

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

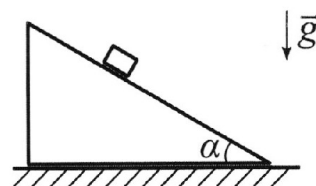
1. Шайба массой $m=0,4$ кг движется поступательно по гладкой горизонтальной плоскости. Скорость шайбы изменяется со временем по закону $\vec{V}(t)=\vec{V}_0\left(\frac{t}{T}-1\right)$, здесь $\vec{V}_0$ – вектор начальной скорости, модуль начальной скорости $V_0=2$ м/с, постоянная $T=4$ с.

1. Найдите путь S , пройденный шайбой за время от $t=0$ до $t=3T$.
2. Найдите модуль F горизонтальной силы, действующей на шайбу.
3. Найдите работу A силы F за время от $t=0$ до $t=T$.

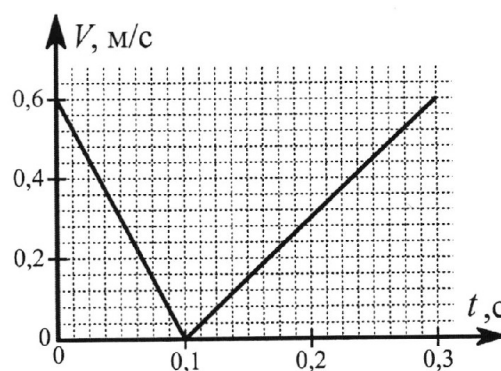
2. Камень брошен под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту. За первые $T=2$ с полета модуль скорости камня уменьшился в два раза. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Найдите вертикальное перемещение H камня за первые $T=2$ с полета.
2. Найдите модуль $|\vec{r}(T)|$ перемещения камня за первые $T=2$ с полета.
3. Найдите радиус R кривизны траектории камня в момент времени $T=2$ с.

3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется по покоящемуся клину. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Поступательное движение шайбы до и после остановки происходит по одной и той же прямой. Масса шайбы $m=0,4$ кг, масса клина $1,5m$. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.
2. Найдите модуль N силы нормальной реакции, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с.
3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клина по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $0 < t < 0,3$ с?





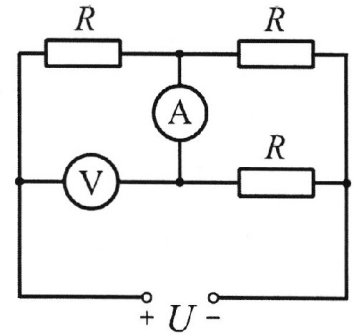
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. В электрической цепи (см. схему на рис.) сопротивления трех резисторов одинаковы и равны $R = 200$ Ом. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения $U = 120$ В. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало по сравнению с R , сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с R .



1 Найдите силу I тока, текущего через источник.

2 Найдите показание I_A амперметра.

3 Какая мощность P рассеивается в цепи?

5. В калориметр, содержащий воду при неизвестной температуре t_1 °С, помещают лед, температура которого $t_2 = -20$ °С. Масса льда равна массе воды. После установления теплового равновесия отношение массы воды к массе льда $n = 11/9$.

1. Найдите долю δ массы льда, превратившейся в воду.

2. Найдите начальную температуру t_1 воды калориметре.

В теплообмене участвуют только лед и вода. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг, температура плавления льда $t_0 = 0$ °С.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 \left(\frac{t}{T} - 1 \right)$$

$$V_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}; T = 4 \text{ с}$$

1. S - ?

от $t = 0$ до $t = 3T$

2. F - ?

3. A - ?

от $t = 0$ до $t = T$

Решение:

1) Магда движется вдоль одной пр. Введём ось Ox вдоль этого движи.

