



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$~~ $\Rightarrow$ сумма степеней
пусть x_a, x_b, x_c - это степени на двойки
к которым на которые дел чисел а в с.
пусть y_a, y_b, y_c - это степени 7
на которые дел а в с.
т.к. а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$ то
 $x_a + x_b \geq 15$ и $y_a + y_b \geq 11$ т.к.
это необходимые условия для деления
на $2^{15} \cdot 7^{11}$. при умножении степеней
складываются ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$)
т.к. в с дел на $2^{17} \cdot 7^{18}$ то
 $x_b + x_c \geq 17$ $y_b + y_c \geq 18$.
т.к. а с дел на $2^{23} \cdot 7^{39}$.
то $x_a + x_c \geq 23$ $y_a + y_c \geq 39$.
$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 15 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 11 \\ y_b + y_c \geq 18 \Rightarrow \\ y_a + y_c \geq 39. \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x_a + x_b + x_c) \geq 55$$

т.к. $x_a + x_b + x_c \geq \frac{55}{2} = 27,5$
т.к. x_a, x_b, x_c - натур (т.к. а в с натур)
то $x_a + x_b + x_c \geq 28$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

следовательно abc должно делиться
на $2^{28} \cdot 7^{39}$. Но. т. к. abc делится на 7^{39}
и то abc должно делиться
на $7^{39} \Rightarrow abc$ должно делиться на $2^{28} \cdot 7^{39}$
иначе т. к. abc делится на $2^{28} \cdot 7^{39}$ то
 $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$
пример когда $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$
 $a = 2^{10} \cdot 7^{11}$
 $b = 2^5 \cdot 7^{28}$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{28}$
или $ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$
 $b \cdot c = 2^{18} \cdot 7^{28}$
 $a \cdot c = 2^{23} \cdot 7^{39}$
Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a и b не взаимно просты. иначе
 a^2 не взаимнопросто с $b^2 \Rightarrow a$ не взаимно
просто с b .

пример когда $m = 9$.

$$a = 4 \quad b = 5.$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}.$$

Ответ: $m = 9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

пусть m макс
число на которое
их можно сокра-
тить.

$$a+b \quad (a+b)^2-2ab \quad \text{делится на } m.$$

заметьте что если из пробного числа
вынести левое $a+b$ раз то у
нас не НОЗ сохранился. и при
добавить левую часть $2a$ раз
то из НОЗ сохранился.

$$\frac{a+b}{a+b} \quad \frac{(a+b)^2-2ab}{2a^2} = \frac{(a+b)(a+b)+2a(a+b)}{2a^2}$$

у них НОЗ m и n и $n > 0$.

теперь сделаем тоже самое но
вместо прибавления $2a$ раз при-
бавлю $2b$.

$$\frac{a+b}{a+b} \quad \frac{(a+b)^2-2ab}{2b^2} = \frac{(a+b)(a+b)+2b(a+b)}{2b^2}$$

у них m и n .

Известно что $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow$
 a взаимнопросто с b .

заметьте что $2a^2$ делится на m и
 $2b^2$ на m но m к a^2 взаимнопросто



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - \frac{2}{\sqrt{2^2 + 289x^2}} = \frac{\sqrt{49 + 49x^2}}{2}$$

$$13 \cdot 2 - 2 = \sqrt{(49 + 49x^2)(2^2 + 289x^2)}$$

$$13^2 + 2^2 + 2^2 = 49 \cdot 49 + 49 \cdot 49x^2 + 289 \cdot 49x^2 + 49 \cdot 289x^4$$

$$289x^4 + 367x^2 - 576 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$289y^2 + 367y - 576 = 0$$

$$y_1 = 121 \quad \text{а.т.к. } D \geq 0 \text{ то } y_1 \cdot y_2 = \frac{-576}{289}$$

(имеет решение) но не верно.

$$\text{но } y_2 < 0 \Rightarrow x^2 = y_2 < 0$$

нет реш.

$$x^2 = y_1 = 1$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$

не подходит.

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 24x = 12$$

$$\text{Ответ: } AB = 12.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

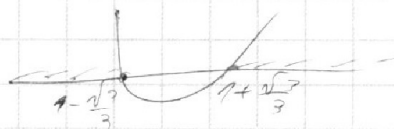
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим $\sqrt{3x^2-6x+2}$ имеет ≥ 0

$$3x^2-6x+2=0$$

$$D=36-24=12.$$

$$x_1 = \frac{6+2\sqrt{3}}{6} \quad x_2 = \frac{6-2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow x \in \left[-\infty; 1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left[1+\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$$



возведем обе части в квадрат.

$$3x^2-6x+2-2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-18x+81x^2$$
$$-75x^2+15x+2 = 2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1}$$

возведем еще раз в квадрат.

