МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X						

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$

$bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac \vdots 2^{20} 7^{37}$

Значит, мы можем представить $ab = 2^{14} 7^{10} n$, $n \in N$

$bc = 2^{17} 7^{17} m$, $m \in N$

$ac = 2^{20} 7^{37} k$, $k \in N$

~~Тогда~~ Перемножим эти произведения

$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{14} 7^{10} n \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} m \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} k$

$(abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot nmk$

$(abc)^2$ является полным квадратом $\Rightarrow 2^{51} \cdot 7^{64} nmk$ также является полным квадратом $\Rightarrow$ степень 2 должна быть четной $\Rightarrow$ одно из чисел $m, n, k \vdots 2^{2t-1}$, $t \in N$

Чтобы abc было наименьшим ~~остальные 2 числа из m, n, k должны быть~~ $\frac{mnk}{2^{2t-1}}$ должно быть наименьшим возможным квадратом натурального числа, т.е. 1, а $2t-1$ - минимальной натуральной нечетной степенью 2, т.е. $2t-1=1 \Rightarrow t=1$

$(abc)^2 = 2^{51+2t} \cdot 7^{64} \cdot \frac{mnk}{2^{2t-1}}$

$(abc)^2 = 2^{52} \cdot 7^{64} \cdot 1$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$

$n=2 \Rightarrow ab = 2^{15} 7^{10}$ $\quad c = 2^{11} 7^{22}$, $b = 2^{6} \cdot 7^{-15}$

$m=2 \Rightarrow bc = 2^{18} 7^{17}$ $\quad a = 2^{8} \cdot 7^{15}$, $b = 2^{6} 7^{-5}$

$k=2 \Rightarrow ac = 2^{21} 7^{37}$ $\quad b = 2^{5} \cdot 7^{-5}$

~~Значит, такого быть не может.~~ $\left(\frac{mnk}{2^{2t-1}}\right)$

~~Следующим наименьшим квадратом является 4~~

~~$(abc)^2 = 2^{50 \cdot 2t} \cdot 7^{64} \cdot \frac{mnk}{2^{2t-1}}$~~

~~$abc = 2^{54}\ 2^{27} \cdot 7^{32}$~~

abc должно быть $\geq 2^{20} 7^{37}$, т.к. в противном случае ~~$2^{40} 7$~~ $ac = 2^{20} \cdot 7^{37} > abc$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

$\frac{a}{b}$ - несократима $\Rightarrow a$ и b не имеют общих делителей

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a^2-b^2}{(a-b)(a^2-6ab+b^2)} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

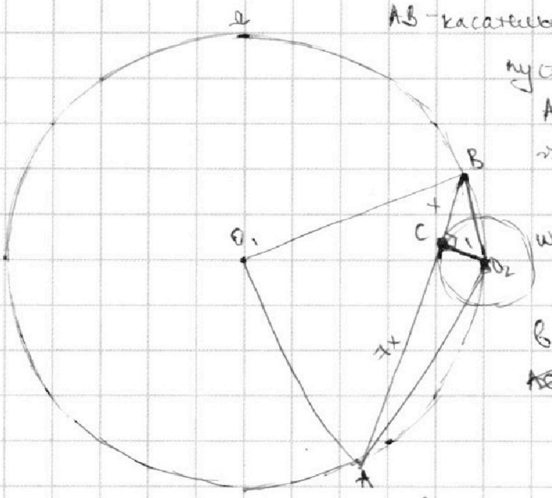
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть O_1 - центр окружности Ω, O_2 - центр окружности ω, тогда

$O_1A = O_1B = 5$, $O_2C = 1$

AB - касательная к $\omega \Rightarrow AB \perp O_2C$



пусть $AC = 7x$, тогда $BC = x \Rightarrow x > 0$

$AB \perp O_2C \Rightarrow \Delta BO_2C, \Delta AO_2C$ - прямоугольные $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т. Пифагора

$BO_2 = \sqrt{1+x^2}$

$AO_2 = \sqrt{1+49x^2}$

пусть $\angle AO_1B = 2\varphi$, тогда $\angle AO_2B = 180° - \varphi$

в ΔAO_1B по т. cos-ов

$AB^2 = O_1B^2 + O_1A^2 - 2\cos 2\varphi \cdot O_1B \cdot O_1A$

$64x^2 = 25 + 25 - 2\cos 2\varphi \cdot 25$

$\cos 2\varphi = 1 - \frac{64x^2}{50}$

в ΔAO_2B по т. cos-ов

$AB^2 = O_2B^2 + O_2A^2 - 2\cos(180° - \varphi) \cdot O_2A \cdot O_2B$

$64x^2 = 1 + x^2 + 1 + 49x^2 - 2\cos(180° - \varphi) \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}$

