



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{73}3^{11}5^{14}$, bc делится на $2^{13}3^{15}5^{18}$, ac делится на $2^{14}3^{17}5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- 5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Так как $ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$ $bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$ $ac: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$, то

перемножив их, получаем $(abc)^2: 2^{34} 3^{43} 5^{75}$.

Так как (abc) в квадрате имеет только десятичные

степенные степени, то $(abc)^2$ делится хотя бы на 3^{44} . Так как $ac: 5^{43}$, то $(abc)^2: 5^{86}$.

Значит $(abc)^2: 2^{34} 3^{44} 5^{86}$, тогда $(abc)^2 \geq 2^{34} 3^{44} 5^{86} \Rightarrow$
 $\Rightarrow abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43}$. Если взять числа $a = 2^4 3^7 5^{20}$

$b = 2^8 3^4$ $c = 2^{10} 3^{11} 5^{23}$, то их произведение равно

$2^{17} 3^{22} 5^{43}$, а $ab: 2^7 3^{11} 5^{20} > 2^7 3^{11} 5^{14}$ $bc: 2^{13} 3^{15} 5^{23} > 2^{13} 3^{15} 5^{18}$

$ac: 2^{14} 3^{18} 5^{43} > 2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Тогда наименьшее возможное значение произведения abc - это $2^{17} 3^{22} 5^{43}$.

Ответ: $2^{17} 3^{22} 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

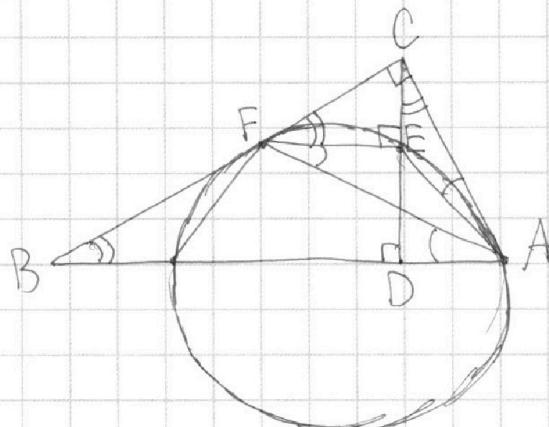
6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Так как $\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{10}{3}$. Пусть

$BD = 10x$, $AD = 3x$.

Так как $\angle C = 90^\circ$; а CD -биссектриса, то $CD^2 = BD \cdot AD = 30x^2 \Rightarrow CD = x\sqrt{30}$.

Так как окружность касается AC вм. A , то $\angle FAC = \angle FEA$. Так как $FE \parallel AB$, то $\angle FEA = \angle FAB$.

$\angle CBA = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - (90^\circ - \angle ACD) = \angle ACD$.

Значит $\triangle AEC \sim \triangle AFB$ по гипотенузе и улам. Тогда

$\frac{EC}{BF} = \frac{AC}{AB}$. $AB = BD + AD = 13x$. $AC = \sqrt{DC^2 - AD^2} =$
 $= x\sqrt{39}$. Пусть $EC = y$. Тогда $BF = \frac{y \cdot AB}{AC} = \frac{y \cdot 13}{\sqrt{39}}$.

Так как $FE \parallel BA \Rightarrow \angle CFE = \angle CBA = \angle ACD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle ADC$ по гипотенузе и улам. Тогда $\frac{FC}{EC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x\sqrt{10^2 + 30^2} - y \cdot 13}{y} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow 2y\sqrt{39} = 3x\sqrt{130} \Rightarrow y = \frac{x \cdot 3\sqrt{130}}{2\sqrt{39}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Коэффициент подобия $\triangle ECF$ и $\triangle DAC = \frac{AD}{EC} = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{30}}{3\sqrt{6}\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{30}}{\sqrt{6}\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Отношение площадей этих треугольников равно коэффициенту подобия в квадрате, то
есть. $\frac{4 \cdot 81}{180} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + \lambda$$