возведем еще раз в квадрат

Заметим что один из корней равен $x = \frac{1}{9}$

$$(-75x^2+15x+2) = \left(2\sqrt{3x^2-6x+2} \cdot \sqrt{3x^2+3x+1}\right)^2$$

Заметим что у нас будут уравне-
(конечное число корней)
ние 4 степени. и один из кор-
ней равен $\frac{1}{9}$. Если остальные

корни подставить в исходное
уравнение не получится верное равенство.
 $\Rightarrow$ т.к. все корни при возведении в квадрат
не исчезают $\Rightarrow$ решение $x = \frac{1}{9}$.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$2 \Delta x + \Delta y = 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

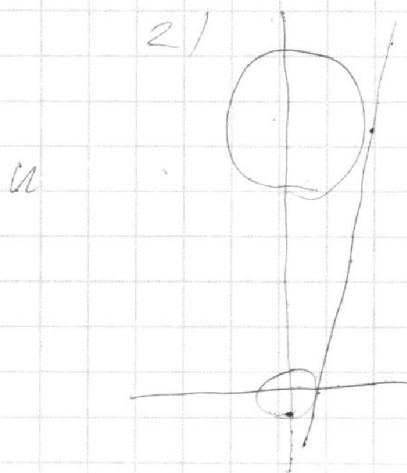
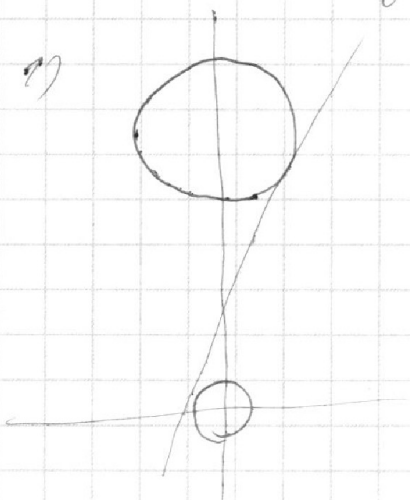
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

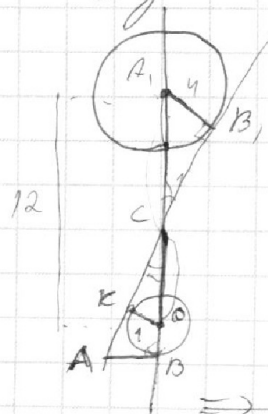
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим что если касаются из
нашей окружности прямой касо-
дится внутри окружности, то у
системы > 2 решений. $\Rightarrow$ прямая касе-
на только касается $\Rightarrow$ она касается
касается сразу двух окружностей.
при $a > 0$ у нас есть 2 варианта



1 случай.



пусть $AB = CB = x$ $CO = CB - 1 = x - 1$

$$A_1B = 12 \Rightarrow A_1C = 12 - x$$

$$\triangle CKO \sim \triangle CA_1B, \angle 1 = \angle 2 \text{ и углы по } 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{A_1C} = \frac{A_1B}{A_1B_1} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{12-x}{4}$$

$$4x - 4 = 12 - x$$

$$5x = 16 \quad x = 3,2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{CB \cdot AB} = \sqrt{16}$$

$$CK = \sqrt{CO^2 - KO^2} = \sqrt{2,2^2 - 1^2} = \sqrt{3,89}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечание: у нас ^{$a \neq 0$} всего 2 варианта
касания т.к. ~~у нас а х если бы их~~
~~было 3 касание.~~

~~$a x + y - 8b = x^2 + y^2 - 1$ и~~

через 1 точку можно провести 1
касательную и также у нас бы
и при $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

Ответ: $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

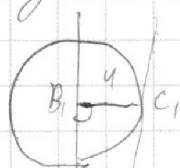
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = \text{tg} \angle B, AB \quad (\text{т.к. } \alpha \text{ это есть тангенс } \frac{\Delta y}{\Delta x})$$

$$\alpha = \text{tg} \angle B, AB = \text{tg} \angle KOC = \frac{CK}{KO} = \sqrt{3,84}$$

2 случая.



