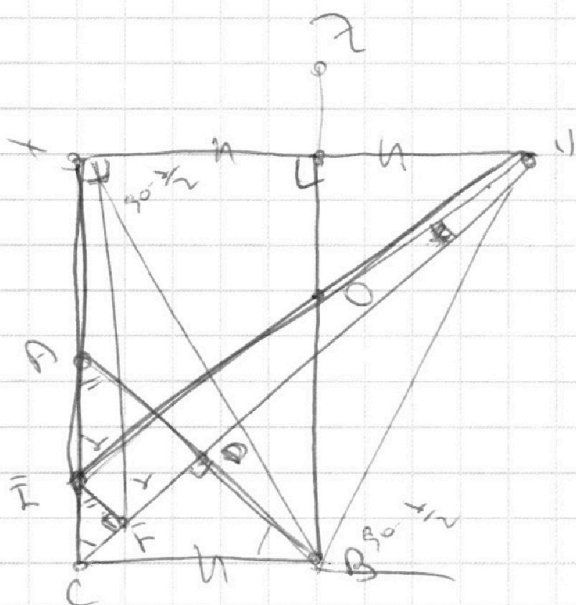


$$\left(\frac{CE}{AB}\right)^2$$

$$CE \cdot EX = CF \cdot CY$$

$$\frac{EF}{AD} = \frac{XY}{AD} = \frac{EF \cdot CY}{XY \cdot CA}$$

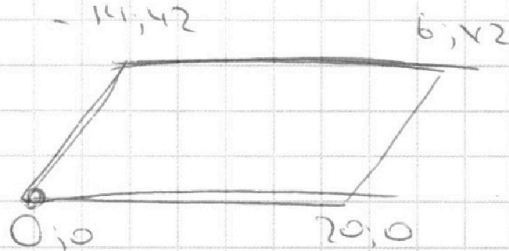
$$\frac{EF}{CA}$$



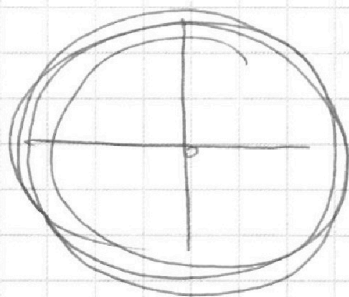
$$\frac{BC}{XC} = \frac{BC}{CE} = \text{ctg}(30 - \frac{\alpha}{2})$$

