МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω.

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\dfrac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B, а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B.

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC, проходящую через вершину C, в точке Y; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω. Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1) $ab \vdots 3^{11} \cdot 7^{11}$; $bc \vdots 3^{18} 7^{16}$; $ac \vdots 3^{21} 7^{38}$ =>

$ab \cdot bc \cdot ac \vdots 3^{11} \cdot 3^{18} \cdot 3^{21} \cdot 7^{11} \cdot 7^{16} \cdot 7^{38}$

$a^2 b^2 c^2 \vdots 3^{50} \cdot 7^{65}$ => $abc \vdots 3^{25} \cdot 7^{\frac{65}{2}}$, однако

$abc \vdots ac$ => $abc \vdots 3^{21} \cdot 7^{38}$, отсюда:

$abc \vdots 3^{25} \cdot 7^{38}$, приводя пример возьмем числа: $a = 3^7 \cdot 7^{11}$; $b = 3^4$; $c = 3^{14} \cdot 7^{27}$, нетрудно убедиться что пример выполняет условия задачи, а также $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$, а т.к $abc \vdots 3^{25} \cdot 7^{38}$, а значит $abc = k \cdot 3^{25} \cdot 7^{38}$ при $k=1$ выполняется минимальный случай, а $k=1$ соотв-ет нашему примеру, значит приведен наименьший случай.

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3 Решить:

$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = -4x+1$ | домножим на сопряженное $(\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3})$:

$2x^2-3x+4-2x^2-x-3 = -4x+1 \mid (\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3})$

$-4x+1 = (-4x+1)(\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3}) \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l} -4x+1=0 \quad \underline{x=\frac{1}{4}=0.25} \\ \sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3}=1 \ (1) \end{array}\right.$

(1): докажем: $\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3}>1$ (I)

рассм: $\sqrt{2x^2-3x+4}$ подкоренное выражение достигает минимума при $x=\frac{3}{4}=\frac{-b}{2a}$:

$2\cdot\frac{9}{16}-3\cdot\frac{3}{4}+\frac{64}{16}=\frac{18-36+64}{16}=\frac{46}{16}=2\frac{14}{16} \Rightarrow$

$\sqrt{2x^2-3x+4} \geq \sqrt{\frac{46}{16}}>1$, а т.к. $\sqrt{2x^2+x+3}\geq 0$,

то тем самым доказано тождество (I)

$\Rightarrow$ (1) невыполнимо т.к. противоречит (I).

Ответ: $\underline{x=0.25}$

P.S: домножать на $\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3}$ мож-но т.к. сумма корней всегда ≥ 0.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$0 = 4^2 + \frac{17^2}{4} - 68\cos\alpha - x^2 - \frac{17^2}{4}$ (продолжение №4)

$x^2 = 16 - 68\cos\alpha$. (7)

по т. косинусов для $\triangle O_1OZ$: $O_1Z^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 - 2\cos(180^\circ - \alpha)\left(\frac{17^2}{2}\right)$ (5), подставив тождество (1), получим: $\frac{578}{4} + 2\cos\alpha \cdot \frac{289}{4}$, по т. Пифагора для $\triangle O_1YZ$: $O_1Z^2 = x^2 + 4^2$

(6), (7)→(6): $O_1Z^2 = 32 - 68\cos\alpha$

(5) и (6): $\begin{cases} O_1Z^2 = \frac{578 + 578\cos\alpha}{4} \\ O_1Z^2 = 32 - 68\cos\alpha \end{cases}$

$0 = \frac{578 + 578\cos\alpha}{4} - 32 + 68\cos\alpha \quad | \cdot 4$

$0 = 578 + 578\cos\alpha - 128 + 272\cos\alpha$

$850\cos\alpha = -450$

$\cos\alpha = -\frac{9}{17}$ (8)

