МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 1\right)\left(x^2 + y^2 - 20y + 64\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$ab \vdots 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

$bc \vdots 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$

$ac \vdots 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

То есть $ab = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $bc = l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$a^2b^2c^2 = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} = k \cdot l \cdot m \times$

$\times\ 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$

Т. е. $k \cdot l \cdot m$ должно быть минимальным, чтобы $a \cdot b \cdot c$ было минимально

ab^2c $\begin{cases} a \cdot b^2 \cdot c = k \cdot l \cdot 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{29} \\ ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \end{cases}$

$b = \sqrt{\frac{kl}{m} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{-10}}$

Т. к. b – натуральное, $\frac{kl}{m} \vdots 5^{10}$, т.к. k, l и m наименьшие, то $k \cdot l \vdots 5^{10}$, $kl \not\vdots 5^{11}$

что-то из k, l и m кратно 3, т.к. степень 3 под корнем должна быть четной. Итого $k \cdot l \cdot m \geq 5^{10} \cdot 3 \Rightarrow abc \geq \sqrt{5^{10} \cdot 3 \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}} =$

$= 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Пример таких чисел a, b и c – $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^7$, $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$,

$a \cdot b \cdot c = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$14a^2(1-k)^2 = 7a \cdot 2a \cdot k^2 \Rightarrow (1-k)^2 = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$, тогда $\frac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = k^2 =$

$= \frac{1}{4}$, но $\frac{S_{CAD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{AD+BD} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{28}{5}$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{28}{5}$

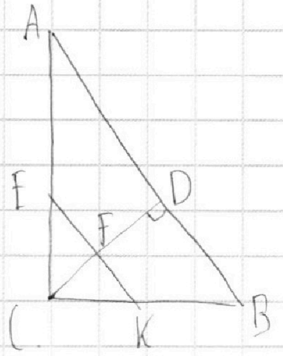
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2



Дано:

ΔABC - прямоуг.

CD - высота

$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$

Найти:

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$ - ?

Решение:

1. Пусть $AD = 5a$, тогда $DB = 2a$

2. ~~$\sin\angle CAD = \sin\angle BCD$, т.к. $\angle ACD = \angle BCD$~~ $\Rightarrow CD = \sqrt{5a\cdot 2a}$ как высота в прямоуг. треугольнике.

3. $CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = a\sqrt{14}$ по теореме Пифагора

4. Из гомотетии с ~~центром~~ относительно в точке C, переводящей EK в параллельную ей AB $\frac{EF}{AD} = \frac{EK}{AB} = \frac{KF}{BD} = \frac{CK}{CB} = k$, где k - коэффициент

5. Найдём степень точки K относительно описанной окружности. С одной стороны это KB^2, а с другой $KF\cdot KE$, т.е.

$BC^2(1-k)^2 = BD\cdot AB\cdot k^2$

страница 1 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 3

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$10\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x$

Значение arcsin лежит на отрезке от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, ~~тогда~~ =>

$\arcsin(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\pi}{2} - x - 2\pi n$, если $(\frac{\pi}{2} - x) \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}]$, $n \in \mathbb{Z}$, либо

$\arcsin(\frac{\pi}{2} - x) = \pi - (\frac{\pi}{2} - x) + 2\pi n$, если не принадлежит. Далее $n \in \mathbb{Z}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 5\pi - 10x - 20\pi n = \pi - 2x \\ (\frac{\pi}{2} - x) \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}] \end{cases} \\ \begin{cases} 5\pi + 10x + 20\pi n = \pi - 2x \\ (\frac{\pi}{2} - x) \in [2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}] \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\pi - 5\pi n}{2} \\ \frac{-5\pi n}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi n}{2} \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-5\pi n - \pi}{3} \\ \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \geq 2\pi n + \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \leq 2\pi n + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{cases} n \in ~~[-1; +1]~~ ~~[-\frac{1}{9}; \frac{1}{9}]~~ [-1; +1] \\ x = \frac{\pi - 5\pi n}{2} \end{cases}\right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left[\begin{cases} n \in \cancel{\left[-\frac{2}{3}; \frac{1}{11}\right] [-2;1] \left[-\frac{2}{11}; \frac{1}{11}\right] [-1; [-4} \quad n \in \left[-\frac{2}{1}; +1\right] \\ x = \frac{5\pi n - \pi}{3} \end{cases}\right.$$