Понимая, что $V_{0x} > 0$

$$V_x(t) = V_{0x} \left(\frac{t}{T} - 1 \right) = t \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x}$$

$$S = \int_{0}^{3T} V_x(t) dt = \int_{0}^{3T} \left(t \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x} \right) dt =$$

$$= \left| \int_{0}^{T} \left(t \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x} \right) dt \right| + \int_{T}^{3T} \left(t \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x} \right) dt =$$

$$= \left| \frac{T^2}{2} \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x}T \right| + \left(\frac{9T^2}{2} - \frac{T^2}{2} \right) \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x}(3T - T) =$$

$$= \frac{1}{2} V_{0x}T + 4V_{0x}T - 2V_{0x}T = 2,5 V_{0x}T = 20 \text{ м}$$

2) $F_x = \max | a_x = \frac{dV_x}{dt}$ (Проверим, что $d(V_x(t)) = dV_x = \text{const}$)

$$d(V_x(t)) = d\left(V_{0x} \left(\frac{t}{T} - 1 \right)\right) = d\left(t \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x}\right) =$$

$$= dt \cdot \frac{V_{0x}}{T} = \text{const}$$

$$\text{Получим } a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{dt \cdot \frac{V_{0x}}{T}}{dt} = \frac{V_{0x}}{T} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F = F_x = \max = 0,4 \text{ кг} \cdot 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 0,2 \text{ Н}$$

3) $F_x \equiv F$, но $A \neq F \cdot S_3(t)$ | нарисуем график от $t = 0$ до $t = T$: $V_x \leq 0$

Получим $S_0 = S(T)$ Получим $A = F \cdot S_0$

$$S_0 = \left| \int_{0}^{T} V_x(t) dt \right| = \left| \frac{T^2}{2} \cdot \frac{V_{0x}}{T} - V_{0x}T \right| = 0,5 V_{0x}T = 4 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = F \cdot S_0 = \text{max} \cdot 0,5 V_0 \times T = 0,2 \text{ Н} \cdot 4 \text{ м} = 0,8 \text{ Дж}$$

Ответ: $S = 20 \text{ м}$; $F = 0,2 \text{ Н}$; $A = 0,8 \text{ Дж}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$T = 2c$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

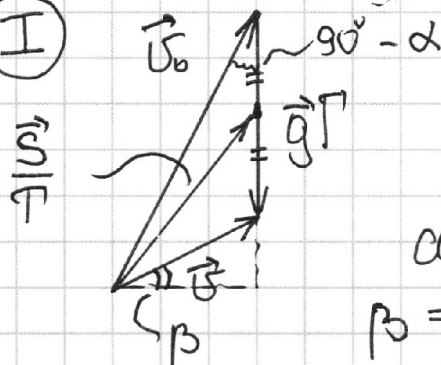
1) H - ? за $T = 2c$

2) $|\vec{r}(T)|$ - ?

3) R - ? ~~за~~ время .

$$T = 2c$$

(I)



Решение:

1) Изобразим паёт камня в вектор-
ном виде:

$$\text{При } v = \frac{v_0}{2}$$

и $\alpha = 60^\circ$ у нас
есть 2 возм. вар.
напр. вектора $\vec{v}$
(см. рис.)

Рассмотрим
каждый из них:

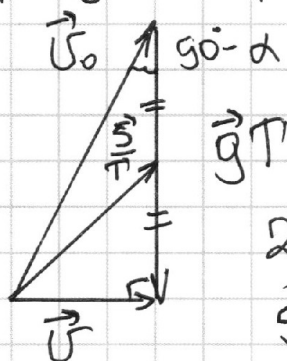
$$\text{По } v_0 \cos \alpha = v \cos \beta$$

$$2v \cos \alpha = v \cos \beta$$

$$\cos \beta = 2 \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$\beta = 0$ (I и II сл. вырождаются
ся друг в друга)

Перерисуем картинку:



Из рис сразу видно, что

$$H = \frac{gT}{2} \cdot T = 20 \text{ м}$$

2) Из рис. $|\vec{r}(T)| = |\vec{s}| = S$

$$S = \sqrt{H^2 + v^2 T^2}$$

Найдём v по Пифагора:

$$4v^2 + v^2 = g^2 T^2 \quad | \quad v = \frac{gT}{\sqrt{5}} = \frac{gT}{\sqrt{3}}$$