(8)→(7): $x^2 = 16 - 68\left(-\frac{9}{17}\right) = 16 + 36 = 52 \Rightarrow$

$x = 2\sqrt{13} \Rightarrow$ Ответ: $2\sqrt{13}$

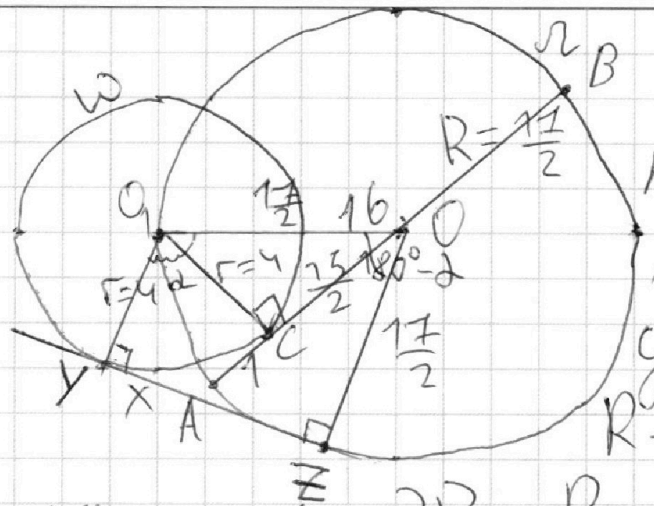
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4)



пусть XZ – общая касательная, тогда X – её длина. AB – диаметр $\Omega = 2R$, R – радиус Ω) $= AC + CB$

тогда: $1 + 16 = 2R$. $R = 8.5 = \frac{17}{2}$. O – центр Ω, O_1 – центр ω, r – радиус ω. $OC = AO = R$; $AO - AC = R - 1 = \frac{15}{2}$ тогда по т. Пифагора ($\angle O_1CO$ – прямой т.к. O_1C – радиус в т. касания): $r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{64}{4} = 16 \Rightarrow$

$r = \pm 4$ (-4 – посторон. реш.) $\Rightarrow r = 4$. Пусть $\angle YO_1O = \alpha$, тогда $\angle O_1OZ = 360° - 90° - 90° - \alpha = 180° - \alpha$, известно, что $\cos(\alpha) = -\cos(180° - \alpha)$, тогда по т. косинусов для $\triangle YO_1O$: $YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} - 2\cos\alpha \cdot 4 \cdot \frac{17}{2}$ (4) по т. Пифагора для $\triangle O_1YZ$: $YO^2 =$

$= x^2 + \frac{17^2}{4}$ (3) (3) и (4): $\begin{cases} YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} - \cos\alpha \cdot 68 \\ YO^2 = x^2 + \frac{17^2}{4} \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5) $\begin{cases} 3x+2y=z & (1) \\ \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z} & (2) \end{cases}$

$(1)\to(2)$: $\frac{3y+x}{xy}=\frac{2}{3x+2y}$

$2xy=(3x+2y)(3y+x)$

$2xy=9xy+6y^2+3x^2+2xy$

$3x^2+9xy+6y^2=0$, решим как квадратное ур-е отн. x:

$D=81y^2-72y^2=9y^2>0$

$x_{1,2}=\frac{-9y\pm 3y}{6}=-2y;-y$. т. $x=-2y$ (3)

$x=-y$ (4)

(5) $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ $(1)\to(5)$: $\frac{3x^2-4y^2-(3x+2y)^2}{x^2-6y^2}=$

$=\frac{3x^2-4y^2-9x^2-12xy-4y^2}{x^2-6y^2}=\frac{-6x^2-12xy-8y^2}{x^2-6y^2}$ (6)

$(3)\to(6)$: $\frac{-24y^2+24y^2-8y^2}{4y^2-6y^2}=4$

$(4)\to(6)$ $\frac{-6y^2+12y^2-8y^2}{y^2-6y^2}=\frac{2}{5}$, из этих значений наибольшее $=4$ => Ответ: 4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

(3) $5|x+6-y-6| = 1{,}25|x+6||y+6|$

$5|x-y| = 1{,}25|x+6||y+6| \mid \cdot 4$, и подставим (4)

$8xy = 5|x+6||y+6|$

$8xy = 6xy + 36y + 36x + 216$, подставим (5)

$4|48-y|y = 6($

$+2xy = 36y + 36x + 216 \mid :2$

$\cancel{xy = 36y + 36x + 216}$

$\cancel{xy = 18y + 18x + 108}$, подставим (5)!

$|48-y|y = 18y + 18|48-y| + 108$

$\cancel{48y - y^2 = 108 + 18 \cdot 48}$

$8xy = 5|x+6||y+6|$

$8xy = 5xy + 30y + 30x + 180$,

$3xy = 30y + 30x + 180 \mid :3$

$xy = 10y + 10x + 60$ | подставим (5)

$|48-y|y = 10y + 10|48-y| + 60$

$-y^2 + 48y = 540$

$-y^2 + 48y - 540 = 0$

$D = 2304 - 2160 = 144 = 12^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6) пусть S - расстояние до AB; x - скорость мотоциклиста; y - скорость велосипедиста.