$\cos 2\varphi = 2\cos^2\varphi - 1 \Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{\frac{\cos 2\varphi + 1}{2}}$

$\cos(180° - \varphi) = -\sqrt{\frac{\cos 2\varphi + 1}{2}}$

$14x^2 = 2 + 2\sqrt{\frac{\cos 2\varphi + 1}{2}} \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}$

$7x^2 = 1 + \sqrt{\frac{2 - \frac{64x^2}{50}}{2}}\sqrt{1+x^2}\sqrt{1+49x^2}$

$(7x^2 - 1)^2 = \left(1 - \frac{32x^2}{50}\right)\left(1 + 50x^2 + 49x^4\right)$

$\cancel{49x^4} - 14x^2 + \cancel{1} = \cancel{1} + 50x^2 + \cancel{49x^4} - \frac{32x^2}{50} - 32x^4 - \frac{32x^2}{50} \cdot 49x^4$

$64x^2 - 0{,}64x^2 - 32x^4 - 0{,}64x^6 \cdot 49 = 0$

$x^2 - 0{,}01x^2 - 0{,}5x^4 - 0{,}49x^6 = 0$

$49x^6 + 50x^4 - 99x^2 = 0$

$x^2(49x^4 + 50x^2 - 99) = 0$ $\quad x > 0 \Rightarrow$ разделим на x^2

пусть $x^2 = t \geq 0$

$49t^2 + 50t - 99 = 0$

$(t - 1)(49t + 99) = 0$

$t = 1$

$t = -\frac{99}{49} < 0$ - не уд. усл.

$t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$

$x = -1 < 0$ - не уд. усл.

$AB = AC + BC = 8x = 8$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

ОДЗ: $2x^2-5x+3\geq 0$ $\quad$ $2x^2+2x+1\geq 0$

$D=25-4\cdot 2\cdot 3=1$ $\quad$ $D=4-4\cdot 2<0$

$x=\frac{5+1}{4}=1,5$ $\quad$ $x\in R$

$x=1$

$x\in(-\infty;1]\cup[1,5;+\infty)$

домножим на сопряжённое

$$\frac{\cancel{2x^2}-5x+3-\cancel{2x^2}-2x-1}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

~~2-7x~~

$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}>0$ при ~~$\forall x\in R$, т.к.~~ $\quad$ ~~ОДЗ~~ $x\in(-\infty;1]\cup[1,5;+\infty)$

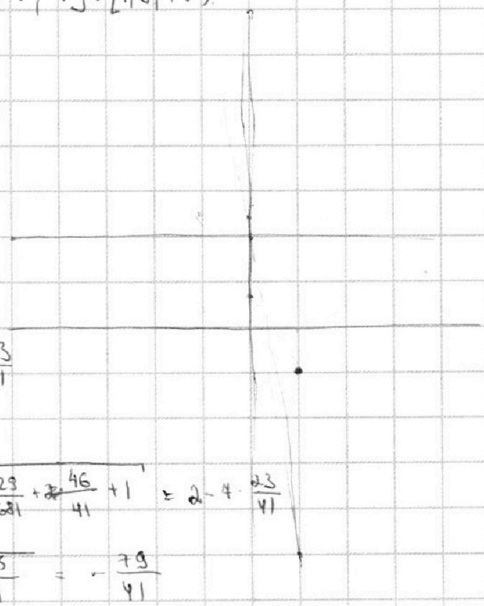
при любых x, удовлетворяющих ОДЗ, т.к. $\sqrt{2x^2+2x+1}>0$, $\sqrt{2x^2-5x+3}\geq 0$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

$$2-7x=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$$

$$(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}-1\right)=0$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}2-7x=0\\ \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1\end{array}\right.\\ x\in(-\infty;1]\cup[1,5;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{7}\\ \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1\ (2)\end{array}\right.\\ x\in(-\infty;1]\cup[1,5;+\infty)\end{cases}$$



$(2)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-5x+3}=1-\sqrt{2x^2+2x+1}$

$\cancel{2x^2}-5x+3=1+\cancel{2x^2}+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1$

$8x^2+8x+4=49x^2+1-14x$

$41x^2-22x-3=0$

$D=484+12\cdot 41=576$

$x=\frac{22+24}{82}=\frac{46}{82}=\frac{23}{41}$

$x=\frac{22-24}{82}=-\frac{1}{41}$

Проверка: при $x=\frac{23}{41}$ $\quad$ $\sqrt{2\cdot\frac{529}{1681}-\frac{115}{41}+3}-\sqrt{2\cdot\frac{529}{1681}+\cancel{2}\frac{46}{41}+1}=2-7\cdot\frac{23}{41}$

