



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1) $ab: 3^{11} \cdot 7^{11}$; $bc: 3^{18} \cdot 7^{16}$; $ac: 3^{21} \cdot 7^{38} \Rightarrow$
 $ab \cdot bc \cdot ac: 3^{11+18+21} \cdot 7^{11+16+38}$
 $a^2 b^2 c^2: 3^{50} \cdot 7^{65} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{\frac{65}{2}}$, откуда
 $abc \cdot ka: ac \Rightarrow abc: 3^{21} \cdot 7^{38}$, откуда:
 $abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$, приводя пример возьми-
мше: $a = 3^7 \cdot 7^{11}$; $b = 3^4$; $c = 3^{14} \cdot 7^{27}$, не трудно
убедиться что пример выполняется усло-
вия задачи, а также $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$, а т.к
 $abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$, а значит $abc = k \cdot 3^{25} \cdot 7^{38}$ при $k=1$
выполняется минимальной суммой, значит
а $k=1$ соотв-ет нашему примеру, значит
приведем наименьший случай.
Ответ: $3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 Решить!

$\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} = -4x+1$ докажем
ими на сопряженных $(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$;

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3 = -4x + 1 (\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$$

$$-4x + 1 = (-4x + 1) (\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x + 1 = 0 & x = \frac{1}{4} = 0.25 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} = 1 \quad (1)$$

$$(1): \text{ докажем: } \sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} > 1 \quad (I)$$

рассм: $\sqrt{2x^2-3x+4}$ подкоренное выраже-
ние достигает минимума при $x = \frac{3}{4} = \frac{-b}{2a}$.

$$2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{3 \cdot 3}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18}{16} - \frac{9}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18 - 36 + 64}{16} = \frac{46}{16} = 2 \frac{14}{16} \Rightarrow$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} \geq \sqrt{\frac{46}{16}} > 1, \text{ а так } \sqrt{2x^2+x+3} \geq 0,$$

то тем самым доказано тождество (I)
 \Rightarrow (1) невыполнимо т.к. противоречит (I).

Ответ: $x = 0.25$

Р.5: доказать на $\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}$ мож-
но т.к. сумма корней всегда ≥ 0 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0 = u^2 + \frac{17^2}{4} - 68 \cos \alpha - x^2 - \frac{17^2}{4} \quad (\text{продолжение 14})$$

$$x^2 = 16 - 68 \cos \alpha \cdot 17$$

по т. косинусов для $\triangle O_1 O Z$: $O_1 Z^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 - 2 \left(\cos(180^\circ - \alpha)\right) \left(\frac{17}{2}\right) \left(\frac{17}{2}\right)$, по условию такое существо (1), получим: $\frac{578}{4} + 2 \cos \alpha \cdot \frac{289}{4}$, по

т. Пифагора для $\triangle O_1 Y Z$: $O_1 Z^2 = x^2 + y^2$

$$(6), 17 \rightarrow (6): O_1 Z^2 = 32 - 68 \cos \alpha$$

$$(5) \cup (6): \begin{cases} O_1 Z^2 = \frac{578 + 578 \cos \alpha}{4} \\ O_1 Z^2 = 32 - 68 \cos \alpha \end{cases}$$

$$0 = \frac{578 + 578 \cos \alpha}{4} - 32 + 68 \cos \alpha \quad | \cdot 4$$

$$0 = 578 + 578 \cos \alpha - 128 + 272 \cos \alpha$$

$$850 \cos \alpha = -450$$

$$\cos \alpha = -\frac{9}{17}$$

$$181 \rightarrow (7): x^2 = 16 - 68 \left(-\frac{9}{17}\right) = 16 + 36 = 52 \Rightarrow$$

$$x^2 = 2\sqrt{13} \Rightarrow \text{Ответ: } 2\sqrt{13}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