$$\text{ДЛЗ: } \text{мн. } 0 \leq \arccos(x) \leq \pi \Rightarrow 0 \leq 5 \arccos(x) \leq 5\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{3\pi}{2} + \lambda \leq 5\pi \Rightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq \lambda \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + \lambda \Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{\lambda}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\lambda}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10} - \frac{\lambda}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{\lambda}{5}\right)$$

$$\sin x - \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{\lambda}{5}\right) = 0 \Rightarrow 2 \sin\left(\frac{6x - \pi}{10}\right) \cos\left(\frac{4\lambda + 6\pi}{10}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{6x - \pi}{10}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{4\lambda + 6\pi}{10}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \quad | : \frac{6}{\pi}; -9 \leq 1 + 10k \leq 21 \quad | -1;$$

$$-10 \leq 10k \leq 20 \quad | : 10; -1 \leq k \leq 2 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{2},$$

$$\frac{11\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}.$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \pi + \frac{5\pi k}{2} \leq \frac{7\pi}{2} \quad | : \frac{2}{\pi}; -3 \leq 2 + 5k \leq 7 \quad | -2;$$

$$-5 \leq 5k \leq 5 \quad | : 5; -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2}, \pi, \frac{7\pi}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

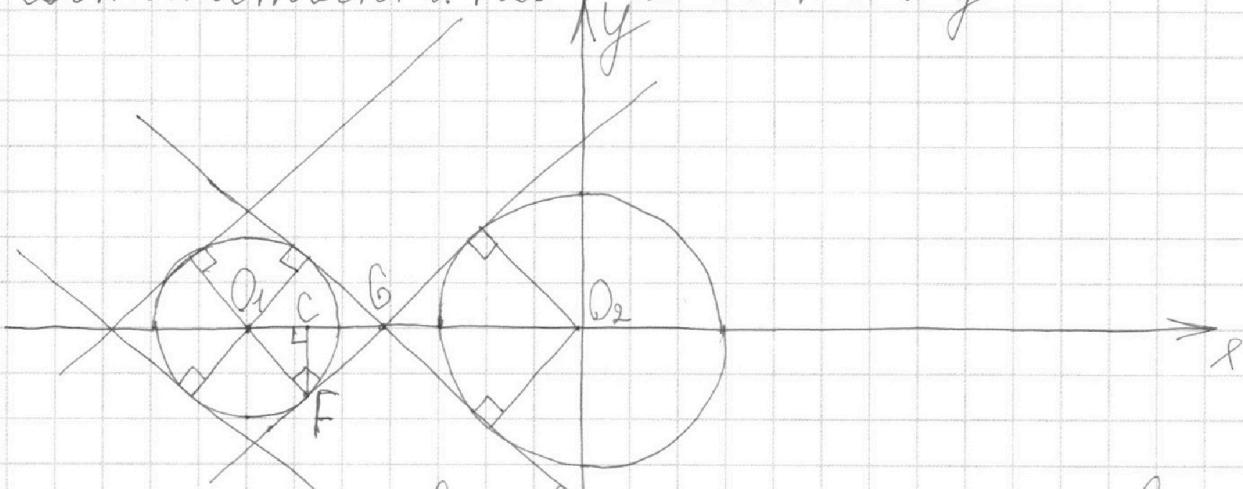
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\{ \begin{aligned} &x + 3ay - 7b = 0 \\ &(x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 + y^2 = 2^2 \Rightarrow (x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$x^2 + y^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 3^2$. Изобразим две окружности
с радиусами 2, 3 и центрами (-7, 0), (0, 0)
соответственно на плоскости Oxy



Это множество является решением второго уравнения системы. Если $a=0$, то для решения первого уравнения $x=7b$, но можно взять любой y . Тогда множество решений первого уравнения - это прямая параллельная оси ординат. и с множеством решений второго уравнения будет иметь не более двух пересечений. Теперь

1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a \neq 0$. Тогда можем переписать первое уравнение как $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$. Это линейная функция. От a зависит ^{старший} коэффициент, а от b зависит значение b при $x=0$.