$\sqrt{\frac{1386}{1681}}+\sqrt{\frac{853}{1681}}=-\frac{79}{41}$

$\frac{1386}{1861}$ $\quad$ $\sqrt{\frac{1386}{1681}}>\sqrt{\frac{853}{1681}}\Rightarrow$ левая часть ур-я положительна, но правая - отрицательная $\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{23}{41}$ не подходит

при $x=-\frac{1}{41}$ $\quad$ $\sqrt{2\cdot\frac{1}{41^2}+\frac{5}{41}+3}-\sqrt{2\cdot\frac{1}{41^2}-\frac{2}{41}+1}=2+\frac{7}{41}$

$\sqrt{\frac{5250}{1681}}-\sqrt{\frac{1601}{1681}}=\frac{89}{41}$

$\sqrt{5250}-\sqrt{1601}=89$

$\sqrt{5250}=89+\sqrt{1601}>129$

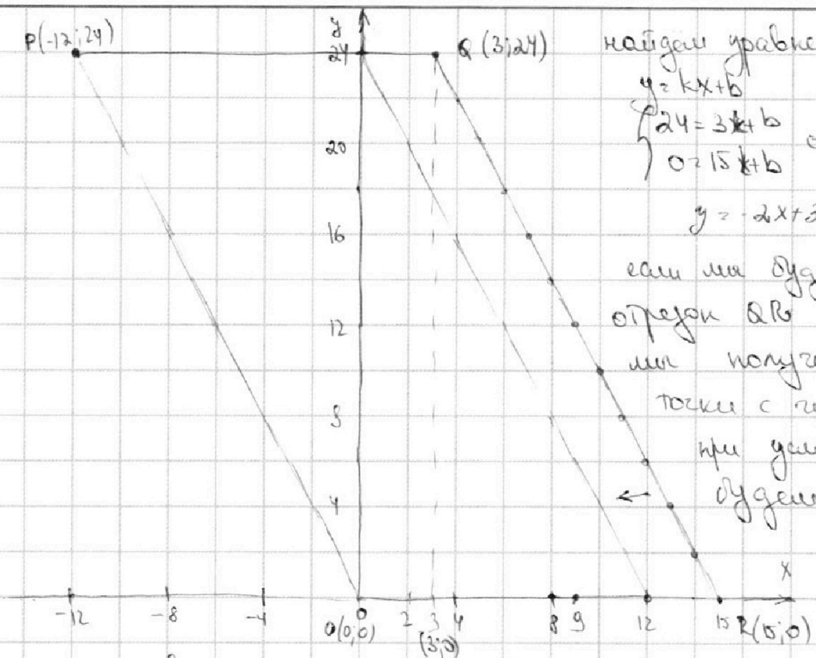
$\sqrt{5250}<129\Rightarrow\sqrt{5250}\neq 89+\sqrt{1601}\Rightarrow x=-\frac{1}{41}$ не подходит

Ответ: $x=\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
				X		

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



найдем уравнение прямой QR

$y = kx + b$

$\begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ 0 = 15k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 30 \end{cases}$

$y = -2x + 30$

если мы будем параллельно переносить отрезок QR вдоль оси Ox влево, то мы получим ~~целочисленные~~ все точки с целочисленными координатами при условии, что каждый раз будем b уменьшать на 1 (при таком переносе $k = const$)

по условию $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 12$

$(\cancel{2x_2} - \cancel{2x_2} + b_2) - (\cancel{2x_1} - \cancel{2x_1} + b_1) = 12$

$b_2 - b_1 = 12$

то есть для того, чтобы пары точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами удовлетворяли условию, они должны лежать на прямых ~~таких, что~~ ~~$b_2 = b_1 + 12$~~
$y = -2x + b_1$ и $y = -2x + b_1 + 12$

Эти прямые будут пересекать ось Ox в точках $x = \frac{b_1}{2}$ и $x = \frac{b_1}{2} + 6$, т.е. точки их пересечения с осью Ox должны находиться на расстоянии 6.

Всего таких пар прямых - 10, причем на каждой лежит по 13 точек с целыми координатами, лежащих в параллелограмме.

