



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1)  $ab: 3^{11} \cdot 7^{11}$ ;  $bc: 3^{18} \cdot 7^{16}$ ;  $ac: 3^{21} \cdot 7^{38} \Rightarrow$   
 $ab \cdot bc \cdot ac: 3^{11+18+21} \cdot 7^{11+16+38}$   
 $a^2 b^2 c^2: 3^{50} \cdot 7^{65} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{\frac{65}{2}}$ , откуда  
 $abc \cdot ka: ac \Rightarrow abc: 3^{21} \cdot 7^{38}$ , откуда:  
 $abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$ , приводя пример возьмем  
иначе:  $a = 3^7 \cdot 7^{11}$ ;  $b = 3^4$ ;  $c = 3^{14} \cdot 7^{27}$ , не трудно  
убедиться что пример выполняется усло-  
вия задачи, а также  $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$ , а т.к  
 $abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$ , а значит  $abc = k \cdot 3^{25} \cdot 7^{38}$  при  $k=1$   
выполняется минимальной суммой, значит  
а  $k=1$  соотв-ет нашему примеру, значит  
приведем наименьший случай.  
Ответ:  $3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 Решить!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} = -4x+1 \quad | \text{докажем}$$

или сопряженное  $(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \cdot (\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3})$

$$2x^2-3x+4 - 2x^2-x-3 = -4x+1 \cdot (\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$$

$$-4x+1 = (-4x+1) \cdot (\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x+1=0 & x = \frac{1}{4} = 0.25 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} = 1 \quad (1)$$

$$(1): \text{ докажем: } \sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3} > 1 \quad (I)$$

рассм:  $\sqrt{2x^2-3x+4}$  подкоренное выражение достигает минимума при  $x = \frac{3}{4} = \frac{-b}{2a}$

$$2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{3 \cdot 3}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18}{16} - \frac{9}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18-36+64}{16} = \frac{46}{16} = 2 \frac{14}{16} \Rightarrow$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} \geq \sqrt{\frac{46}{16}} > 1, \text{ а так } \sqrt{2x^2+x+3} \geq 0,$$

то тем самым доказано тождество (I)

$\Rightarrow$  (1) невыполнимо т.к. противоречит (I).

Ответ:  $x = 0.25$

Р.5: доказать на  $\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}$  можно т.к. сумма корней всегда  $\geq 0$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0 = u^2 + \frac{17^2}{4} - 68 \cos \alpha - x^2 - \frac{17^2}{4} \quad (\text{продолжение 14})$$

$$x^2 = 16 - 68 \cos \alpha \cdot 17$$

по т. косинусов для  $\triangle O_1 O Z$ :  $O_1 Z^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 - 2 \left(\cos(180^\circ - \alpha)\right) \left(\frac{17}{2}\right) \left(\frac{17}{2}\right)$ , по условию такое существо (1), получим:  $\frac{578}{4} + 2 \cos \alpha \cdot \frac{289}{4}$ , по

т. Пифагора для  $\triangle O_1 Y Z$ :  $O_1 Z^2 = x^2 + y^2$

$$(6), 17 \rightarrow (6): O_1 Z^2 = 32 - 68 \cos \alpha$$

$$(5) \cup (6): \begin{cases} O_1 Z^2 = \frac{578 + 578 \cos \alpha}{4} \\ O_1 Z^2 = 32 - 68 \cos \alpha \end{cases}$$

$$0 = \frac{578 + 578 \cos \alpha}{4} - 32 + 68 \cos \alpha \quad | \cdot 4$$

$$0 = 578 + 578 \cos \alpha - 128 + 272 \cos \alpha$$

$$850 \cos \alpha = -450$$

$$\cos \alpha = -\frac{9}{17}$$

$$181 \rightarrow (7): x^2 = 16 - 68 \left(-\frac{9}{17}\right) = 16 + 36 = 52 \Rightarrow$$

$$x^{\text{оп}} = 2\sqrt{13} \Rightarrow \text{Ответ: } 2\sqrt{13}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