Подставим в выражение: G



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |\vec{r}(T)| &\equiv S = \sqrt{H^2 + U^2 T^2} = \sqrt{H^2 + \frac{g^2 T^4}{3}} = \sqrt{400 \text{ м}^2 + \frac{100 \cdot 256 \text{ м}^2}{5}} = \\ &= \sqrt{400 \text{ м}^2 + 20 \cdot 256 \text{ м}^2} = \sqrt{20 \cdot 276 \text{ м}^2} = \\ &= \sqrt{H^2 + \frac{g^2 T^4}{3}} = \sqrt{400 \text{ м}^2 + \frac{100 \cdot 256 \text{ м}^2}{5}} \text{ м} = \frac{\sqrt{9 \cdot 400 + 4800}}{3} \text{ м} = \\ &= \frac{\sqrt{8400}}{3} \text{ м} = \frac{\sqrt{84 \cdot 10}}{3} \text{ м} = \frac{20\sqrt{21}}{3} \text{ м} \end{aligned}$$

3) Чтобы найти R нам нужно заметить, что в данный момент вр. ск. $\vec{v}$ - горизонтальна.
Т.к. $\vec{g} \parallel \vec{a}_n$ и $\vec{g} \equiv \vec{a}_n$ (ед. ускор. действ. на камень)
и $R = \frac{U^2}{a_n} = \frac{U^2}{g} = \frac{g^2 T^2}{3g} = \frac{40}{3} \text{ м} = 13\frac{1}{3} \text{ м}$

Ответ: $H = 20 \text{ м}$; ~~$|\vec{r}(T)| = 20\sqrt{2}$~~ ; $|\vec{r}(T)| = \frac{20\sqrt{21}}{3} \text{ м}$;
 $R = 13\frac{1}{3} \text{ м}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$m; 1,5m; g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

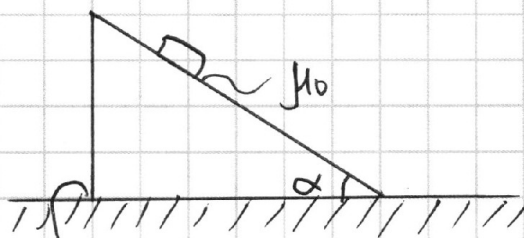
$$1) \sin \alpha - ?$$

$$2) N - ? \quad 0 < t < 0,1 \text{ с}$$

$$3) \mu - ? \quad 0 < t < 0,3 \text{ с}$$

(пока)

Решение:



Определим первоначальные

напр. скорости:

Пусть $0 < t < 0,1 \text{ с}$ - I уз.

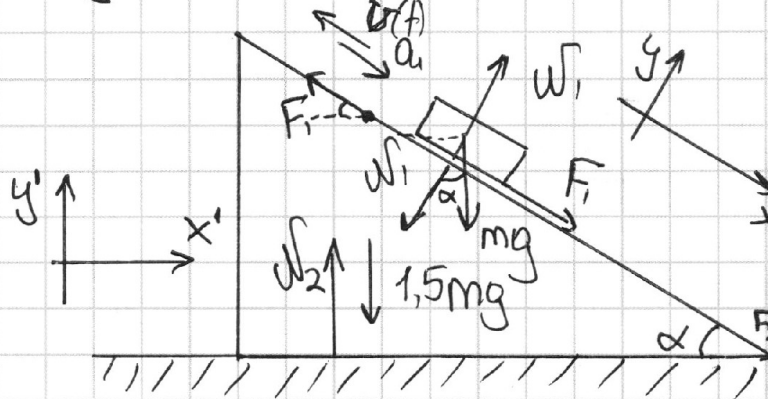
Модуль коэфф. трения $0,1 < t < 0,3 \text{ с}$ - II уз.

на I уз. > , чем на II, т.е. больше модуль ускор. (равног.) и большее кол-во сил направлено в одну ст.

Зн. снаггма шайба движется вверх.