Значит, ~~всего~~ количество пар точек A и B равно $\frac{130}{2} = 65$

Ответ: ~~130~~ 65

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

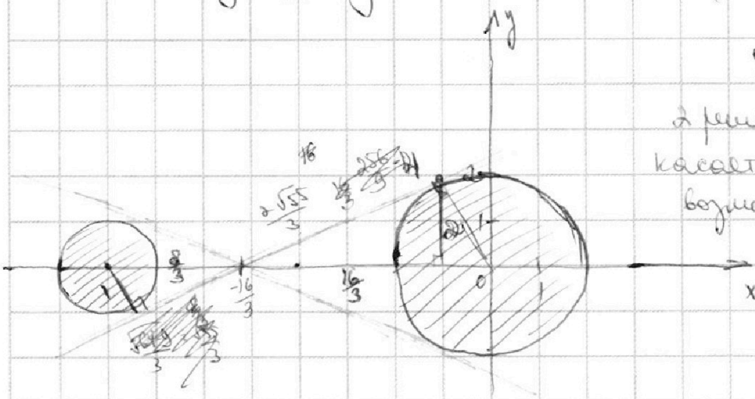
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax-y+10b=0 \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0 \end{cases}$$

построим графически $((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0$



$y=ax+10b$ – прямая

2 решения будет, когда эта прямая касается двух окружностей, а это возможно только в 2 случаях.

в этих случаях $y=ax+10b$ проходит через т. $(-\frac{16}{3};0)$

$x^2+(ax+10b)^2=4$

$(x+8)^2+(ax+10b)^2=1$

~~$x^2+64+16x-x^2=-3$~~

~~$16x=-67$~~

~~$x=-\frac{67}{16}$~~

$x^2+a^2x^2+100b^2+20abx-4=0$

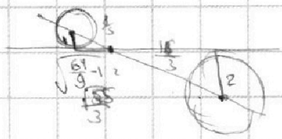
$(1+a^2)x^2+20abx+100b^2-4=0$

$D=400a^2b^2-4(100b^2-4)(1+a^2)=$

$=400a^2b^2-4(100b^2+100a^2b^2-4-4a^2)=$

$=-400b^2+16+16a^2=0$

$a^2+1-25b^2=0$



$(x+8)^2+(ax+10b)^2-1=0$

$x^2+16x+64+a^2x^2+100b^2+20abx-1=0$

$(1+a^2)x^2+(20ab+16)x+63+100b^2=0$

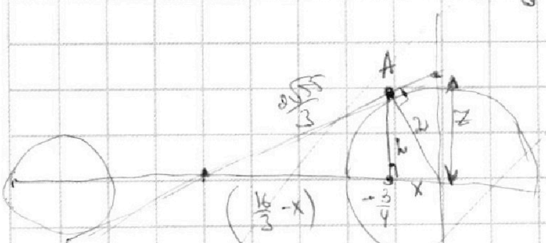
$D=400a^2b^2+256+640ab-4(63+100b^2)(1+a^2)=$

$=400a^2b^2+256+640ab-252-400a^2b^2-400b^2-4a^2=$

~~$=640ab+4-400b^2-4a^2=0$~~

в этих случаях $y=ax+10b$ проходит через т. $(-\frac{16}{3};0)$

$-\frac{16}{3}a=10b \Rightarrow a=-\frac{30b}{16}=-\frac{15b}{8}$ $\boxed{b=-\frac{16}{30}a=-\frac{8}{15}a}$



$\frac{16}{3}z=2\cdot\left(\frac{2\sqrt{55}}{3}+\sqrt{z^2-4}\right)$

$\frac{64}{9}z^2=4\left(\frac{4\cdot 55}{9}+z^2-4+\frac{4}{3}\sqrt{55}\sqrt{z^2-4}\right)$

$16z^2=4\cdot 55+9z^2-36+12\sqrt{55}\sqrt{z^2-4}$

$+9z^2-12z+184+12\sqrt{55}\sqrt{z^2-4}$

$x^2+h^2=4$

$\frac{256}{9}+x^2-\frac{32}{3}x+h^2=\frac{4\cdot 55}{9}$

$\frac{32}{9}\cdot 4+4-\frac{32}{3}x=0$

$x=\frac{8\cdot 3}{32}\Rightarrow h=\sqrt{4-\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{256-9}{16}}=\frac{\sqrt{247}}{4}=\sqrt{\frac{64-9}{16}}=\frac{\sqrt{55}}{4}$

$\frac{\sqrt{55}}{4}=-\frac{3}{4}a+10b \Leftrightarrow \frac{\sqrt{55}}{4}=-\frac{3}{4}a+10\cdot\left(-\frac{8}{15}\right)a$

$a=\frac{\sqrt{55}}{4}:\left(-\frac{7}{12}\right)$

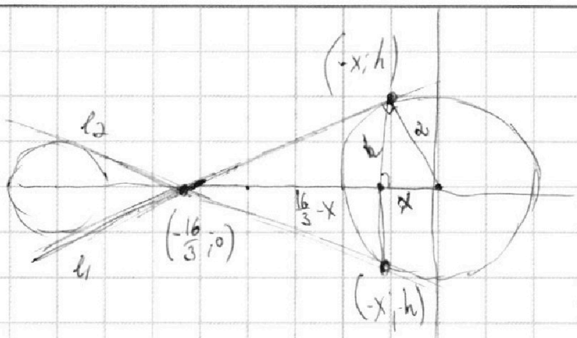
т. A $(-x,h)$

т. A $\left(-\frac{3}{4};\frac{\sqrt{55}}{4}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$h^2+x^2=4$