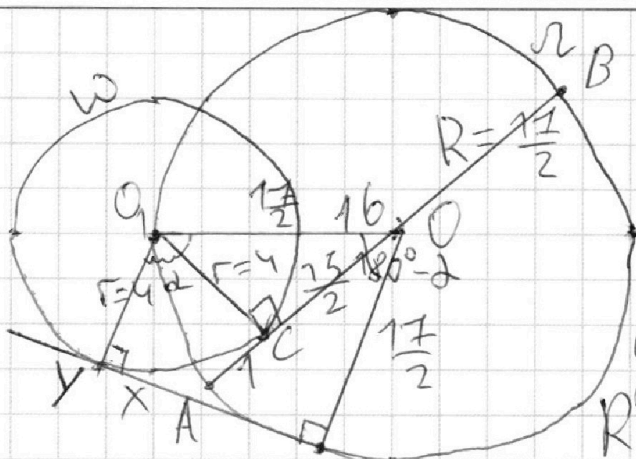
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

мч)



пусть  $XZ$  - ось  
касательная, тогда  
 $X$  - её точка.  $AB$  -  
диаметр  $= 2R$   
 $R$  - радиус  $\Omega$   $= AC + CB$

тогда:  $1 + 16 = 2R$ .  $R = 8.5 = \frac{17}{2}$ .  $O$  - центр  
 $\Omega$ ,  $O_1$  - центр  $\omega$ ,  $r$  - радиус  $\omega$ .  $O_1C =$   
 $AO = R$   $AO - AC = R - 1 = \frac{15}{2}$  тогда по т.

Пифагора  $\angle O_1CO$  - прямой тк  $O_1C$  - ради-  
ус в т. касания!  $r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{64}{4} = 16 \Rightarrow$

$r = \pm 4$  ( $-4$  - нестор реш.)  $\Rightarrow r = 4$ . Пусть  
 $\angle YO_1O = \alpha$ , тогда  $\angle O_1OZ = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$ ,  
известно, что  $\cos(\alpha) = -\cos(180^\circ - \alpha)$ , тогда по  
т. косинусов для  $\triangle YO_1O$ :  $YO^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \frac{17}{2} \cdot \cos \alpha$   
т. косинусов для  $\triangle YO_1O$ :  $YO^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \frac{17}{2} \cdot \cos \alpha$

$$= 4^2 + \frac{17^2}{4} \quad \left\{ \begin{array}{l} YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} - \cos \alpha \cdot 68 \\ YO^2 = 4^2 + \frac{17^2}{4} + \cos \alpha \cdot 68 \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N5) \begin{cases} 3x+2y=z & (1) \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \rightarrow (2): \frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$2xy = (3x+2y)(3y+x)$$

$$2xy = 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0$ , решим как квадратное уравнение относительно  $x$ .

$$D = 81y^2 - 72y^2 = 9y^2 \geq 0 \quad x'$$

$$x_{1,2} = \frac{-9y \pm 3y}{6} = -2y, -y. \quad \text{В } x = -2y \quad (3)$$

$$x = -y \quad (4)$$

$$(5) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \quad (1) \rightarrow (5): \frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 12xy - 8y^2}{x^2 - 6y^2} \quad (6)$$

$$(3) \rightarrow (6): \frac{-24y^2 + 24y^2 - 8y^2}{4y^2 - 6y^2} = 4$$

$$(4) \rightarrow (6) \quad \frac{-6y^2 + 12y^2 - 8y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{2}{5}, \text{ из этих значений}$$

наибольшее  $= 4 \Rightarrow$  Ответ: 4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$13) \quad 5|x+6-y-6| = 1,25|x+6||y+6|$$

$$5|x-y| = 1,25|x+6||y+6| \cdot 4, \text{ и подставим (4)}$$

$$8xy = 5|x+6||y+6|$$

$$8xy = 6xy + 36y + 36x + 216, \text{ подставим (5)}$$

$$\text{и } 48-y|y = 64$$

$$+2xy = 36y + 36x + 216 \quad | : 2$$

$$xy = 18y + 18x + 108$$

$$xy = 18y + 18x + 108, \text{ подставим (5)'$$

$$48-y|y = 18y + 18(48-y) + 108$$

$$48y - y^2 = 108 + 18 \cdot 48$$

$$8xy = 5|x+6||y+6|$$

$$8xy = 5xy + 30y + 30x + 180,$$

$$3xy = 30y + 30x + 180 \quad | : 3$$

$$xy = 10y + 10x + 60 \quad (\text{подставим (5)})$$

$$48-y|y = 10y + 10(48-y) + 60$$

$$-y^2 + 48y = 540$$

$$-y^2 + 48y - 540 = 0$$

$$D = 2304 - 2160 = 144 = 12^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6) Пусть  $S$  - расстояние до АВ;  $x$  - скорость мотоциклиста;  $y$  - скорость велосипедиста.