$AB = 4$. $\angle ABC \sim \angle AB, C_1$ ($\angle AOB$ и углы по 90°)

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$$



$$\frac{4}{x} = \frac{4+12}{4}$$

$$4x = 4 + 12$$

$$x = 4$$

$ABCK$ прямоугольник

($\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow$ можно считать)

$$\Rightarrow BC = AK \quad KC = AB$$

$$\alpha = \text{tg} \angle CAK = 4$$

т.к. при $\alpha \leq 0$

т.к. наши окружности симметричны относительно Oy то y

кас если решаем при α то

то α увеличивается

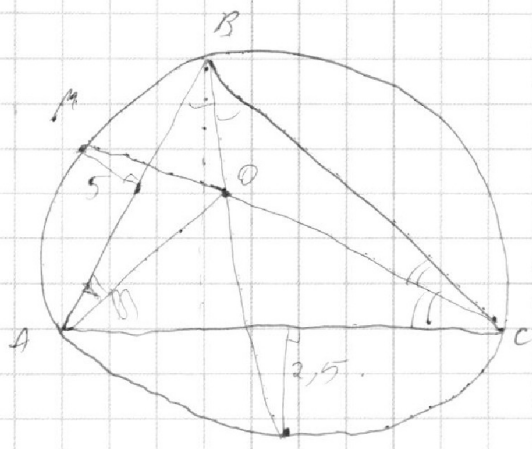
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



докажем, что
 CM и BN - биссек-
 трисы т. к
 $\text{дуга } AN = \text{дуга } NC$ то
 $\angle ABN = \angle NBC$
 т. к они опираются
 на одну дугу.

$\Rightarrow BN$ - бисс.

дуга $AM = \text{дуга } MB \Rightarrow \angle ACB^M = \angle MCB \Rightarrow$

BM бисс. $\rightarrow$ пересек бисс O являе-
 ется центром вписанной окруж.

$\Rightarrow OA$ искомае расстояние

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{\dots} = 7 - 18x + 81x^2$
 $-75x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{\dots}$
 $225 + 8 \cdot 75$
 $15^2 (1 + 8 \cdot 3^2)$
 $\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2$
 $\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1$
 $3x - 6x + 2$
 $-3x - \frac{2}{3}$
 $5625x^2$
 $36 - 24 = (2\sqrt{3})^2$
 $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \geq \frac{1}{9}$
 $3 - \sqrt{3} \geq \frac{1}{3}$
 1193
 $3x^2 + 3x + 1 - 3x^2$
 $3x^2 - 6x + 3 = 0$
 $(x-2)^2$
 $\frac{12}{9}$
 $\frac{3}{2} + 1$
 $15 + 5\sqrt{33}$
 250
 $3 + \sqrt{33}$
 50
 8
 19
 150
 600
 825
 885
 50
 825
 125
 25
 33
 75
 $5\sqrt{33}$
 45000
 $8 \cdot 75$
 150
 600
 825
 885
 50
 825
 125
 25
 33
 75
 $5\sqrt{33}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

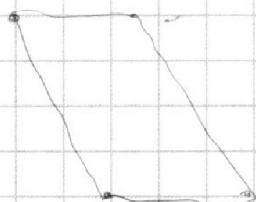
$$(6x^2 + 6x + 2)^2 = (3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$$

38
32 81

$$36x^4 + 36x^3 + 12x^2 + 36x^3 + 36x^2 + 12x + 12x^2 + 12x + 4 =$$

$$= 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2$$

$$27x^4 + 81x^3$$



$$a+b \quad (a+b)^2 - 9ab$$

$$a+b \quad - 9ab$$

$$a+b \quad 9ab + 9b^2 + 9ab$$

$$a+b \quad 9b^2$$

$$a+b \quad 9a^2 + 9ab + 9ba$$

9

$$a+b = 4 \quad 5$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{99}{16+25-140}$$

889

$$\frac{1+89}{1^2+89^2}$$



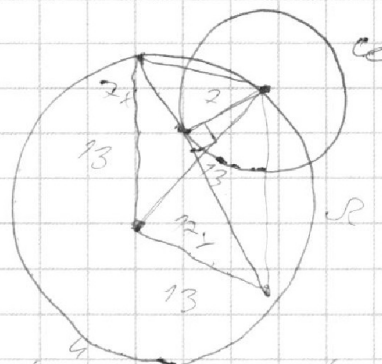
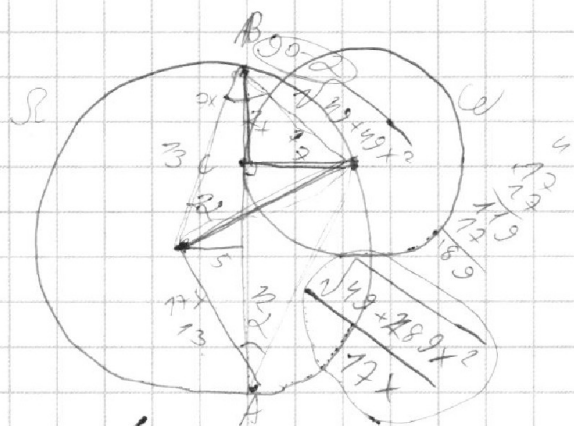
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 + 49 \times 2 = 169 \cdot 2 + 289$$