I уз:

Расставим силы (кишечный)



II уз-н Ньютона:

$$O_x: mg \sin \alpha + F_1 = ma_1$$

$$+ O_y: N_1 = mg \cos \alpha$$

По 3-ней Кулона. Амонт
моме:

$$F_1 = \mu_0 N_1 = \mu_0 mg \cos \alpha$$

$$\text{По } mg \sin \alpha + \mu_0 mg \cos \alpha = ma_1$$

$$g^2 (\sin^2 \alpha + 2\mu_0 \sin \alpha \cos \alpha + \mu_0^2 \cos^2 \alpha) = a_1^2$$

$$g (\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha) = a_1 \quad (1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = |k_1| = \left| \frac{\Delta V_1}{\Delta t_1} \right| = \frac{0,6}{0,1} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Запишем II 3-х Ньютона для II у2 (брусок, в тех же осях): $\rightarrow$ сила F_1 поменяет своё напр.

$$Ox: mg - F_1 = ma_2$$

$$Oy: mg \cos \alpha = N_1$$

Аналогично получаем $g(\sin \alpha - \mu_0 \cos \alpha) = a_2$ (2)

$$a_2 = |k_2| = \left| \frac{\Delta V_2}{\Delta t_2} \right| = \frac{0,6}{0,3} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

(1) + (2):

$$g \cdot 2 \sin \alpha = a_1 + a_2$$

$$\sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = \frac{8}{20} = 0,4$$

$$\left(\begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \\ &= \sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84} \end{aligned} \right)$$

2) I у2 ($N \equiv N_2$) запишем II 3-х Ньютона для кин- на на оси ~~Ox~~ Ox' ; Oy' .

$$Oy': N_2 = N = 1,5mg + N_1 \cos \alpha - F_1 \sin \alpha$$

$$N = 1,5mg + mg \cos^2 \alpha - \mu_0 mg \cos \alpha \sin \alpha$$

Найдём μ_0 , для этого опять обратимся к ур-н

n.1 (1): $g \sin \alpha + g \mu_0 \cos \alpha = a_1$

подставим $\mu_0 = \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g \cos \alpha}$

$$N = 1,5mg + mg \cos^2 \alpha - \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} mg \cos \alpha \sin \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} N &= mg(1,5 + \cos^2 \alpha - \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g} \sin \alpha) = \\ &= 4H \cdot (1,5 + 0,84 - 0,2 \cdot 0,4) = (1,5 + 0,76) \cdot 4H = 2,26 \cdot 4H = \\ &= 9,04H \end{aligned}$$

3) Теперь запишем II закон Ньютона для камня на ось Ox' (для II yr)

И заменим своё напр. (соотв. уб. N_2)

В этом случае $N_2 = N + 2F \sin \alpha$ 4H

$$\begin{aligned} N_2 &= N + 2 \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g} mg \sin \alpha = 9,04H + 0,16 \cdot \cancel{4H} = \\ &= 9,68H \end{aligned}$$

Пб $N_1(\cos 90^\circ - \alpha) = N_1 \sin \alpha \vee F \cos \alpha$

$$mg \cos \alpha \sin \alpha \vee \mu_0 mg \cos^2 \alpha$$

$$\sin \alpha \vee \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \cos \alpha$$

$$0,4 \vee 0,2$$

$$N_1 \sin \alpha > F \cos \alpha$$

Пб $Ox' : \cancel{N_1 \sin \alpha} \quad N_1 \sin \alpha - F \cos \alpha \leq \mu N_2$

$$mg \cos \alpha \left(\sin \alpha - \frac{a_1 - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \cos \alpha \right) \leq \mu N_2$$

$$\mu \geq \frac{mg \cos \alpha \cdot 0,2}{N_2} = \frac{0,2 \cdot 4H \cdot \sqrt{0,84}}{9,68H} = \frac{80\sqrt{0,84}}{968}$$

Ответ: $\sin \alpha = 0,4$; $N = 9,04H$; $\mu \geq \frac{80\sqrt{0,84}}{968}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 ИЗ **1**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$R = 200 \Omega$$

$$U = 120 \text{ В}$$

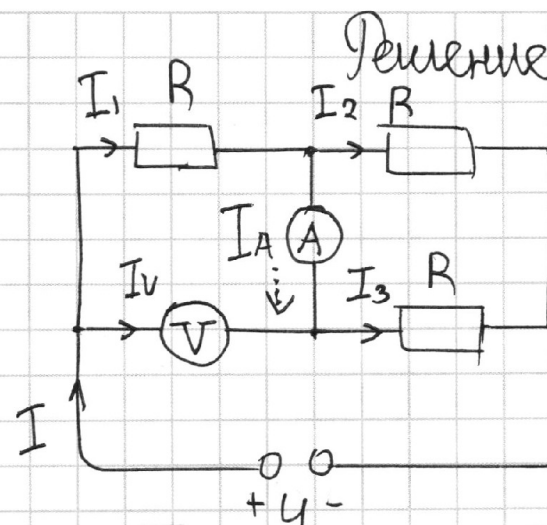
$$R_V \gg R \gg R_A$$

1) I - ?