	$v_1$	$t_1$	$t_2$	$v_2$	$t_3$	$v_3$
мото	$x$	$\frac{S}{x}$	$\frac{S}{y}$	$x$	$\frac{S}{x+6}$	$x+6$
вело	$y$	$\frac{S}{y}$	$\frac{S}{x}$	$y$	$\frac{S}{y+6}$	$y+6$

$v_{1,2,3}$  - скорости  
всех участников  
в км/ч  
для  $t_{1,2,3}$  - времена

тогда по условию задачи составим ур-я.

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 & (1) \\ \frac{xS}{y} - \frac{yS}{x} = 96 & (2) \\ \frac{S}{y+6} + \frac{S}{x+6} = 1,25 & (3) \end{cases}$$

(1):  $S(x-y) = 2xy$  (4)  
 $S = \frac{2xy}{x-y}$  (4)

(4)  $\Rightarrow$  (2)  $\frac{2x^3y}{x-y} - \frac{2xy^3}{x-y} = 96xy \quad | \cdot (x-y)$

$2xy(x^2 - y^2) = 96xy(x-y) \quad | : 2xy$

$x^2 - y^2 = 48(x-y) \quad | : (x-y)$

$x+y = 48$

$x = 48 - y$  (5)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_{1,2} = \frac{-48 \pm 12}{-2} = 30; 18 \quad | \quad 30 - \text{п.р. Т.к } V \text{ монотонно увеличивается, очевидно больше)} \Rightarrow y = 18 \Rightarrow x = 30, \text{ подставив в (4):}$$

$$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{90 - 18} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км.

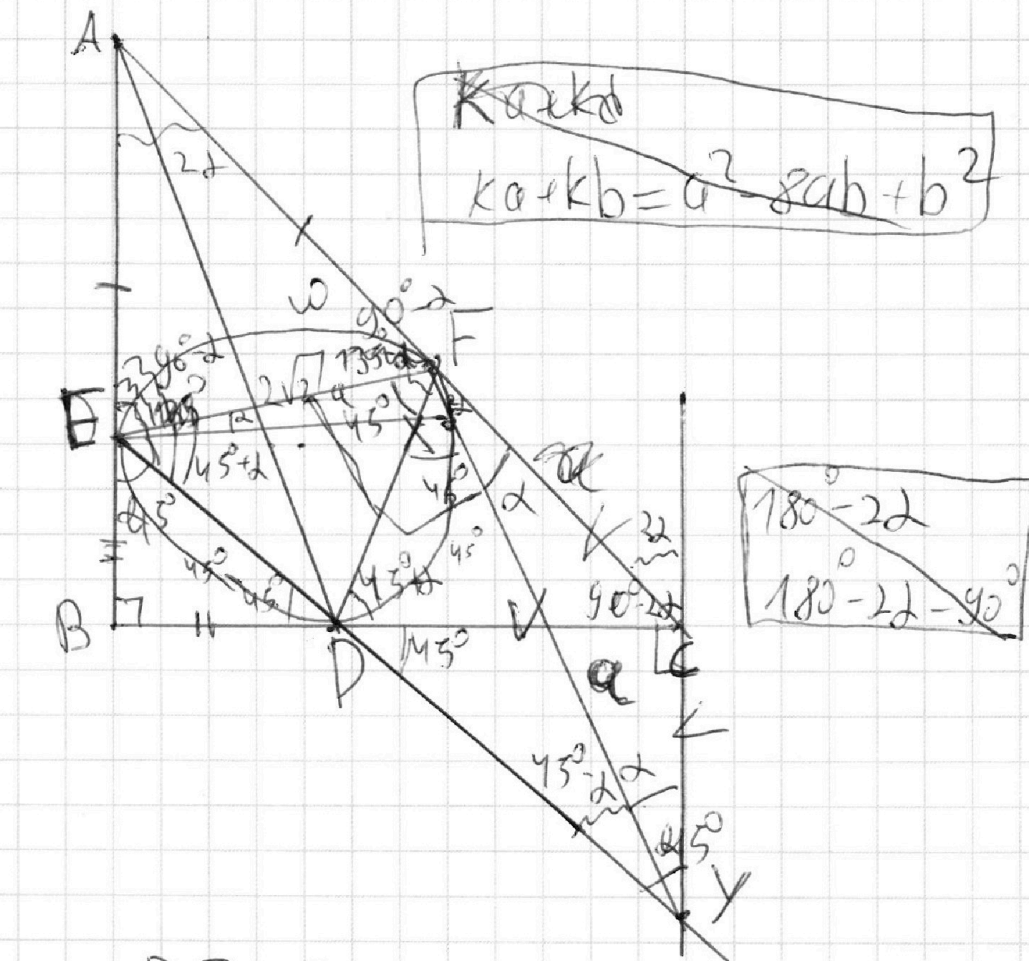
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ИТ)  $BE = ED$  т.к. касательные к  $\omega$ ,  $\Rightarrow \angle BED = \angle EDB = 180^\circ - 90^\circ = 45^\circ = \angle CDY$  т.к. смежные углы,  $\triangle BED \sim \triangle DCY$  ( $\angle DCY = \angle ABE = 90^\circ$ ),  $\Rightarrow \angle CYD = 90^\circ - 45^\circ \Rightarrow DC = CY$ , так как  $CD = DX = CF$  т.к. касательные к  $\omega \Rightarrow CD = CY = CF$ .  
 Пусть  $\angle FYC = 2 \Rightarrow \angle PYF = 45^\circ - 2$ ;  $\angle CFY = 2$   
 $\angle BCA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  или  $180^\circ - 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle CFD = 180^\circ - 90^\circ - 2\alpha + 180^\circ - (90^\circ - 2\alpha) - 45^\circ + 2 = \angle EFY = 90^\circ - (45^\circ - 2) = 90^\circ \Rightarrow \angle AFE = \angle AFB = 90^\circ - 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 4x + 6x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