$$98 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$

$$49 = 169$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~a~~ x_a x_b x_c

40

y_a y_b y_c

$x_a + x_b \geq 15$

$y_a + y_b \geq 11$

50

$x_b + x_c \geq 17$

$y_b + y_c \geq 18$

68

$x_a + x_c \geq 23$

$y_a + y_c \geq 39$

34

$2(S) \geq 55$

$S \geq 28$

$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2+9ab}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

$\frac{4}{16-16} = -16$

$3x^2 - 6x + 2$

$\frac{8}{64}$

$0 = 36 - 24 = 12 - (2\sqrt{3})^2$

$\frac{6+2\sqrt{3}}{6}$

$\frac{6-2\sqrt{3}}{6}$

$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$3x^2 + 3x + 1$

$0 = 9 - 12$

$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$

$6x^2 - 3x + 3 + 9x - 1 = \sqrt{\dots}$

$3(2x^2 - x + 1)$

$0 = 1 -$

$6x^2 + 6x + 2 = \sqrt{\dots}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0$$
$$x^2 y = 8b - ax$$

11 28 39.

10 11

18

40

22

8b

(10) (5)
 $a + b = 15$
(5) (13)
 $b + c = 17$
(10) (13)
 $a + c = 23$

$$2a = 15 + 23 - 17$$
$$10$$

-15

3

16



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 + y^2 = ax + y - 8b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

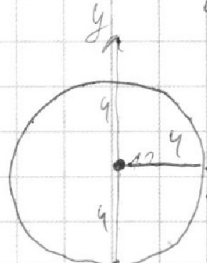
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

насправа

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$



Это окр с $R = 1$ и 4
у первой центр в O .
у второй $(0; 12)$.

Заметим что $x^2 + y^2 \leq 0$ если хотя бы одна
скобка $= 0$ или обе с разными
знаками $(+)(-)<0$ и $(-)(+)<0$.

Заметим что части с разными
на графике уравнение неравенства
выполняется внутри окружностей
и на них.

уравнение $ax + y - 8b = 0$
де $y = -ax + 8b \Rightarrow$ это прямая



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

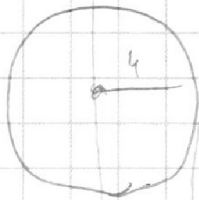
$$16 - 125 = 41$$

6

20

110

10.



12

$$\frac{x}{1} = \frac{x+12}{4}$$

$$4x = x + 12$$

3 (4)



$$\frac{11-x}{4} = \frac{x+1}{1}$$

$$11-x = 4x+4$$

$$5x = 7$$

$$5x = 7$$

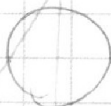
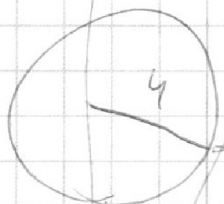
$$x = 1,4$$