$$\cancel{\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{11\pi}{3} \\ x = 3\pi \\ x = -7\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} \\ x = -7\pi \\ x = -\frac{11\pi}{3} \end{array}\right.} \qquad \left[\begin{array}{l} x = 3\pi \\ x = \frac{\pi}{2} \\ x = -2\pi \\ \\ x = 3\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} \\ x = -2\pi \end{array}\right.$$

~~Ответ:~~ $\cancel{-7\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi; \frac{\pi}{2}}$ $\cancel{-7\pi; -\frac{11\pi}{3}; -2\pi; -\frac{11\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi}$

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$

страница 2из 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

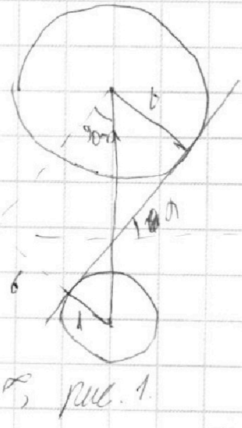
Задача 4

$$\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y\cancel{=0}+64)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{ax}{3}+\frac{4b}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-10)^2=36 \end{array}\right. \end{cases}$$

Графиками последних двух уравнений являются окружности: с радиусом 1 и центром $(0;0)$ и с радиусом 6 и центром $(0;10)$ соответственно. Тогда, увеличивая a от 0 до $+\infty$, крайним значением a при котором $y=\frac{ax}{3}+\frac{4b}{3}$ ~~не качает~~ ~~кочит~~ будет пересекать две эти окружности не более чем в двух точках является такое значение a, что $\frac{a}{3}$ - коэффициент большей наклона касательной, при больших a существует такое b, что прямая $y=\frac{ax}{3}+\frac{4b}{3}$ пересечёт окружности в 4 точках.

~~И Из~~ Из рисунка видно, что $\sin(90-\alpha)$ равен



$\frac{7}{10}$, тогда $\cos\alpha=\frac{7}{10} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow tg\alpha=$

$=\frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow a_{кр.}=\frac{3\sqrt{51}}{7}$

Аналогично, если мы будем уменьшать от 0 до $-\infty$, рис. 1.

то, т.к. график симметричен мы получим, что $a\in\left(-\infty;-\frac{3\sqrt{51}}{7}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_5 2x + \log_5 y = 0$

$\log_5 2xy = 0$

$2xy = \cancel{0}\,1$

$xy = \frac{1}{2}$

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 5

$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{8x^3}625 - 3$ Преобразуем

$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{B}{\frac{3}{4}\log_5 2x} - 3 \quad | \cdot \log_5 2x$

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + 3\log_5 2x - \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 2x \neq 0 \end{cases}$$

Аналогично

$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{3\log_5 y} - 3 \quad | \cdot \log_5 y$

$$\begin{cases} \log_5^5 y + 3\log_5 y + \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 y \neq 0 \end{cases}$$

Сложим получившиеся уравнения.

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3\log_5 2x + 3\log_5 y = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y\cancel{x} \neq 1 \end{cases}$$

Заметим, что $\cancel{x^5}$ $a^5 + b^5 = (a+b)\cdot(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$, при этом второй чл. произведения неотрицателен.

$$\begin{cases} (\log_5 2x + \log_5 y)\cdot(\log_5^4 2x - \log_5^3 2x\cdot\log_5 y + \log_5^2 2x\cdot\log_5^2 y - \log_5 2x \log_5^3 y + \log_5^4 y + 3) = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y \neq 1 \end{cases}$$

~~Это~~ Второй элемент произведения строго больше нуля $\Rightarrow$ нулю равен первый

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Найдём ~~угол~~ коэффициент наклона ребра паралл-ма. $\frac{-16}{80} = -\frac{1}{5}$ $= \frac{80}{-16} = -5$