Если $-\frac{1}{3a} \in (-\infty; -\frac{5\sqrt{6}}{12}] \cup [\frac{5\sqrt{6}}{12}; \infty)$, то прямая $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ будет иметь максимум две точки пересечения с окруженностями. Либо касается изо-
билии, либо пересекает одну из них в двух
точках, а другую не пересекает. Но если
 $-\frac{1}{3a} \in (-\frac{5\sqrt{6}}{12}; \frac{5\sqrt{6}}{12})$ исключая $\{0\}$, то найдется
такое b при котором прямая $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$
будет иметь по два пересечения с каждой
окружностью. Отметим центры $(-7, 0), (0, 0)$
как O_1, O_2 соответственно. Нарисуем общую
касательную, которая пересекает Ox в т. G , а
окружность с центром O_1 касается в точке F ,
отпустив высоту из точки F на Ox с основа-
нием C . $O_1O_2 = 7$. $\frac{O_1G}{O_1O_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow O_1G = \frac{14}{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O_1C = t \Rightarrow t\left(\frac{14}{5} - t\right) = CF^2 \Rightarrow t\left(\frac{14}{5} - t\right)ctg^2 = O_1F^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{10}{7}; CF = \sqrt{\frac{10}{7}\left(\frac{14}{5} - \frac{10}{7}\right)} = \frac{4\sqrt{6}}{7}; OC = \frac{14}{5} - t =$$

$$= \frac{14}{5} - \frac{10}{7} = \frac{48}{35}. \text{ Тогда угол наклона этой общей}$$

касательной будет равен $\frac{5\sqrt{6}}{12}$. Теперь нарисуем симметричную прямую этой касательной относительно Ox , она тоже будет общей касательной этих окружностей и наклон её будет равен $-\frac{5\sqrt{6}}{12}$.

Получаем, что $-\frac{5\sqrt{6}}{12} < \frac{1}{3a} < 0$ и $0 < -\frac{1}{3a} <$

$$< \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow \left(\frac{2\sqrt{6}}{15} < a < 0 \right); \frac{2\sqrt{6}}{15} < a; -\frac{2\sqrt{6}}{15} > a$$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}, \infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7(6x) - 2\log_7 x^7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7 y + 6\log_7 y^7 = \log_y(7^5) - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \log_7(6x) - \frac{2}{\log_7(6x)} = \frac{3}{2\log_7(6x)} - 4 | \cdot 2\log_7(6x) \\ \log_7 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4 | \cdot 2\log_7 y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2\log_7^5(6x) + 8\log_7(6x) - 7 = 0 \text{ сложим данные} \\ 2\log_7^5 y + 8\log_7 y - 7 = 0 \text{ уравнения} \end{cases}$$

$$(\log_7^5(6x) + \log_7^5 y) + 4(\log_7(6x) + \log_7 y) = 0$$

Каждое из слагаемых в скобках делится
на $(\log_7(6x) + \log_7 y)$. Тогда этот множи-
тель может равняться нулю.

$$\log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Так как $\log_7 6x, \log_7 y < \infty$ и уравнения,
которые мы сложили, пятой степени, то
они однозначно будут иметь решение
без один корень. Так как производные
этих уравнений $10\log_7^4(6x) + 8, 10\log_7^4 y + 8$
всегда положительные, то каждое из

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

уравнений

них имеем по одному корню. Если у
уравнения $2\log_7(6x) + 8\log_7(8x) = 0$ корень
равен $\log_7(6x) = t$, то для второго урав-

нения $2\log_7^5 y + 8\log_7 y + 7 = 0$ подойдет корень
 $\log_7 y = -t$ и он будет единственным.

Сумма этих корней как раз равна нулю.
Значит $\log_7(6x) + \log_7 y = \log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $xy = \frac{1}{6}$.