$\frac{4\cdot 55}{9} = h^2+\frac{256}{9}+x^2-\frac{32}{3}x$

$8=\frac{32}{3}x$

$x=\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$

$h=\sqrt{4-\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{55}}{4}$

пр. l_1 $\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a+10b \\ \frac{\sqrt{55}}{4} = -\frac{3}{4}a+10b \end{cases}$

$\frac{\sqrt{55}}{4} = \left(-\frac{3}{4}+\frac{16}{3}\right)a = \cancel{a = \frac{\sqrt{55}}{4}\cdot\frac{12}{73} = \frac{3\sqrt{55}}{73}}$

$a = \frac{\sqrt{55}}{4} : \frac{55}{12} = \cancel{\frac{3}{2}}\ \frac{\sqrt{55}\cdot 12}{4\cdot 55} = \frac{3}{\sqrt{55}}$

пр. l_2 $\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a+10b \\ -\frac{\sqrt{55}}{4} = -\frac{3}{4}a+10b \end{cases}$

$-\frac{\sqrt{55}}{4} = \left(\frac{16}{3}-\frac{3}{4}\right)a$

$-\frac{\sqrt{55}}{4}\ \cancel{64} = \frac{55}{12}a$

$a = -\frac{\sqrt{55}}{4}\cdot\frac{12}{55} = -\frac{3}{\sqrt{55}}$

$a = \pm\frac{3\sqrt{55}}{55}$

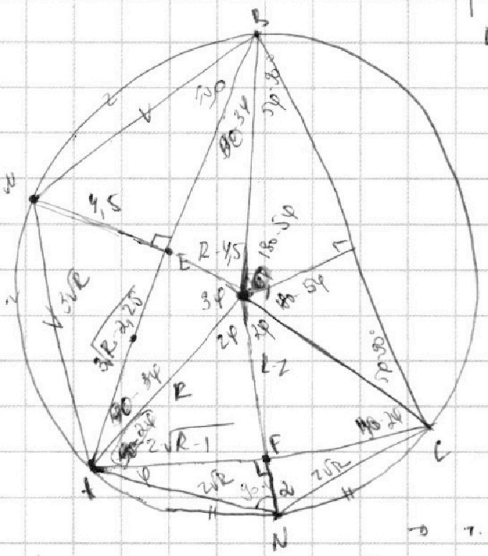
Ответ: $a = \pm\frac{3\sqrt{55}}{55}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



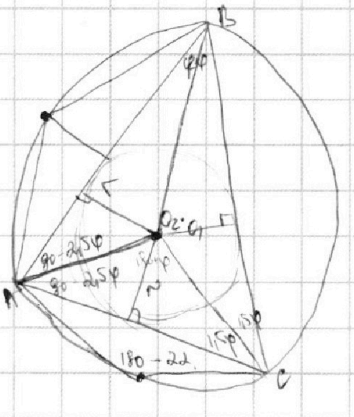
равные дуги высекают равные отрезки
$\breve{BM} = \breve{AM}$, $(C \notin \breve{BM}, C \notin \breve{AM}) \Rightarrow BM = AM \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AMB$ - р/б $\Rightarrow$
пусть ME - расстояние от т. M до AB, $ME \perp AB \Rightarrow$
$\Rightarrow ME$ - высота в р/б $\triangle$-ке $\Rightarrow ME$ - бис. и мед. $\Rightarrow$
$\Rightarrow AE = BE$

Аналогично $AN = CN \Rightarrow \triangle ANC$ - р/б
NF - расстояние от N до AC, $NF \perp AC \Rightarrow$
$\Rightarrow NF$ - бис. в р/б $\triangle$-ке $\Rightarrow NF$ - мед. и бис. $\Rightarrow$
$\Rightarrow AF = CF$

$\left.\begin{matrix} NF \perp AC, AF = CF \\ ME \perp AB, AE = BE \end{matrix}\right| \Rightarrow ME, NF$ - ср. перпендикуляры к сторонам AB и $AC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т. O_1 - центр оп. окр-ти лежит на их пересечении,