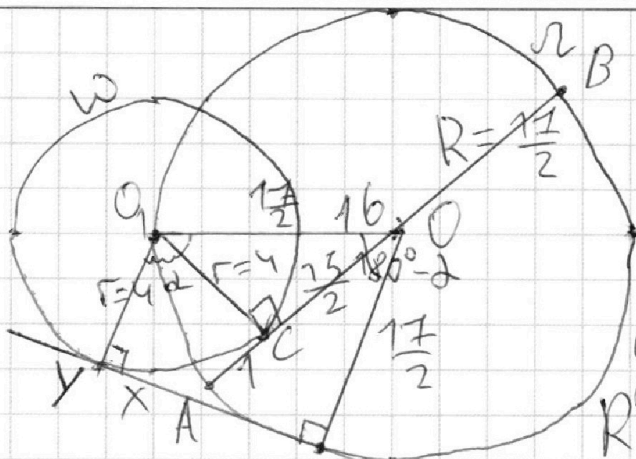
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

мч)



пусть XZ - ось
касательная, тогда
 X - её точка. AB -
диаметр $= 2R$
 R - радиус Ω $= AC + CB$

тогда: $1 + 16 = 2R$. $R = 8.5 = \frac{17}{2}$. O - центр
 Ω , O_1 - центр ω , r - радиус ω . $O_1C =$
 $AO = R$ $AO - AC = R - 1 = \frac{15}{2}$ тогда по т.

Пифагора $\angle O_1CO$ - прямой тк O_1C - ради-
ус в т. касания! $r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{64}{4} = 16 \Rightarrow$

$r = \pm 4$ (-4 - нестор реш.) $\Rightarrow r = 4$. Пусть
 $\angle YO_1O = \alpha$, тогда $\angle O_1OZ = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$,
известно, что $\cos(\alpha) = -\cos(180^\circ - \alpha)$, тогда по
т. косинусов для $\triangle YO_1O$: $YO^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \frac{17}{2} \cdot \cos(\alpha)$
т. косинусов для $\triangle YO_1O$: $YO^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \frac{17}{2} \cdot \cos(\alpha)$

$$= 4^2 + \frac{17^2}{4} \quad \left\{ \begin{array}{l} YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} - \cos \alpha \cdot 68 \\ YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} + \cos \alpha \cdot 68 \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N5) \begin{cases} 3x+2y=z & (1) \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \rightarrow (2): \frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$2xy = (3x+2y)(3y+x)$$

$$2xy = 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0$, решим как квадратное уравнение относительно x .

$$D = 81y^2 - 72y^2 = 9y^2 \geq 0 \quad x'$$

$$x_{1,2} = \frac{-9y \pm 3y}{6} = -2y, -y. \quad \text{В } x = -2y \quad (3)$$

$$x = -y \quad (4)$$

$$(5) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \quad (1) \rightarrow (5): \frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 12xy - 8y^2}{x^2 - 6y^2} \quad (6)$$

$$(3) \rightarrow (6): \frac{-24y^2 + 24y^2 - 8y^2}{4y^2 - 6y^2} = 4$$

$$(4) \rightarrow (6) \quad \frac{-6y^2 + 12y^2 - 8y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{2}{5}, \text{ из этих значений}$$

наибольшее $= 4 \Rightarrow$ Ответ: 4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$13) \quad 5|x+6-y-6| = 1,25|x+6||y+6|$$

$$5|x-y| = 1,25|x+6||y+6| \cdot 4, \text{ и подставим (4)}$$

$$8xy = 5|x+6||y+6|$$

$$8xy = 6xy + 36y + 36x + 216, \text{ подставим (5)}$$

$$\text{и } 48-y|y = 64$$

$$+2xy = 36y + 36x + 216 \quad | : 2$$

$$xy = 18y + 18x + 108$$

$$xy = 18y + 18x + 108, \text{ подставим (5)'$$

$$48-y|y = 18y + 18(48-y) + 108$$

$$48y - y^2 = 108 + 18 \cdot 48$$

$$8xy = 5|x+6||y+6|$$

$$8xy = 5xy + 30y + 30x + 180,$$

$$3xy = 30y + 30x + 180 \quad | : 3$$

$$xy = 10y + 10x + 60 \quad (\text{подставим (5)})$$

$$48-y|y = 10y + 10(48-y) + 60$$

$$-y^2 + 48y = 540$$

$$-y^2 + 48y - 540 = 0$$

$$D = 2304 - 2160 = 144 = 12^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6) Пусть S - расстояние до АВ; x - скорость мотоциклиста; y - скорость велосипедиста.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
мото	x	$\frac{S}{x}$	$\frac{S}{y}$	x	$\frac{S}{x+6}$	$x+6$
вело	y	$\frac{S}{y}$	$\frac{S}{x}$	y	$\frac{S}{y+6}$	$y+6$