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7 x.$$

$$-\log_{x^2} 4^2 - \log_{3x^2} 7 \quad \frac{2}{5}$$

$$-\log_{3x^2} 7^5$$

$$4y^{\frac{3}{2}}$$

$$x^4 - \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2} - 4$$

$$y^4 + \frac{6}{y} = \frac{2y}{y^5} - 4$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 8x = 7 \\ 5y^5 + 20y = -28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 8x - 7 = 0 \\ 5y^5 + 20y + 28 = 0 \end{cases}$$

$$2y^5 - 8y + 7 = 0$$

$$(x^5 - 8y^5) + 4(x + y) = 0$$

$$(x + y)(x^4 -$$

$$\begin{cases} 2x^5 - 4 = 3 - 8x \\ 5y^5 + 30 = 2 - 20y \end{cases}$$

$$10x^4 + 8 = 0$$

$$2y^5 + 12 = 5 - 8y$$

$$10x^4$$

$$2y^5 - 8y + 7 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

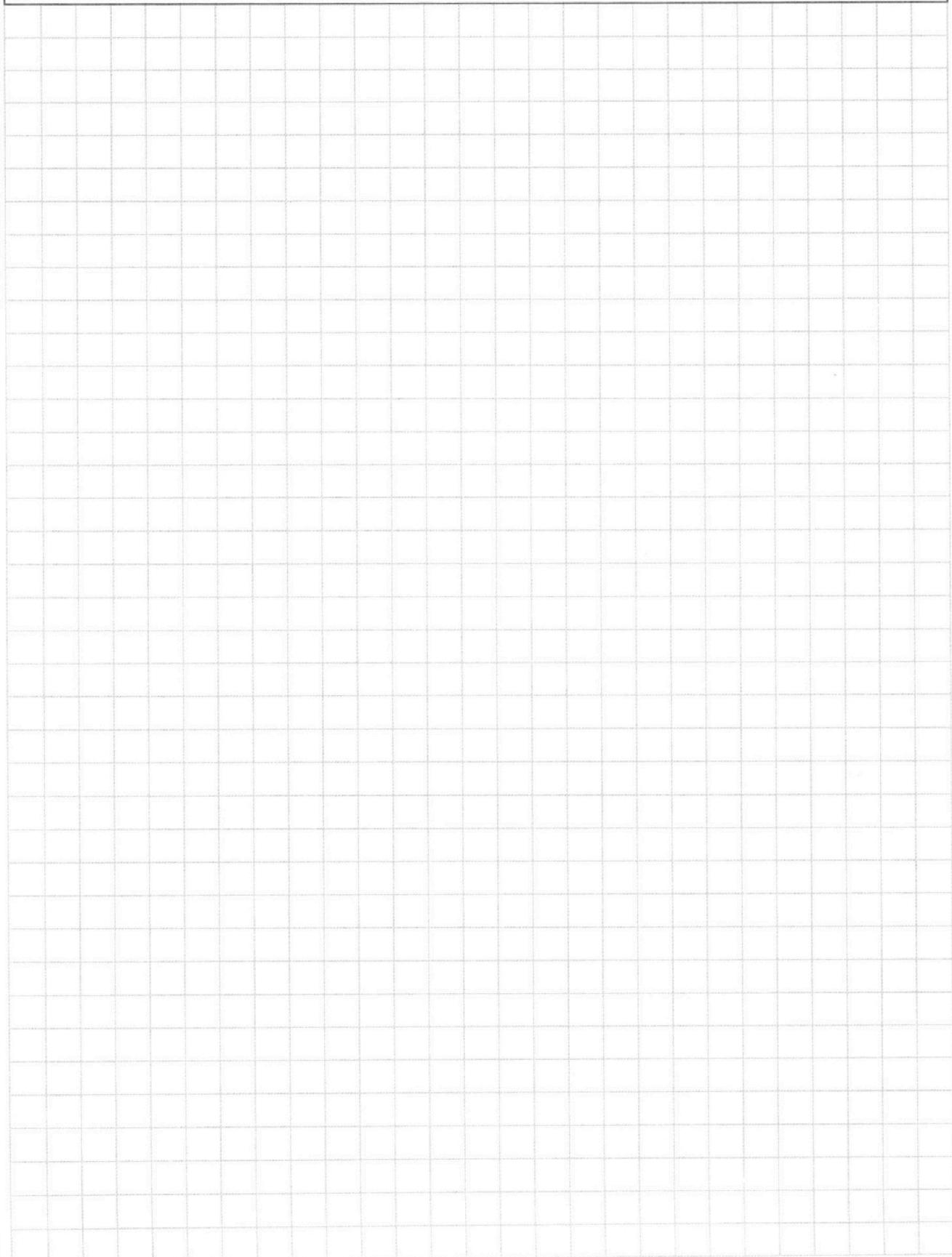
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < 0 \quad \log_{36x^2} \left(\frac{343}{(3bx^2)^4} \right) \\ -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$-5a\sqrt{6} < -4 < 0 \quad \log_{36x^2} 7 = \log_{36x^2} 7 - 4 \\ 5a\sqrt{6} > 4 > 0 \quad \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\log_{36x^2} 4 + \log_{36x^2} 343$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$0 < -4 < 5a\sqrt{6}$$