$$\frac{BC}{CE} = \text{tg}$$

$$= 11,42$$



$$\frac{b}{2} = x$$

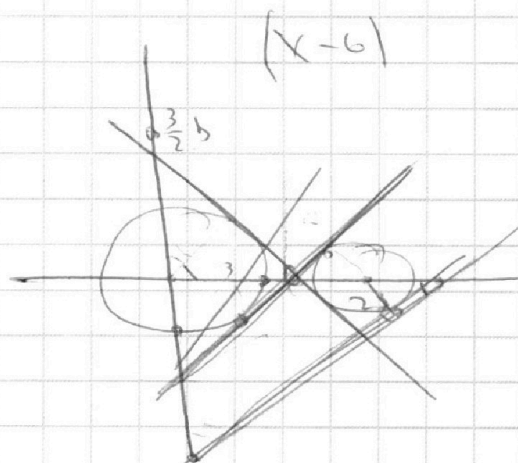


$$b = 2b_0$$

$$a = 2a_0$$

$$a_0 x + y - 3b_0 = 0$$

$$-a_0 x + 3b_0 = y$$



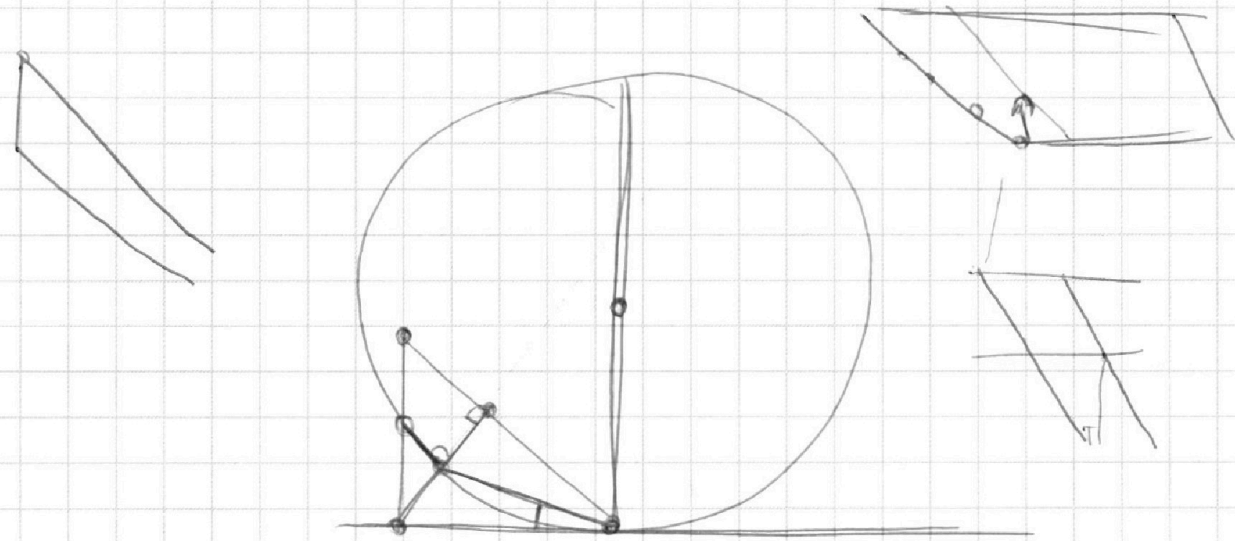
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

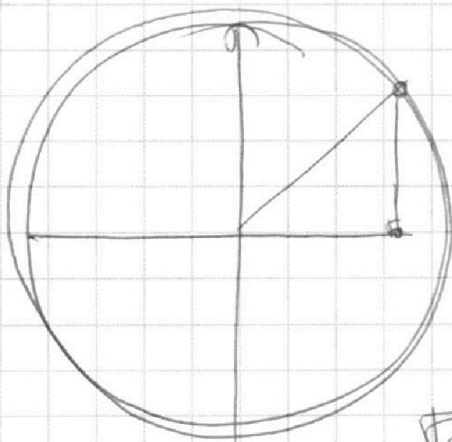
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$



$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$\sin(\arcsin(\cos x)) = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\arcsin(\sin x) = x$$

60  $\sin \frac{\pi}{2}$

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\pi - 30 = 60 + 30$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2  $h_1, h_2, h_3$

$h_1 + h_2 \geq 9$

3  $B_1, B_2, B_3$

$h_2 + h_3 \geq 14$

5  $V_1, V_2, V_3$

$h_1 + h_3 \geq 18$

$2(h_1 + h_2 + h_3) \geq 9 + 14 + 18 = 28 + 14 = 42$

$h_1 + h_2 + h_3 \geq 21$      $h_3 = 12$      $h_2 = 2$      $h_1 = 7$

$B_1 + B_2 \geq 10$

$2(B_1 + B_2 + B_3) \geq 41$   
42...