$v_{1,2,3}$ - скорости
всех участников
в км/ч
для $t_{1,2,3}$ - времена

тогда по условию задачи составим ур-я.

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 & (1) \\ \frac{xS}{y} - \frac{yS}{x} = 96 & (2) \\ \frac{S}{y+6} + \frac{S}{x+6} = 1,25 & (3) \end{cases}$$

(1): $S(x-y) = 2xy$ (4)
 $S = \frac{2xy}{x-y}$ (4)

(4) \Rightarrow (2) $\frac{2x^3y}{x-y} - \frac{2xy^3}{x-y} = 96xy \quad | \cdot (x-y)$

$2xy(x^2 - y^2) = 96xy(x-y) \quad | : 2xy$

$x^2 - y^2 = 48(x-y) \quad | : (x-y)$

$x+y = 48$

$x = 48 - y$ (5)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_{1,2} = \frac{-48 \pm 12}{-2} = 30; 18 \text{ | } 30 - \text{п.п. Т.к } V \text{ монотонно увеличивается, очевидно больше)} \Rightarrow y = 18 \Rightarrow x = 30, \text{ подставив в (4): } S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{90 - 18} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ км}$$

$$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{90 - 18} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км.

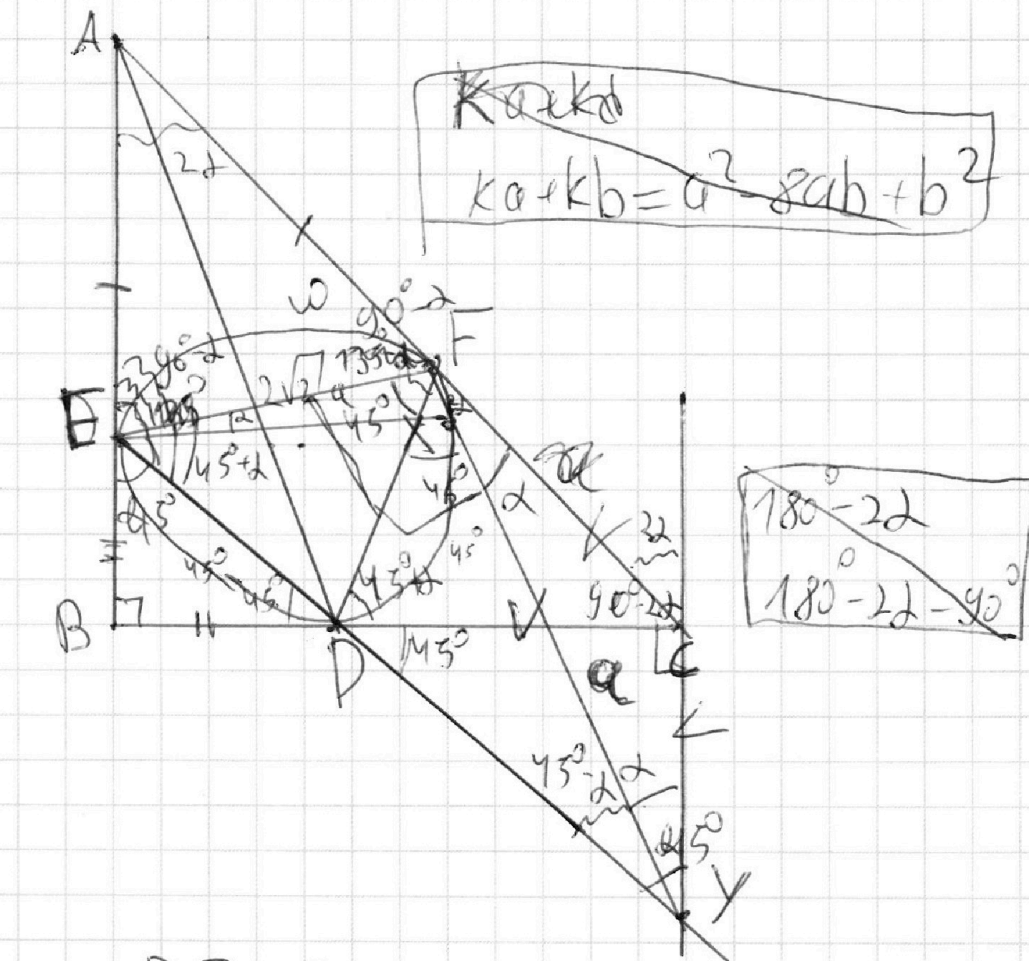
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ИТ) $BE = ED$ т.к. касательные к ω , $\Rightarrow \angle BED = \angle EDB = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ = \angle CDY$ т.к. смежные углы, $\triangle BED \sim \triangle DCY$ ($\angle D = \angle C = 90^\circ$), $\Rightarrow \angle CYD = 90^\circ - 45^\circ \Rightarrow DC = CY$, так как $CD = DY = CF$ т.к. касательные к $\omega \Rightarrow CD = CY = CF$.
 Пусть $\angle FYC = 2 \Rightarrow \angle PYF = 45^\circ - \alpha$; $\angle CFY = \alpha$
 $\angle BCA = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$ или $\frac{180^\circ - 90^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle CFD = \frac{180^\circ - 90^\circ - 2\alpha}{2} + \frac{180^\circ - (90^\circ - 2\alpha) - 45^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$
 $\Rightarrow \angle AFE = \angle AFB = 90^\circ - \alpha$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 4x + 6x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