$$-\frac{4}{5\sqrt{6}} < a$$

$$0 > a > -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\log_{36x^2}(7^4 7^3)$$

$$\boxed{\log_{36x^2}(7^7)}$$

$$343$$

$$-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\begin{array}{r} 3431 \\ 228 \quad | \\ \hline 63 \end{array}$$

$$5a\sqrt{6} > 4 > -5a\sqrt{6}$$

$$7^3$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}} > -a$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



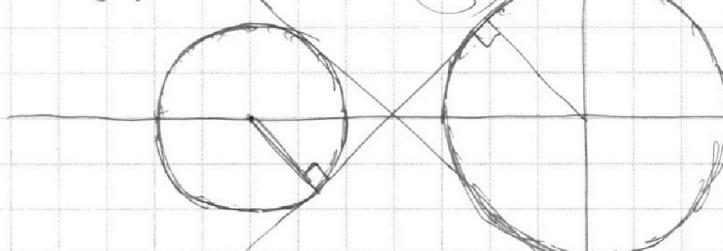
KW35.5

74812

$$\frac{5\sqrt{6}}{48} = \frac{1}{3a}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$a = \frac{4}{5\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{15}$$



$$3ay = 7b - x$$

$$y = \frac{7b - x}{3a}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$x^2 + 14x + 45 + y^2 = 4$$

$$(x+7)^2 - ey^2 = 2^2$$

$$-ax + 7ab$$

$$\frac{10(48)}{7\sqrt{35}} - \frac{50}{35} ax + ab.$$

$$x = \frac{20}{14} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{14a}{5} = 4$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{7}$$

$$x\left(\frac{14}{5} - x\right)ax^2 = 4$$

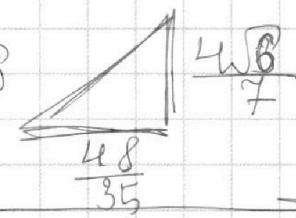
$$\frac{2 \cdot 48}{49}$$

14

$$-\frac{1}{3a} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

$$12 = 15a\sqrt{3}$$

$$4 = 5a\sqrt{3}$$



$$\frac{KW35.5}{748.12} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

$$\frac{KW35.5}{748.12} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\frac{2 \cdot 48}{49}$$

$$\frac{72}{5}$$

$$\frac{\sqrt{6} \cdot 8}{7}$$

$$\frac{14}{5}$$

$$16 \cdot 8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2^{\frac{34}{3}} \cdot 3^{\frac{43}{5}} \cdot 5^{\frac{75}{2}} \leq abc$$

$$\frac{-3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3} \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$2^{\frac{34}{3}} \cdot 3^{\frac{44}{5}} \cdot 5^{\frac{76}{2}} \leq abc$$