$B_2 + B_3 \geq 13/14$

$B_3 + B_1 \geq 18$

$V_1 + V_2 \geq 10$

$V_2 + V_3 \geq 13$

$V_3 + V_1 \geq 30$

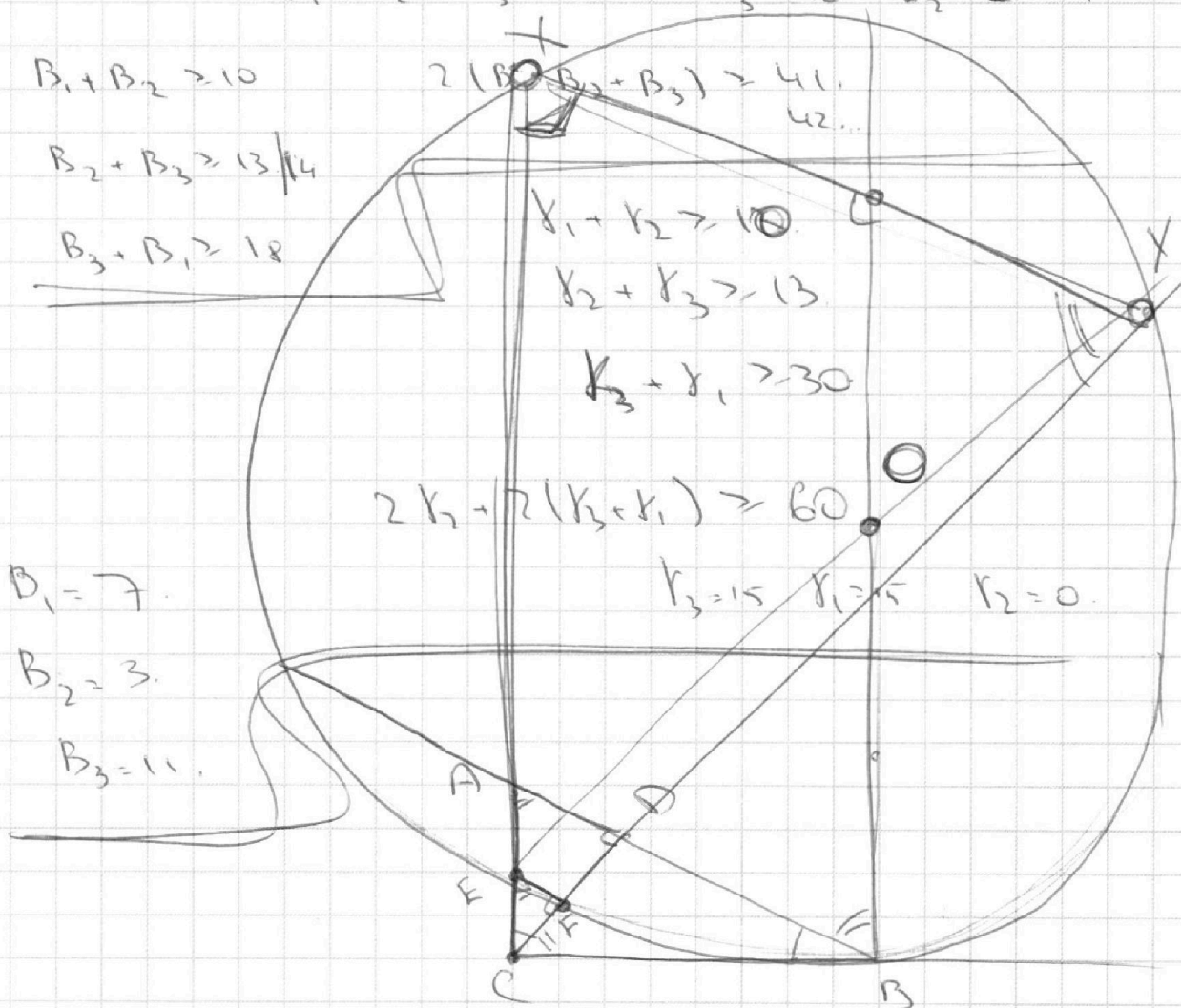
$2V_2 + 2(V_3 + V_1) \geq 60$

$V_3 = 15$      $V_1 = 15$      $V_2 = 0$

$B_1 = 7$

$B_2 = 3$

$B_3 = 11$



$\frac{CD}{BD} = \frac{AD}{DB}$   
 $BC^2 = AB \cdot BD$   
 $AC^2 = AB \cdot AD$

$\frac{AD}{DB} = \frac{3}{1}$   
 $\frac{AD}{BD} = \frac{AC^2}{BC^2}$      $(k) = \sqrt{3}$