~~4x^3 - 11x^2 + 5x - 12 = 0~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad \uparrow^2$$

$$2x^2 - 3x + 4 -$$

$$(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3})(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$= 2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3$$

$$x = 0.25$$

$$(-4x + 1) = (-4x + 1)(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2 \cdot 9}{16} - \frac{9}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18 - 36 + 64}{16} = \frac{46}{16}$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \frac{2 \cdot 1}{16} - \frac{1}{4} + \frac{64}{16} = \frac{2 - 4 + 64}{16} = \frac{62}{16} = 3.875$$

$$\frac{2 \cdot 4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{48}{16} = \frac{48 + 6}{16} = 5.4$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3$$

$$-3x + 4 = x + 3$$

$$-4x = -1$$

$$x = 0.25$$

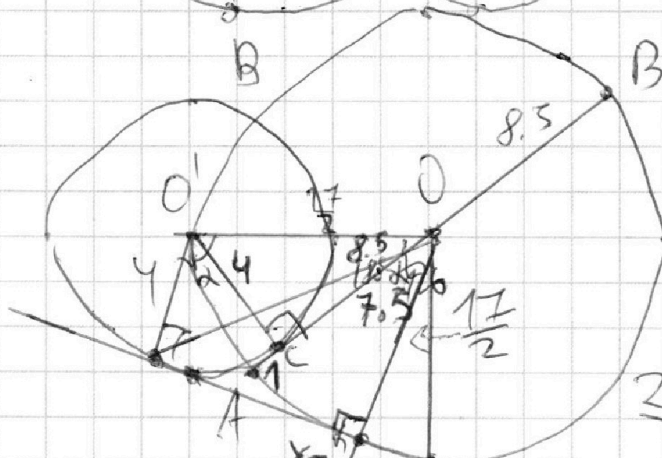
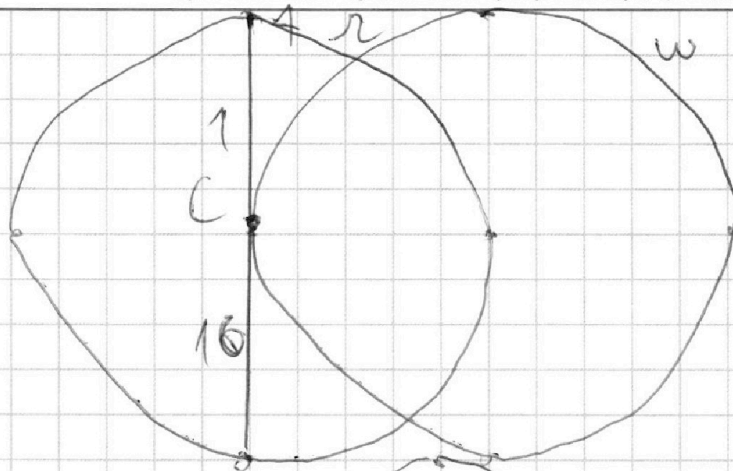
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R = 8.5$$