~~4x^3 - 11x^2 + 5x - 12 = 0~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad \uparrow^2$$

$$2x^2 - 3x + 4 -$$

$$(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3})(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$= 2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3$$

$$x = 0.25$$

$$(-4x + 1) = (-4x + 1)(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2 \cdot 9}{16} - \frac{9}{4} + \frac{64}{16} = \frac{18 - 36 + 64}{16} = \frac{18 + 64}{16} = 46$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \frac{2 \cdot 1}{16} - \frac{1}{16} + \frac{64}{16} = \frac{2 - 1 + 64}{16} = \frac{64 - 1}{16} = 54$$

$$\frac{2 \cdot 4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{48}{16} = \frac{48 + 6}{16} = 54$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3$$

$$-3x + 4 = x + 3$$

$$-4x = -1$$

$$x = 0.25$$

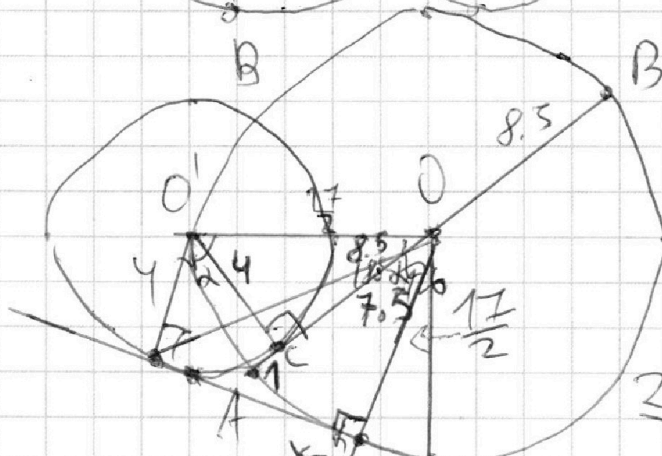
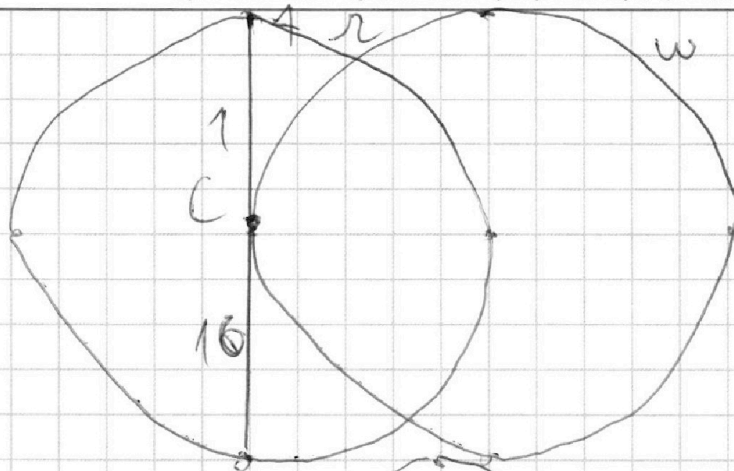
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R = 8.5$$