	V_1	t_1	t_2	V_2	t_3	V_3
мото	x	$\frac{S}{x}$	$\frac{S}{y}$	x	$\frac{S}{x+6}$	$x+6$
вело	y	$\frac{S}{y}$	$\frac{S}{x}$	y	$\frac{S}{y+6}$	$y+6$

$V_{1,2,3}$ - скорости соответ-щих заз-дия в км/ч, $t_{1,2,3}$ - времена.

тогда по условию задачи составим сист-я.

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 \quad |\cdot xy \\ x\frac{S}{y} - y\frac{S}{x} = 96 \quad |\cdot xy \\ \frac{S}{y+6} + \frac{S}{x+6} = 1{,}25 \quad |\cdot (y+6)(x+6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Sx - Sy = 2xy \quad (1) \\ x^2S - y^2S = 96xy \quad (2) \\ S(x+6) - S(y+6) = 1{,}25(y+6)(x+6) \quad (3) \end{cases}$$

(1): $S(x-y) = 2xy \quad (4)$

$S = \frac{2xy}{x-y} \quad (4)$

$(4) \to (2)$ $\frac{2x^3y}{x-y} - \frac{2xy^3}{x-y} = 96xy \quad |\cdot x-y$

$2xy(x^2-y^2) = 96xy(x-y) \quad |:2xy$

$x^2-y^2 = 48(x-y) \quad |:(x-y)$

$x+y = 48$

$x = 48-y \quad (5)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$y_{1,2} = \frac{-48 \pm 12}{-2} = 30;\ 18$ | 30 – л.р. т.к V мотоциклиста, очевидно больше) $\Rightarrow y = 18 \Rightarrow x = 30$, подставив в (4): $S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{30 - 18} = 3 \cdot 30 = 90$ км

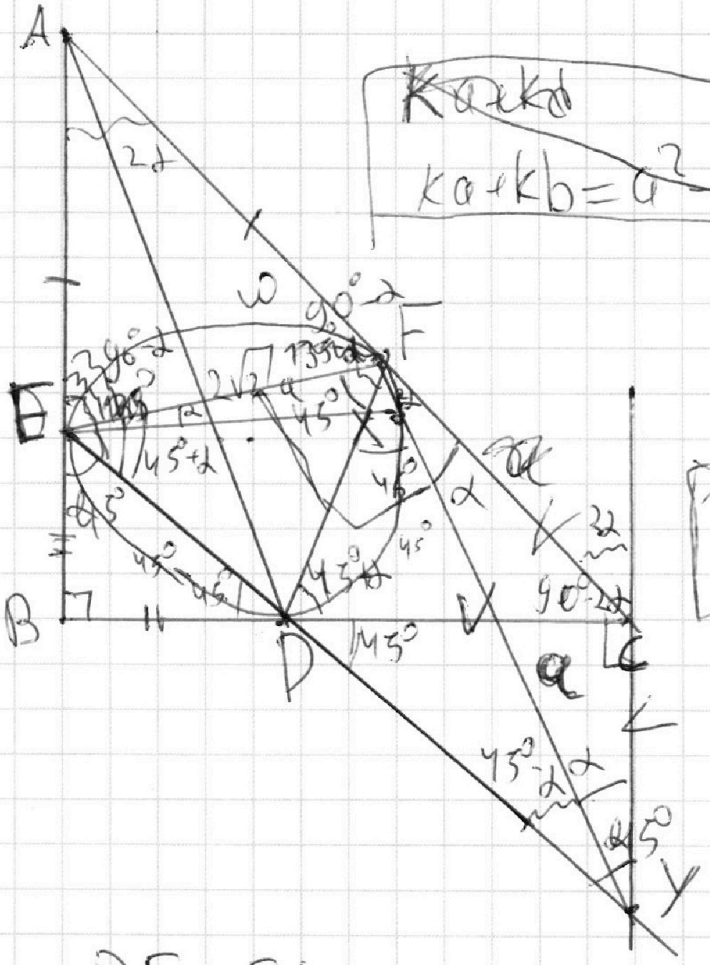
Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