$$\frac{17}{2} - \frac{13}{2}$$

$$\frac{289}{4} - \frac{225}{4} =$$

$$\frac{64}{4} = \frac{8}{2}$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\sqrt{16 + \frac{289}{4} - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 16 \cdot \frac{17}{2}}$$

$$x^2 = 16 - 2 \cos \alpha \cdot \frac{68}{2} = 16 - 68 \cos \alpha$$

$$16 + x^2 = \frac{289}{4} + \frac{289}{4} + 2 \cos \alpha \cdot \frac{289}{4}$$

$$16 + 16 - 68 \cos \alpha = \frac{578 + 289 \cos \alpha}{4} \quad | \cdot 4$$

$$128 - 272 \cos \alpha = 578 + 289 \cos \alpha$$

$$(-272 - 289) \cos \alpha = 578 - 128$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2(48-y) \cdot 120(48-y)y = (54y + 324 - y^2 - 6y) \cdot 1,25(48-y)$$

$$\frac{2xy(x+6)}{x+y} - \frac{2xy(y+6)}{x+y} = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$2xy(x+6 - y-6)$$

$$\frac{2xy(x-y)}{x+y} = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$2xy = 1,25xy + 7,5x + 7,5y + 45$$

$$2xy = 1,25(xy + 6x + 6y + 36)$$

$$0,75xy = 7,5x + 7,5y + 45 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$xy = 10x + 10y + 60$$

$$(48-y)y = 10(48-y) + 10y + 60$$

$$48y - y^2 = 480 - 10y + 10y + 60$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$D = 36^2 - 64 \cdot 90 = 1296 - 5760 = -4464 < 0$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 1920 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$y_{1,2} = \frac{48 \pm 12}{2} = 30, 18$$

$$S = 2 \cdot 30 \cdot 18$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -354 \\ 160 \\ \hline 144 = 12^2 \end{array}$$

$$2 \cdot 30 \cdot 1,5 =$$

$$90 \text{ км}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a(x-x_1)/(x-x_2)$$

$$1) |b-x_1| |b-x_2| = \frac{a+b}{b-4a-\sqrt{15}a} |b-4a+\sqrt{15}a|$$

$$a+b = k$$

$$ka - kb = kb - ka(1-4-\sqrt{15})$$

$$b(1-k) + (a(4-\sqrt{15}) - k) = 0$$

$$a+b - kb - ka(1-4-\sqrt{15}) = 0$$

$$b(1-k) = ka(1-4-\sqrt{15}) - k$$

$$a(1-k-4-\sqrt{15})$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$2(x-0.75)^2$$

$$2\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 2x^2 + x + 3$$

$$4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$+ 5x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3$$

$$a(1-4-\sqrt{15}) - a$$

$$a(1-4k-\sqrt{15}k-1)$$

$$b = \frac{a(1-4k-\sqrt{15}k-1)}{(k-1)}$$

$$b = \frac{a(1+k(1-4-\sqrt{15})-1)}{1-k}$$

$$-4k - \sqrt{15}k - 1 = k(1-1-k)$$

$$\frac{-k(4+\sqrt{15})-1}{4+\sqrt{15}-k} = \frac{1-k}{4+\sqrt{15}}$$

$$-4-\sqrt{15}-1=0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{11} \quad ab: 3^{11} \cdot 7^{11} \quad 7^{38} \cdot 7^{27} \cdot 3^{27}$$