11

$$\frac{12-x}{4} =$$



x.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=15$$

$$b+c=17$$

$$c+d=22$$

28

45

27

40 + 11

51

55

28

11

18

39

40

68

2

21



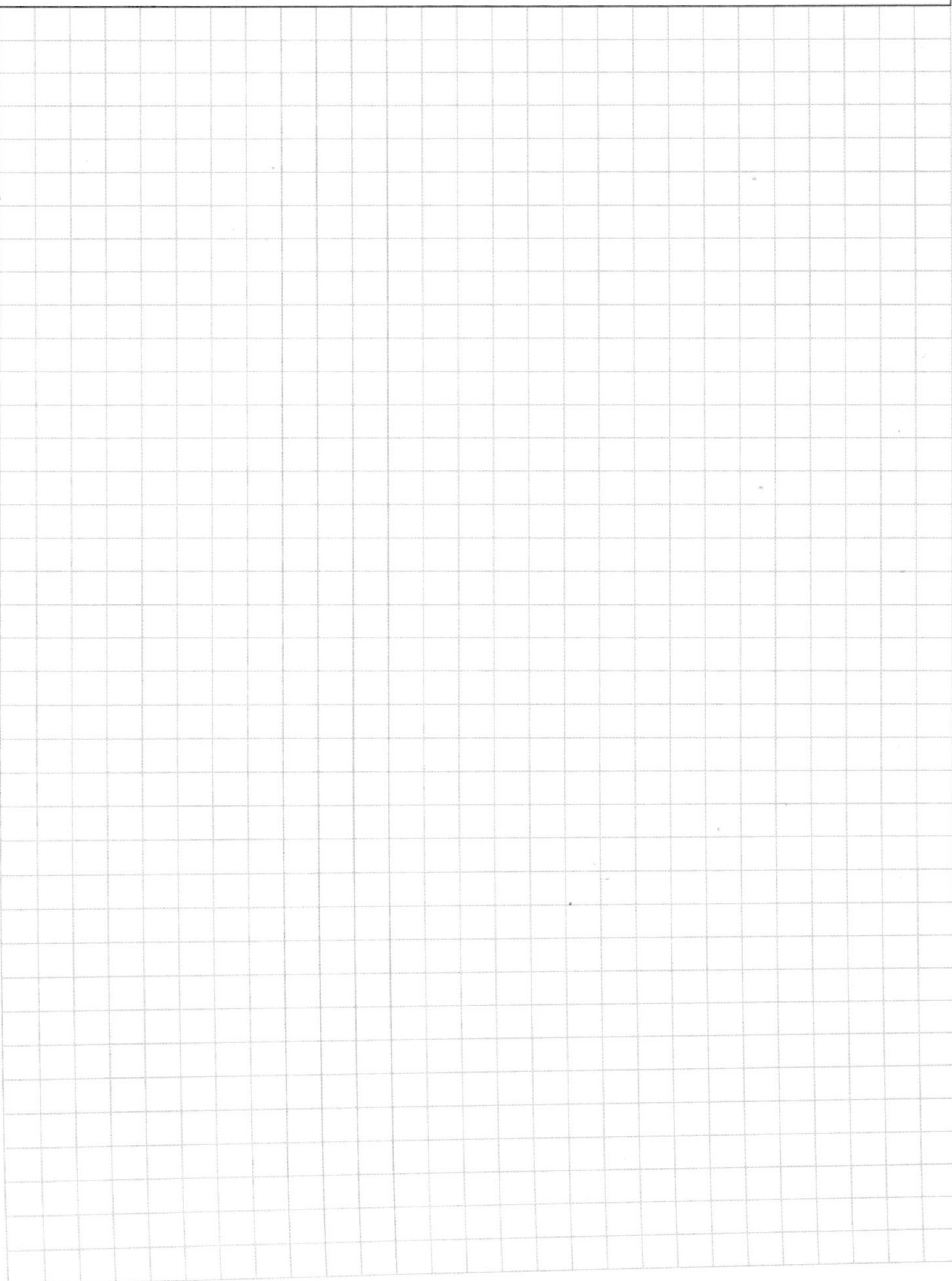
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

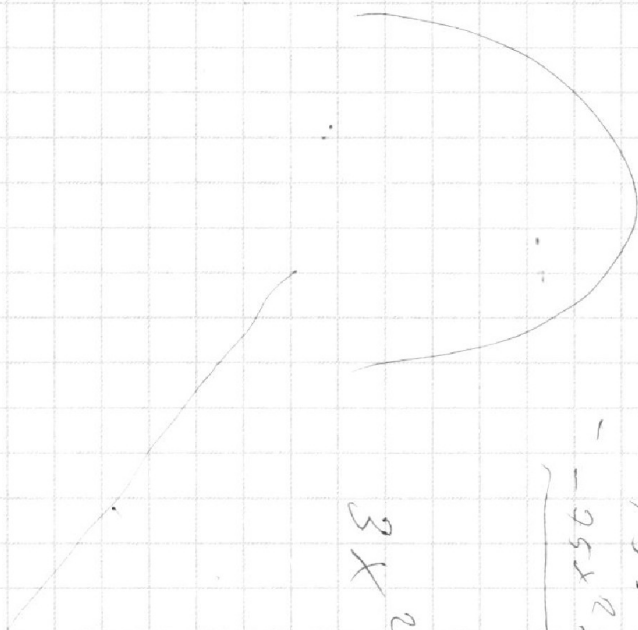
МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 + 3x$$

$$\sim 75x^2$$



$$3x^2$$

$$(9x - 1)$$

$$9x^2 - (3\sqrt{x})^2$$

$$(1 - 3\sqrt{x})(1 + 3\sqrt{x})$$

$$5625x^2 - 2250x^3 - 750x^2$$

$$\begin{aligned} & -75x^2 + 75x + 2 \\ & -75x^2 + \frac{25}{3}x \\ & \frac{20}{3}x - \end{aligned}$$

$$\frac{x - \frac{2}{3}}{-25 + \frac{20}{3}}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 30 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$\frac{45 - 25}{3}$$

$$\frac{75}{25}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