~~Какой~~

$\boxed{ka+kb=a^2-8ab+b^2}$

$\boxed{180^\circ-2\alpha \quad 180^\circ-2\alpha-90^\circ}$

№7) $BE=ED$ т.к касательные к ω, $\Rightarrow \angle BED = \angle EDB = \frac{180^\circ-90^\circ}{2} = 45^\circ = \angle CDY$ т.к соотв-е углы, $\cancel{\triangle BED \sim \triangle DCY, \angle DCY = \angle ABC = 90^\circ}$, $\Rightarrow$ $\angle CYD = \cancel{90^\circ}\ 45^\circ \Rightarrow DC = CY$, также $CD = \cancel{DY} = CF$ т.к касательны к $\omega \Rightarrow CD = CY = CF$. пусть $\angle FYC = \alpha \Rightarrow \angle DYF = 45^\circ - \alpha$; $\angle CFY = \alpha$; $\angle BCA = \frac{180^\circ - \cancel{90^\circ - 2\alpha}}{2} = 180^\circ - 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle CFD = \cancel{180^\circ - 90^\circ - 2\alpha} + \frac{180^\circ - (90^\circ - 2\alpha)}{} = 45 + \alpha = \angle EFY = 90\ 180^\circ - (45 - \alpha) - (45 + \alpha) = 90^\circ \Rightarrow \angle AFE = \angle AEF = 90^\circ - \alpha$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3) = 4x^4-6x^3+8x^2+2x^3-3x^2+4x+$

$+6x^2-9x+12 = 4x^4-4x^3+11x^2-5x+12$

$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3}$ $\uparrow^2$

$2x^2-3x+4-$

$(\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3})(\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3})$

$= 2x^2-3x+4-2x^2-x-3$

$x=0.25$

$(-4x+1) = (-4x+1)(\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3})$

$\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2x^2+x+3}=1$

$\frac{3}{4}$ $\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}$

$x=\frac{1}{4}$ $\frac{2\cdot 9}{16}-\frac{9}{4}+\frac{64}{16}=\frac{18-36+64}{16}=-18+64=46$

$x=\frac{1}{4}$ $2\cdot\frac{1}{16}-\frac{9}{16}+\frac{64}{16}=\frac{2-9+64}{16}=\frac{64-7}{16}=54$

$\frac{2}{16}+\frac{4}{16}+\frac{48}{16}=\frac{48+6}{16}=54$

$2x^2-3x+4=2x^2+x+3$

$-3x+4=x+3$

$-4x=-1$

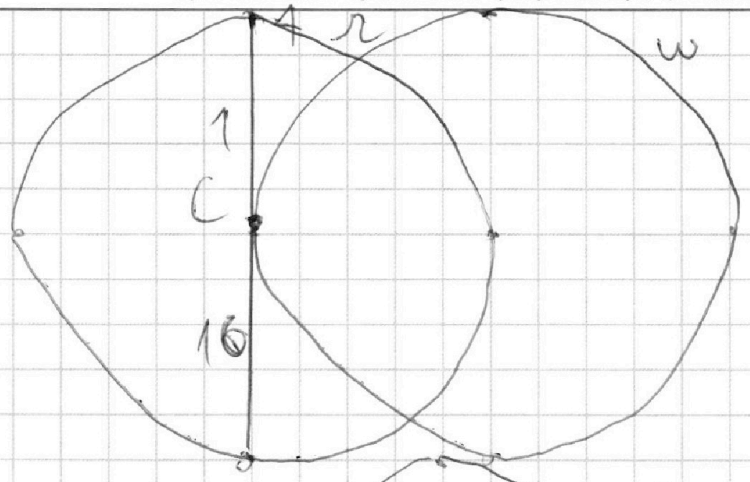
$x=0,25$

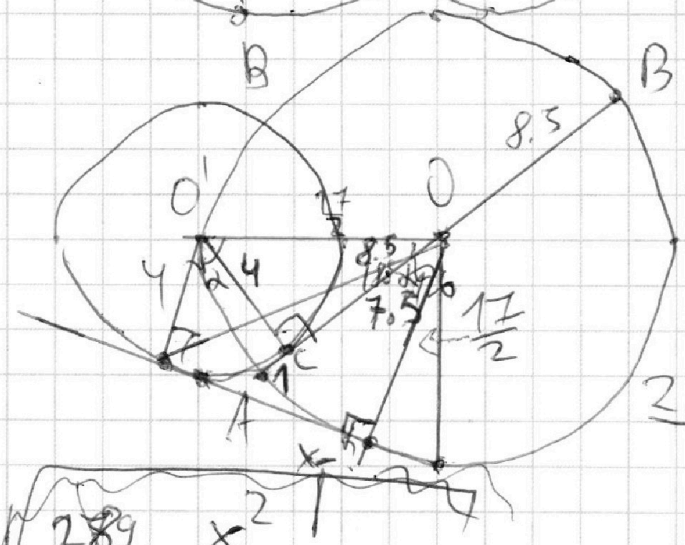
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ





$R = 8.5$

$\frac{17}{2} - \frac{15}{2}$

$\frac{289}{4} - \frac{225}{4} =$

$\frac{64}{4} = \frac{8}{2}$

$\cos\alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{289}{4} + x^2} \\ \sqrt{16 + \frac{289}{4} - 2\cos\alpha \cdot 4 \cdot \frac{17}{2}} \end{cases}$$

$x^2 = 16 - 2\cos\alpha \cdot \frac{68}{2} = \boxed{16 - 68\cos\alpha}$

$$\begin{cases} 16 + x^2 = \frac{289}{4} + \frac{289}{4} + 2\cos\alpha \cdot \frac{289}{4} \\ 16 + 16 - 68\cos\alpha = \frac{578}{4} + \frac{289\cos\alpha}{1} \quad \Big| \cdot 4 \end{cases}$$

$32 - 68\cos\alpha$

$128 - 272\cos\alpha = 578 + 578\cos\alpha$

$-272 - 578\cos\alpha = 578 - 128$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\cancel{2(48-y)}$ $120(48-y)y = (54y + 324 - y^2 - 6y) \cdot 1{,}25(48-2y)$

$\frac{2xy(x+6)}{x-y} - \frac{2xy(y+6)}{x-y} = 1{,}25(y+6)(x+6)$

$2xy(x+6-y-6)$

$\frac{2xy(\cancel{x-y})}{\cancel{x-y}} = 1{,}25(y+6)(x+6)$

$2xy = 1{,}25xy + 7.5x$

$2xy = 1.25(xy + 6x + 6y + 36)$

$0{,}75xy = 7.5x + 7.5y + 45 \quad | \cdot \frac{4}{3}$

$xy = 10x + 10y + 60$

$(48-y)y = 10(48-y) + 10y + 60$

$48y - y^2 = 480 - 10y + 10y + 60$

$y^2 - 48y + 540 = 0$

$D = 36 - 64 - x = 30$

48×48: 384, 192, 2304

$y_{1,2} = \frac{48 \pm 12}{2} = 30; \boxed{18}$ $y = 18$

$2354 - 2160$

$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{12}$

$354 - 160 = 194$ $144 = 12^2$

$2 \cdot 30 \cdot 1{,}5 =$

90 км

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a(x-x_1)(x-x_2)$

$a+b$

$1(b-x_1)(b-x_2) = (b-4a-\sqrt{15}a)(b-4a+\sqrt{15}a)$

$a+b = k$

$ka+kb = kb - ka(-4-\sqrt{15})$

$b(1-k)+(a+4-\sqrt{15}a-k)=0$

$a+b-kb-ka(-4-\sqrt{15})=0$

$b(1-k) = ka(-4-\sqrt{15}-k)$

$a(k-4-\sqrt{15})$

$\sqrt{2x^2-3x+4}$

$2(x-0,75)^2$

$2\sqrt{2x^2-3x+4}(2x^2+3)$

$4x^4-6x^3+8x^2+2x^3-3x^2+4x$

$+6x^2-9x+12=4x^4-4x^3$

$a(-4-\sqrt{15})-4$

$a(-4k-\sqrt{15}k-1)$

$b = \frac{a(-4k-\sqrt{15}k-1)}{(k-1)}$

$b = \frac{a(-k(-4-\sqrt{15})-1)}{1-k}$

$-4k-\sqrt{15}k-1 : k-1$

$-k(4+\sqrt{15})-1 \quad | \; 1-k$

$4+\sqrt{15} \quad | \; 4+\sqrt{15}$

$-4-\sqrt{15}-1=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1 $ab \vdots 3^{11} 7^{11}$ $\quad 7^{38} \cdot 3^{27}$