$$\frac{17}{2} - \frac{13}{2}$$

$$\frac{289}{4} - \frac{225}{4} =$$

$$\frac{64}{4} = \frac{8}{2}$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\sqrt{16 + \frac{289}{4} - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 16 \cdot \frac{17}{2}}$$

$$x^2 = 16 - 2 \cos \alpha \cdot \frac{68}{2} = 16 - 68 \cos \alpha$$

$$16 + x^2 = \frac{289}{4} + \frac{289}{4} + 2 \cos \alpha \cdot \frac{289}{4}$$

$$16 + 16 - 68 \cos \alpha = \frac{578 + 289 \cos \alpha}{4} \quad | \cdot 4$$

$$128 - 272 \cos \alpha = 578 + 289 \cos \alpha$$

$$(-272 - 289) \cos \alpha = 578 - 128$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(48-y) \cdot 120(48-y)y = (54y + 324 - y^2 - 6y) \cdot 1,25(48-y)$$

$$\frac{2xy(x+6)}{x+y} - \frac{2xy(y+6)}{x+y} = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$2xy(x+6 - y-6)$$

$$\frac{2xy(x-y)}{x+y} = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$2xy = 1,25xy + 7,5x + 7,5y + 45$$

$$2xy = 1,25(xy + 6x + 6y + 36)$$

$$0,75xy = 7,5x + 7,5y + 45 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$xy = 10x + 10y + 60$$

$$(48-y)y = 10(48-y) + 10y + 60$$

$$48y - y^2 = 480 - 10y + 10y + 60$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$D = 36^2 - 64 \cdot 9 = 36^2 - 576 = 0 \quad x = 30$$

$$y_{1,2} = \frac{48 \pm 12}{2} = 30, 18 \quad y = 18$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ + 3840 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{2}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 354 \\ 160 \\ \hline 144 = 12^2 \end{array}$$

$$2 \cdot 30 \cdot 1,5 =$$

$$90 \text{ км}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a(x-x_1)/(x-x_2)$$

$$1) |b-x_1| |b-x_2| = \frac{a+b}{b-4a-\sqrt{15}a} |b-4a+\sqrt{15}a|$$

$$a+b = k$$

$$ka - kb = kb - ka(1-4-\sqrt{15})$$

$$b(1-k) + (a(4-\sqrt{15}) - k) = 0$$

$$a+b - kb - ka(1-4-\sqrt{15}) = 0$$

$$b(1-k) = ka(1-4-\sqrt{15}) - k$$

$$a(1-k-4-\sqrt{15})$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$2(x-0.75)^2$$

$$2\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 2x^2 + x + 3$$

$$4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$+ 5x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3$$

$$-4k - \sqrt{15}k - 1 = k(1-4-\sqrt{15})$$

$$\frac{-k(4+\sqrt{15}) - 1}{4+\sqrt{15} - k} = \frac{1-k}{4+\sqrt{15}}$$

$$-4 + \sqrt{15} - 1 = 0$$

$$a(1-4-\sqrt{15}) - a$$

$$a(1-4k-\sqrt{15}k-1)$$

$$b = \frac{a(1-4k-\sqrt{15}k-1)}{(k-1)}$$

$$b = \frac{a(1+k(1-4-\sqrt{15})-1)}{1-k}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{11} \quad ab: 3^{11} \cdot 7^{11} \quad 7^{38} \cdot 3^{27}$$