$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$

Разобьём это равенство на два

$y_1 = a - 5x_1$

$y_2 = b - 5x_2$

При этом $b - a = 45$. Заметим, что графики этих уравнений параллельны ребру паралл-ма, при этом другое ребро параллельно Ox. Будем увеличивать a на 1, начиная с нуля ~~до 80 - 45 = 35~~. При $a = 0$ $y_1 = -5x_1$, т.е. A лежит на стороне OP x. Таких целочисленных x и y_1 лежащих в пред-ах паралл-ма на прямой $y_1 = -5x_1$ 17, т.к. при $x \in N$, $y_1 \in N$ ~~равно $(80, 18) + 1 = 19$~~, а на прямой $y_2 = 45 - 5x_1$ тоже 17

далее при $a = 1$, на прямой $y_1 = 1 - 5x_1$ таких точек также 16, т.к. $x \in [-15; 0]$ ~~$[0, 18 - 15]$~~, т.к. при $x_1 = -16$, $y_1 = 81$, что уже вне паралл-ма, аналогично для x_2 и y_2, то же самое будет и при $a = 2, 3, 4$, при этом $a \equiv_5 b$. При $a \vdots 5$ точки x_1 и y_1 будет 17, а при $a \not\vdots 5$ их будет 16. В какой-то момент прямая x_2 $y_2 = b - 5x_2$ выйдет за пределы паралл-ма это произойдет при $b = 18 \cdot 5 = 90$, т.е. при $a = 90 - 45 = 45$. Тогда всего искомых пар точек. $(\frac{45}{5} + 1) \cdot 17^2 + (45 - \frac{45}{5}) \cdot 16^2 = 289 \cdot 10 + 36 \cdot 256 = 2890 + 9216 = 12106$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 12106

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot LL_1 = \frac{9}{4} \cdot 24 \cdot \sqrt{123 - 16\sqrt{64 - \frac{625}{36}}} \cdot \sqrt{123 + 16\sqrt{64 - \frac{625}{36}}} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \times$

$\times \sqrt{64 - \left(64 - \frac{625}{36}\right)} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \cdot \frac{25}{6} = 3600$

Ответ: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot LL_1 = 3600$

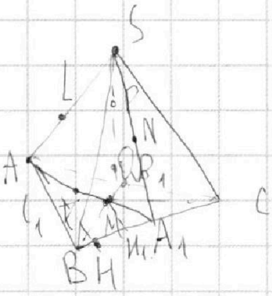
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



Дано:
$SP = MQ$, $S_{ABC} = 100$,
$R = 5$
$SA = BC = 16$
$SN = 4$.
Найти:

AA_1, BB_1, CC_1 - ?
α - ? AA_1 ~~S~~ α - ?

Решение:

1 Т.к. $L, K, Q, P \in AMS$, эти 4 точки лежат на одной окружности.

2. Найдем степени точек S и M для сферы, учитывая, что K и L - точки касания

$$\begin{cases} SL^2 = SP\cdot(SP + PQ) \\ KM^2 = MQ(MQ + PQ) \end{cases}$$, но $SP = MQ \Rightarrow SL = KM$, но $AL = AK \Rightarrow AS = AM \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ASM$ - р/б, $AM = AS = BC = 16$, но ~~$\Rightarrow$~~ $AA_1 = \frac{3}{2}AM = 24$, $MA_1 = \frac{1}{2}AM = 8$

3. $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 12{,}5$

4. $MH_1 = \frac{AH}{3}$, где MH_1 - перпендикуляр к BC.

$H_1A_1 = \sqrt{8^2 - \frac{625}{36}}$

5 $BM = \sqrt{(8 - \sqrt{8^2 - \frac{625}{36}})^2 + \frac{625}{36}} \Rightarrow \sqrt{64 - 16\,128 - 16\sqrt{64 - \frac{625}{36}}}$

6. $CM = \sqrt{(8 + \sqrt{864 - \frac{625}{36}})^2 + \frac{625}{36}} + = \sqrt{128 + 16\sqrt{64 - \frac{625}{36}}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