пусть R - радиус оп. окр-ти, тогда $O_1E = R - 4{,}5$; $O_1F = R - 2$, по т. Пифагора из $\triangle$-ка AO_1F и AO_1E найдём $AF = \sqrt{R^2 - (R-2)^2} = \sqrt{R^2 - R^2 - 4 + 4R} = 2\sqrt{R-1}$; $AE = \sqrt{R^2 - (R-4{,}5)^2} = \sqrt{R^2 - R^2 - 20{,}25 + 9R} = \sqrt{9R - 20{,}25} = 3\sqrt{R - 2{,}25}$. По т. Пифагора в $\triangle AFN$ и $\triangle AEM$ найдём AN и AM.
$AN = \sqrt{4R - 4 + 4} = 2\sqrt{R}$; $AM = \sqrt{9R - 20{,}25 + 20{,}25} = 3\sqrt{R}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

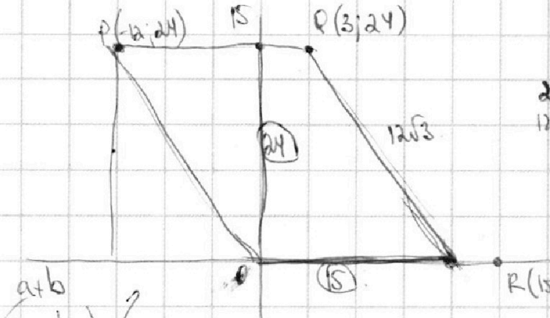
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

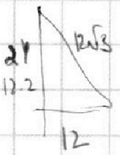
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ





$1-\cos2\varphi = \frac{64x^2}{50}$

$\cos2\varphi = 1-\frac{64x^2}{50}$

$\cos(180-\varphi) = -\sqrt{\frac{1-\frac{64x^2}{50}+1}{2}} = \sqrt{1-\frac{32x^2}{50}}$

$14x^2 = 2+2\left(\sqrt{1-\frac{32x^2}{50}}\cdot\sqrt{(1+x^2)(1+49x^2)}\right)$

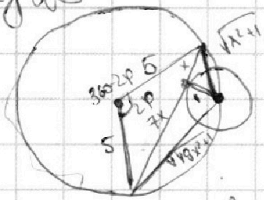
$7x^2 = 1+\sqrt{1-0{,}64x^2}\cdot\sqrt{1+x^2}\cdot\sqrt{1+49x^2}$

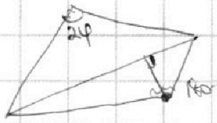
$a+b$

$(a+b)^2 = 8ab$

$(7x^2-1)^2 = (1-0{,}64x^2)(1+50x^2+49x^4)$

$(49x^4-14x^2+1) = (1+50x^2+49x^4-0{,}64x^2-0{,}64x^2\cdot50x^2-0{,}64x^2\cdot49x^4)$





$64x^2-0{,}64x^2-32x^2-0{,}64x^6\cdot49=0$

$x^2-0{,}01x^2-0{,}01\cdot50x^4-0{,}01x^6\cdot49=0$

$0{,}99x^2-0{,}5x^4-0{,}49x^6=0$

$x^2(0{,}49x^4+0{,}5x^2-0{,}99)=0$

$x\neq0$

$49t^2+50t-99=0$

$D=2500+4\cdot49\cdot99=4(25^2+7^2\cdot3^2\cdot11)$

$t=\frac{-50+4\sqrt{1369}}{98}=\frac{-25+2\sqrt{1369}}{49}>0$

0,64 · 49 = 3136; 625; 21; 441; 4851; 5476; 5476 : 4 = 1369

$\begin{cases} ax-y+10b=0 \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le0 \end{cases}$