$$bc: 3^{29} \cdot 7^{36}$$

$$ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$$

	a	b	c
3	3^{11}		
7	7^{11}		

$$11 \cdot 18 + 21 = 32 + 18 = 50$$

$$71 + 16 + 38 = 27 + 38 = 65 \quad \sqrt{171} \approx 38$$

$$a = 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$b = 7$$

$$a = 3^7 \cdot 7^{11}$$

$$b = 3^4 \cdot 7$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$\begin{cases} a+b=11 \\ b+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$$

$$b=11-a$$

$$b+c=18$$

$$\begin{cases} 11-a+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$$

$$a+c=21$$

$$a+c=21$$

$$a=21-c \quad a=$$

$$11 - 21 + c + c =$$

$$6 \Rightarrow b=4$$

$$-10 + 2c = 18 \quad a=7$$

$$c=14$$

$$a+b = a+b$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a+b}$$

$$D = 64a^2 - 4a^2 = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}a$$

$$b_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{15}a}{2} = 4 \pm \sqrt{15}a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 272 \\ + 578 \\ \hline 850 \end{array}$$

$$850 \cos \alpha = \begin{array}{r} -578 \\ -128 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\frac{2(48-y)(54-y)}{48-2y} - 2 - 850 \cos \alpha = 450$$

$$\frac{(48-y)(54-y+6)}{48-2y} =$$

$$\cos \alpha = -\frac{45}{85} = -\frac{9}{17} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 17}$$

$$x^2 = 16 + 68 \cdot \frac{9}{17} = 16 + 68 \cdot \frac{9}{17}$$

$$\frac{2(48-y)(54-y)}{48-2y} =$$

$$16 + 36 = 52 =$$

$$1.25(y+6)(54-y)$$

$$52 = 2 \cdot 26 = 4 \cdot 13 = 2\sqrt{13}$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = z \end{cases}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$$

$$2xy = (3y+x)z$$

$$2xy = (3y+x)(3x+2y)$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy$$

$$\boxed{3x^2 + 9xy + 6y^2}$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

$$\text{отм-0 } x: 81y^2 - 72y^2 = 9y^2 =$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - 4y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-5y^2}{-5y^2} = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-9y \pm 3y}{6} = \frac{-2y}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4 + 5 + 4 + 4 + 5 = \frac{22}{32} = \frac{11}{16}$$

№6)

	τ_1	V_1	τ_2	V_2	τ_3	V_3
мотор	τ	x	$\tau+2$	x		$y+6$
бенз	$\tau+2$	y	τ	y		$y+6$
	$\frac{s}{x}$		$\frac{s}{y}$		$\frac{s}{x+6}$	
	$\frac{s}{y}$		$\frac{s}{x}$		$\frac{s}{y+6}$	

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{s}{y} - \frac{s}{x} = 2 \quad | \cdot xy \\ x \frac{s}{y} - y \frac{s}{x} = 96 \quad | \cdot xy \\ \frac{s}{y+6} - \frac{s}{x+6} = 1,25 \quad | \cdot (y+6)(x+6) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} sx - sy = 2xy \\ x^2s - y^2s = 96xy \\ s(x+6) - s(y+6) = 1,25(y+6)(x+6) \end{array} \right.$$

$$s(x-y) = 2xy$$

$$s = \frac{2xy}{x-y}$$

$$\frac{2x^3y}{xy} - \frac{2xy^3}{xy} = 96xy \quad | \cdot (x-y)$$

$$2xy(x^2 - y^2) = 96xy(x-y) \quad | : 2xy$$

$$x^2 - y^2 = 48(x-y) \quad | : (x-y)$$

$$x+y = 48 \quad x = 48-y$$

$$s \cdot \frac{2xy(48-y)}{xy} - \frac{2xy(y+6)}{x-y} = 1,25(y+6)(34-y)$$