$$-\pi \leq \pi + \pi k \leq 2\pi$$

$$2^{\frac{17}{3}} \cdot 3^{\frac{22}{5}} \cdot 5^{\frac{43}{2}} \leq abc$$

$$-10 \leq \pi k \leq 20$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \boxed{14} \\ + 32 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 43 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$a = \sqrt{2^8 \cdot 3^{18} \cdot 5^{39}}$$

$$b = \sqrt{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^7}$$

$$c = \sqrt[3]{2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{18}}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^8$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{28}$$

$$bac: 5^{32}$$

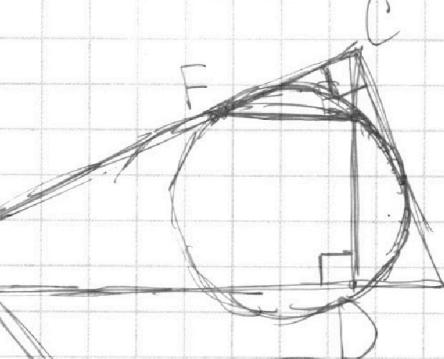
$$\frac{\pi}{6} + \frac{10\pi k}{6}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

B

B

C



C

A

$$\frac{-\pi}{6} - \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{2\pi}{6}$$

$$\frac{2\pi}{2} + \frac{5\pi k}{2}$$

$$\frac{-3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{13}{10}$$

$$\frac{-3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{7\pi}{2}$$

$$-1 \leq k \leq 1$$

$$-5 \leq 5k \leq 5$$

$$\frac{-3\pi}{2} \leq \pi + 5\pi k \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$-3 \leq 2 + 5\pi k \leq 7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin \varphi$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{12} - \frac{3\pi}{10} - \frac{8}{5}\right)$$

$$\sin \varphi = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{8}{5}\right)$$

$$4\varphi - 4\pi = 5\pi + 10\pi k$$

$$\varphi = \pi + \frac{5\pi k}{2}$$

$$\frac{6\varphi - 6\pi}{10} = \pi k$$

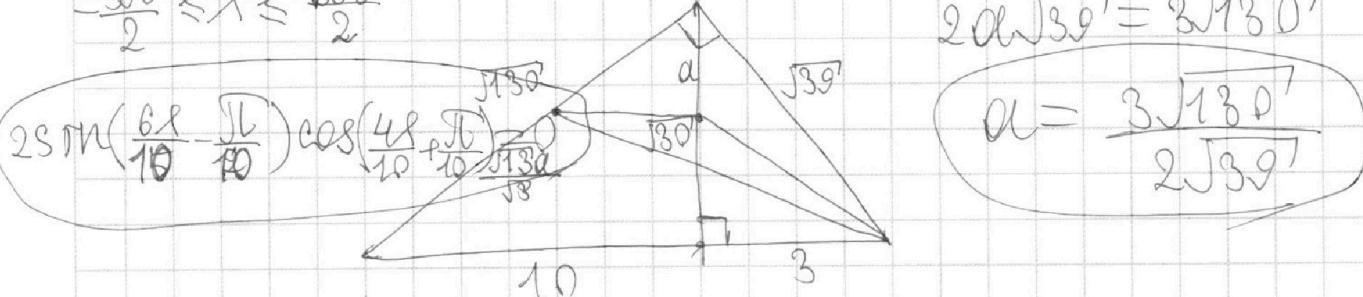
$$6\varphi = \pi + 10\pi k$$

$$\frac{6 \cdot 4 \cdot 39}{6 \cdot 130} = \frac{156}{180} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} - \varphi \leq 5\pi$$

$$\sqrt{39}$$

$$\frac{-3\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{2}$$



$$2\sin\left(\frac{6\varphi}{10} - \frac{\pi}{10}\right) \cos\left(\frac{4\varphi}{10} + \frac{\pi}{10}\right) \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{39}}$$

$$\frac{8\sqrt{2}\sqrt{39}}{2\sqrt{130}}$$

$$\frac{13a}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{13}a}{\sqrt{3}}$$

~~sin α + sin β~~

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$$