$c=2^{12}7^{22}$

$bc=2^{13}7^{17}$

$ac:4$

$c=2^{12}7^{5}$

$a=2^3$

$b=2^2$

$2^{15}7^{10}$, $2^{18}7^{37}$, 2^{20}

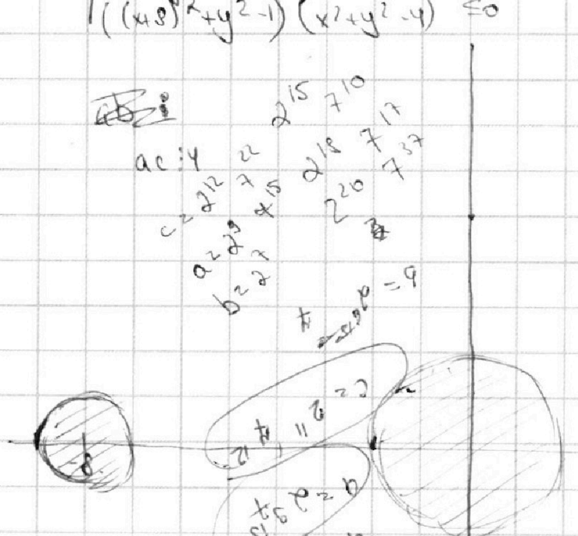
$ax-y+10b=0$ найдется b - 2 решения

$y=ax+10b$

49 50 −99

1 49 99 0

$(x-1)(49x+99)=0$



$ab=2^{14}7^{10}$

$bc=2^{18}\cdot7^{17}$

$ac=2^{20}\cdot7^{37}$

$ab\cdot ac=2^{34}7^{47}$

$2^{26}7^{32}$

$a=2^8 7^{15}$

~~$a=2^7 7^5$ $b=2^7 7^5$~~

$c=2^{12}7^{22}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$

1) $2x^2-5x+3$ и $2x^2+2x+1$ одновременно равно 0

$2x^2-5x+3\geq 0$

$D=25-4\cdot3\cdot2=1$

$x=\frac{5\pm1}{4}=1{,}5$

$x=1$

$x\in(-\infty;1]\cup[1{,}5;+\infty)$

$2x^2+2x+1\geq 0$

$D=4-4\cdot2<0$

$2x^2+2\frac{\sqrt2}{2}x+\frac12+\frac12\geq0$

2) $\frac{2x^2-5x+3-2x^2-2x-1}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$

$90-180+5\varphi$

$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$, >0

$2-7x=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$

$(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}-1\right)=0$

$x=\frac27$

$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$

$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1+2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=1$

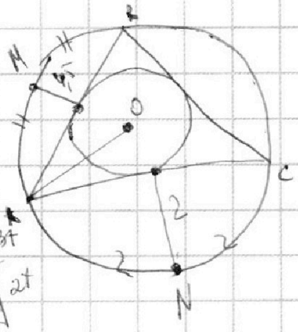
$4x^2-3x+4+2\sqrt{}$

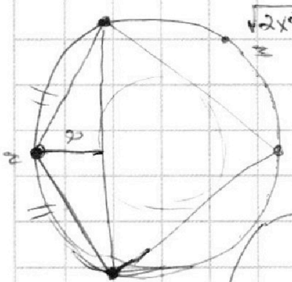
$\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1$ нет решений

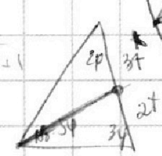
$\sqrt{2\cdot2{,}25+3+1}$

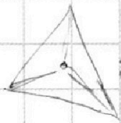
$0+\sqrt{8{,}5}>1$

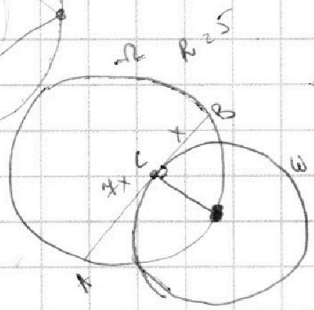
$\sqrt{2+2+1}$









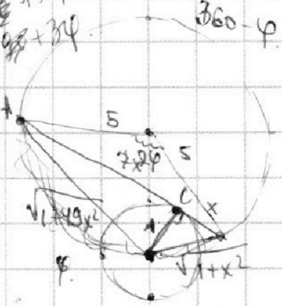


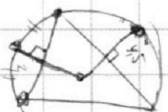
$180-5\varphi$

$+2\varphi$

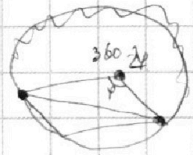
$+3\varphi$

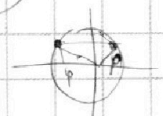
$360-\varphi$





$180-\frac{\varphi}{2}$





$64x^2=25+25-2\cos2\varphi\cdot25$

$64x^2=50(1-\cos2\varphi)$

$64x^2=1+49x^2+1+x^2-2\cos(180-\varphi)\cdot\sqrt{(1+49x^2)(1+x^2)}$

$14x^2=2-2\cos$

$\cos2\varphi=2\cos^2\varphi-1\Rightarrow\cos\varphi=\sqrt{\frac{\cos2\varphi+1}{2}}$

abc $\quad ab : 2^{14}7^{10}$

$bc : 2^{17}7^{17}$

$ac : 2^{20}7^{37}$

abc наим-?