2) I_A - ?

3) P - ?

Решение:



Это несбалансированная мостовая схема.

$$R_V \gg R, \text{ зч}$$

$$I_V \ll I$$

$$\text{и } I \approx I_1$$

1) Поскольку I_V мал, то ток I_A течёт вниз, но из-за того, что $R_A \ll R$, то сопротивление правой верхней ветки и правой нижней (включая R_A) приблизительно равны, следовательно

$$I_2 \approx I_3 \approx \frac{I}{2}$$

Делая обход цепи получаем, что $U = (I_1 + I_2 + I_3)R = 2IR = I_1R + I_2R = 1,5IR$

$$I = \frac{U}{1,5R} = \frac{120 \text{ В}}{300 \Omega} = 0,4 \text{ А}$$

2) Из выше сказанного следует, что $I_A = I_3 = \frac{I}{2} = 0,2 \text{ А}$

3) Считая P , пользуемся определением,

$$P = U \cdot I = 120 \text{ В} \cdot 0,4 \text{ А} = 48 \text{ Вт}$$

Ответ: $I = 0,4 \text{ А}$; $I_A = 0,2 \text{ А}$; $P = 48 \text{ Вт}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$t_2 = -20^\circ\text{C}$$

$$m_b = m_u = m$$

$$n = \frac{m_{b'}}{m_{u'}} = \frac{11}{9}$$

$$1) \delta = \frac{\Delta m_u}{m_u} \rightarrow \text{пробр. в воду}$$

$$2) t_1 = ?$$

$$c_u = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$c_b = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\lambda = 3,36 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$t_0 = 0^\circ\text{C}$$

Решение

Поскольку вещество не исчезло из калориметра (и теплопотери мы пренебрегаем) и $n = \frac{m_{b'}}{m_{u'}} > 1$, зн. лёд частично расплавился, но не весь и кон. температура содержимого равна t_0 .

Запишем УПТБ:

$$c_b m_b (t_0 - t_1) + c_u m_u (t_0 - t_2) + \delta m_u \lambda = 0$$

$$c_b \lambda (t_1 - t_0) = c_u \lambda (t_0 - t_2) + \delta \lambda m_u$$

Для нахождения t_1

δ найдём из ур-ий:

$$\begin{cases} n m_{u'} = m_{b'} \\ m_u = m_b \\ m_u + m_b = m_{u'} + m_{b'} = 2m \\ \delta = \frac{m_u - m_{u'}}{m_u} \end{cases} \quad \begin{aligned} m_{u'} &= \left| \frac{m_{b'}}{n} \right| \\ m_{u'} + m_{b'} &= 2m = \\ &= (1+n) m_{u'} \end{aligned}$$

$$\text{По } \delta = \frac{\lambda - \frac{2}{1+n}\lambda}{\lambda} = 1 - \frac{2}{\frac{20}{9}} =$$

$$= 0,1$$

$$\begin{cases} m_{u'} = \frac{2}{1+n} m \\ m_u = m \end{cases}$$

2) Используя написанные выше УПТБ, находим

$$c_b t_1 - c_b t_0 = c_u t_0 - c_u t_2 + \delta \lambda$$

$$t_1 = \frac{-c_u t_2 + \delta \lambda}{c_b} = \frac{2100 \cdot 20 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 0,1 \cdot 3,36 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}} =$$

$$= \frac{4,2 \cdot 10^4 + 3,36 \cdot 10^4}{4,2 \cdot 10^3} ^\circ\text{C} = \frac{7,56 \cdot 10^4}{4,2} ^\circ\text{C} = \frac{378}{21} ^\circ\text{C} = 18^\circ\text{C}$$

Ответ: $\delta = 0,1$; $t_1 = 18^\circ\text{C}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