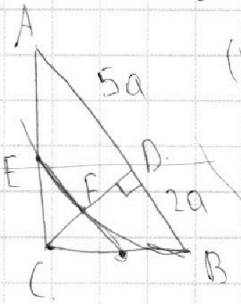
$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\pi n) = \pi - 2x$ $\frac{9\pi n}{2} \leq \frac{\pi}{2}$ $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

$5\pi - 10x + 20\pi n = \pi - 2x$ 28 $\sin(\pi)$ 9216

3^{15} 3^{20} 2^{17}

$\begin{cases} 8x = 20\pi n + 4\pi \\ \frac{\pi}{2} - x \leq \cancel{5\pi n} + 2\pi n \leq \pi \\ \frac{\pi}{2} - x \geq \cancel{-\pi n} + 2\pi n \geq -\pi \end{cases}$ 3^{27} 2^{31} $3^{55} \cdot 5^{62}$ $\sin\frac{2\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}$

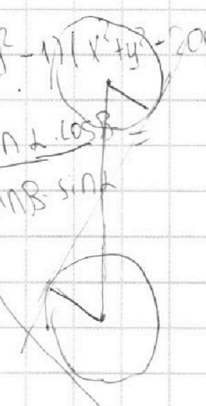
$\frac{\pi}{2}$ $y = \frac{a}{3}x$



$(x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)$

$\frac{\sin\alpha \cdot \cos\beta}{\sin\beta \cdot \sin\alpha}$

$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} \\ x \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2} \\ x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}$ 3 $\frac{\pi}{2}$ π



k^5

$k^5\ \cancel{k(k^4+1)}$

$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$

$\frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$ $96 \times 96 = 576,\ 864,\ 9216$

$\cancel{EF = x}$ $\cancel{5ak\ 7ak\ 2ak}$

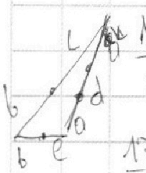
$\begin{cases} \log^4_{5}(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{8x}3 \cdot 625 - 3 \\ \log^4_{5} y + 4\log_{y}5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3 \end{cases}$ 18

$AM = 24$ $\frac{1}{(xy)^4} = -\frac{16}{9}xy - 13x + 13y + 3$

$\frac{1}{\log^4_{2x}5} - 3\log_{2x}5 = \frac{4}{3}\log_{2x}5 - 3$ $\frac{\pi n}{2} \geq -\frac{\pi}{2}$ $\frac{1}{y} = -\frac{13}{3}y - 3$ $\frac{12{,}5}{3}$

$n \geq -1$ 45

$\log_5 2x$ $n \leq 1$ $y_1 = a - 5x_1$



$\frac{1}{x^4} - 3x = \frac{4}{3}x - 3$ $\frac{1}{y^4} + 4y = -\frac{1}{3}y - 3$ $y_2 = b - 5x_2$

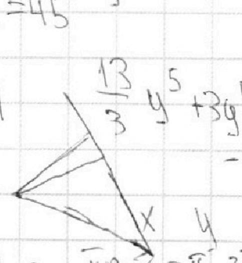
$a(a+d) = e^2\ c^2$ $\log^5_5 2x$ $b - a = 45$

$\frac{13}{3}x^5 = 3x^4 - 1$

$x^5 - \frac{9}{13}x^4 - \frac{3}{13} = 0$ $\frac{1}{5}$ 1 $\frac{13}{3}y^5 + 3y^4 + 1$ $\frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi n}{3} \geq 2\pi n - \frac{3\pi}{2}$

$-\frac{4\pi}{6}$

$\log^5_5 2x + \log^5_5 2y + 3\log_5 2x + 3\log_5 2y = 0$ 18



$\frac{11\pi n}{6} \leq \frac{2\pi}{6}$

$x^4 = \frac{13}{3x} - 3$ $5A = AM$ $\cancel{5x^4+3}$ $\frac{\pi n}{3} \leq \frac{5\pi}{6} - \frac{3\pi}{2}$ $n \leq \frac{1}{11}$

$x^5 + \cancel{\frac{x^3}{3}} + 3x - \frac{13}{3}$ $\frac{\pi n}{3}$ $2x$ $n \leq 1$ $n \geq -\frac{2}{3}$