$20{,}25 \mid 9$, $2{,}25$

$ab=2^{14}7^{10}n$

$bc=2^{17}7^{17}m$

$ac=2^{20}7^{37}k$

$a^2b^2c^2=2^{51}7^{64}mnk$

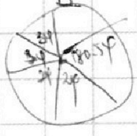
$2^{51}mnk$

$2^{52}7^{64}$

$2^{26}7^{32}$

$\frac{a}{b}$

$\frac{a+b}{a^2+6ab+b^2}$



10φ

$360-10\varphi$

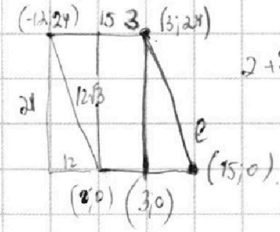
1891

$3043-4115+1028$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$

$2+5+3$

ур. ℓ: $0=15k+b$

$24=3k+b$

$-24=12k$

$k=-2$ $b=30$

$\sqrt{10}\to 2\sqrt{1}$

$y=-2x+30$

$8-10+3$

1

$18-15+3$ $\sqrt{6}-$

$8+4+1$

$\sqrt{13}.$ $2x$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
30	28	26	24	22	2										

$x=1$

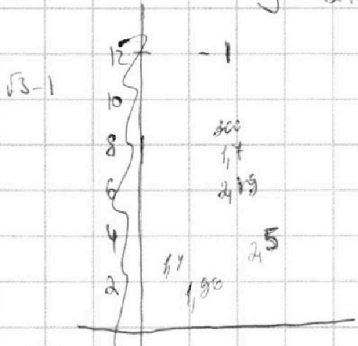
$2-5+3$

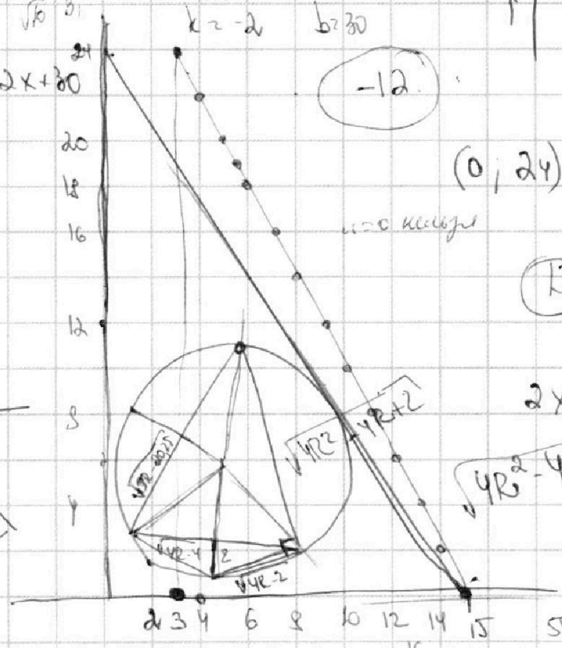
$y=-2x+30$

-12

$y=-2x+30.$

18.





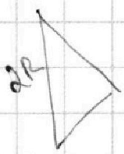
$(0;24)$

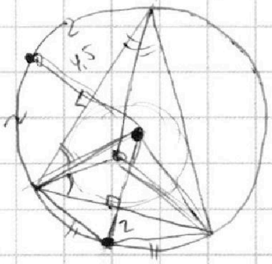
13 пар

1	✓	?
2		
3	✓	✓
4	✓	✓
5	✓	✓
6	✓	✓
7	?	

$2x(x+1)$

$\sqrt{4R^2-4R+2}$





$4R-4+2$

$4R-2$

$2x_1-y_1+2x_1-y_1=b_1+b_2=12$

$2x_2+y_2-(2x_1+y_1)=2x_2-2x$

$b_2-b_1=12$

$r=\frac{S}{p}$

$\cancel{2x^2}-5x+\cancel{1}=\cancel{1}+\cancel{2x^2}+2x+\cancel{1}-2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$1=4x-2\sqrt{2x^2+2x+1}$

$2\sqrt{2x^2+2x+1}=7x-1$

$4(2x^2+2x+1)=49x^2-14x+1$

$8x^2+8x+4=49x^2-14x+1$

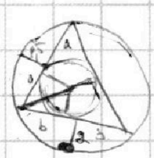
$41x^2-22x-3=0$

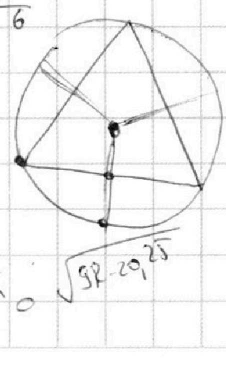
$D=484+12\cdot 41$ $\Leftrightarrow$ Нет решений

$-\frac{16}{3}$ $=\frac{-9-64}{12}=-\frac{73}{12}$

$-\frac{3}{4}$

$2-82+1681$





$2x=b_1+12$

$R^2-(R^2-4R+4)$

$+4R-4$

$R^2-(R^2+20{,}25-9R)$

$\sqrt{9R-20{,}25}$

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

$41\cdot 41 = 1681$; $129\cdot 129 = 16641$; $23\cdot 23=529$; $24\cdot 24=576$; $4{,}5\cdot 4{,}5=20{,}25$; $26\cdot 26=156$…