$$bc: 3^{29} \cdot 7^{36}$$

$$ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$$

	a	b	c
3	$3^{11}$		
7		$7^{11}$	

$$11 \cdot 18 + 21 = 32 + 18 = 50$$

$$71 + 16 + 38 = 27 + 38 = 65 \quad \sqrt{171} \approx 38$$

$$a = 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$b = 7$$

$$a = 3^7 \cdot 7^{11}$$

$$b = 3^4 \cdot 7$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$\begin{cases} a+b=11 \\ b+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$$

$$b=11-a$$

$$b+c=18$$

$$\begin{cases} 11-a+c=18 \\ a+c=21 \end{cases}$$

$$a+c=21$$

$$a+c=21$$

$$a=21-c \quad a=$$

$$11 - 21 + c + c = \quad \Leftrightarrow b=4$$

$$-10 + 2c = 18 \quad a=7$$

$$c=14$$

$$a+b = a+b$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - (a-b)^2}{2}$$

$$D = 64a^2 - 4a^2 = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}a$$

$$b_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{15}a}{2} = 4 \pm \sqrt{15}a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 272 \\ + 578 \\ \hline 850 \end{array}$$

$$850 \cos \alpha = \begin{array}{r} -578 \\ -128 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\frac{2(48-y)(54-y)}{48-2y} - 2 - 850 \cos \alpha = 450$$

$$\frac{(48-y)(54-y+6)}{48-2y} =$$

$$\cos \alpha = -\frac{45}{85} = -\frac{9}{17} = \frac{3 \cdot 3}{17 \cdot 3}$$

$$x^2 = 16 + 68 \cdot \frac{9}{17} = 16 + 68 \cdot \frac{9}{17}$$

$$\frac{2(48-y)(54-y)}{48-2y} =$$

$$16 + 36 = 52 =$$

$$1.25(y+6)(54-y)$$

$$52 = 2 \cdot 26 = 4 \cdot 13 = 2\sqrt{13}$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = z \end{cases}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$$

$$2xy = (3y+x)z$$

$$2xy = (3y+x)(3x+2y)$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy$$

$$\boxed{3x^2 + 9xy + 6y^2}$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

$$\text{отм-0 } x: 81y^2 - 72y^2 = 9y^2 =$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - 4y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-5y^2}{-5y^2} = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-9y \pm 3y}{6} = \frac{-2y}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4 + 5 + 4 + 4 + 5 = \frac{22}{32} = \frac{11}{16}$$

№6)

	$\tau_1$	$V_1$	$\tau_2$	$V_2$	$\tau_3$	$V_3$
мотор	$\tau$	$x$	$\tau+2$	$x$		$y+6$
бенз	$\tau+2$	$y$	$\tau$	$y$		$y+6$
	$\frac{S}{x}$		$\frac{S}{y}$		$\frac{S}{x+6}$	
	$\frac{S}{y}$		$\frac{S}{x}$		$\frac{S}{y+6}$	

$$\frac{2xy^2}{x-y} - \frac{2xy^2}{xy}$$

$$\begin{cases} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 & | \cdot xy \\ x \frac{S}{y} - y \frac{S}{x} = 96 & | \cdot xy \\ \frac{S}{y+6} - \frac{S}{x+6} = 1,25 & | \cdot (y+6)(x+6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Sx - Sy = 2xy \\ x^2S - y^2S = 96xy \\ S(x+6) - S(y+6) = 1,25(y+6)(x+6) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S(x-y) &= 2xy \\ S &= \frac{2xy}{x-y} \end{aligned}$$

$$\frac{2x^3y}{xy} - \frac{2xy^3}{xy} = 96xy \quad | \cdot (x-y)$$

$$2xy(x^2 - y^2) = 96xy(x-y) \quad | : 2xy$$

$$x^2 - y^2 = 48(x-y) \quad | : (x-y)$$

$$x+y = 48 \quad x = 48-y$$

$$S \cdot \frac{2xy(54-y)}{xy} - \frac{2xy(y+6)}{x-y} = 1,25(y+6)(54-y)$$