$bc \vdots 3^{18} 7^{16}$

$ac \vdots 3^{21} 7^{38}$

$\lambda(a+b) = \max(\lambda(a), \lambda(b))$

$\lambda(a) < 11$

$\lambda(c) < 16$

	a	b	c
3	3^{11}		
7	7^{11}		

$ab^2c \vdots 3^{29} 7^{27}$

$ab \cdot bc \cdot ac = a^2b^2c^2 \vdots$

$\lambda(3) \geq 25$

$11+18+21 = 32+18 = 50$

$\lambda(7) \geq 38$

$11+16+38 = 27+38 = 65$

$a = 3^{11} \cdot 7^{11}$

$b = 1$

$c =$

$\begin{cases} a+b=11 \\ b+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$ $\quad b = 11-a$

$\begin{cases} 11-a+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$

$a = 21-c$ $\quad a =$

$11-21+c+c =$ $\quad b=4$

$-10+2c=18$ $\quad a=7$

$c=14$

$a = 3^{7} \cdot 7^{11}$

$b = 3^{4} \cdot 1$

$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$

$\frac{a+b}{2a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-18ab}$

отн-о b: $D = 64a^2 - 4a^2 = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}a$

$b_{1,2} = \frac{8a \pm 2\sqrt{15}a}{2} = 4a \pm \sqrt{15}a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{array}{r} 272 \\ +\ 578 \\ \hline 850 \end{array} \qquad 850\cos\alpha = \begin{array}{r} 578 \\ -\ 128 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\frac{2(48-y)y(54-y)}{48-2y} - 2 \qquad -850\cos\alpha = 450$$

$$\cos\alpha = -\frac{45}{85} = \frac{9}{19} \quad \frac{3\cdot 9}{19\cdot 3} \quad 17\cdot 3$$

$$\frac{(48-y)y(54y+6)}{48-2y} =$$

$$x^2 = 16 + 68\cdot\frac{9}{19} = 16 + 68\cdot\frac{9}{17}$$

$$= \frac{2(48-y)y(60)}{48-2y} =$$

$$16+36 = 52 =$$

$$1.25(y+6)(54-y)$$

$$52 = 2\cdot 26 = 4\cdot 13 = 2\sqrt{13}$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

$$\begin{cases} 3x+2y = z \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \end{cases} \qquad \frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$$

$$2xy = (3y+x)z \qquad 2xy = (3y+x)(3x+2y)$$

$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + \cancel{2xy}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} \qquad \boxed{3x^2} + \boxed{9xy} + \boxed{6y^2}$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4 \quad \text{отв-о}$$

$$x: 81y^2 - 72y^2 = 9y^2 =$$

$$x_{1,2} = \frac{-9y \pm 3y}{6} = -2y, -y$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{2}{5} -$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$4+5+4+4+5 = \frac{22}{32} = \frac{11}{16}$

№6)

	τ_1	V_1	τ_2	V_2	τ_3	V_3
мото	τ	x	$\tau+2$	x		$x+6$
вело	$\tau+2$	y	τ	y		$y+6$
	$\frac{S}{x}$		$\frac{S}{y}$		$\frac{S}{x+6}$	
	$\frac{S}{y}$		$\frac{S}{x}$		$\frac{S}{y+6}$	

$\frac{2x^2y}{x-y} - \frac{2xy^2}{xy}$

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 \quad \Big| \cdot xy \\ x\frac{S}{y} - y\frac{S}{x} = 96 \quad \Big| \cdot xy \\ \frac{S}{y+6} - \frac{S}{x+6} = 1{,}25 \quad \Big| (y+6)(x+6) \end{cases} \quad \begin{cases} Sx - Sy = 2xy \\ x^2S - y^2S = 96xy \\ S(x+6) - S(y+6) = 1{,}25(y+6)(x+6) \end{cases}$$

$S(x-y) = 2xy$

$S = \frac{2xy}{x-y}$

$\frac{2x^3y}{x-y} - \frac{2xy^3}{x-y} = 96xy \quad \Big| \cdot (x-y)$

$2xy(x^2-y^2) = 96xy(x-y) \quad \Big| : 2xy$

$x^2-y^2 = 48(x-y) \quad \Big| : (x-y)$

$x+y = 48 \qquad x = 48-y$

$\frac{2xy(54-y)}{x-y} - \frac{2xy(y+6)}{(x-y)} = 1.25(y+6)(54-y)$