



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17}, \quad ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Во-первых, $abc : 2^{20} \cdot 7^{37}$, так как

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Чтобы abc было наименьшим, оно не должно делиться на другие делители, кроме 2 и 7 , так как иное abc будет больше.

$$\begin{array}{l} ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \end{array} \quad \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \cdot 7^{64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc : \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$$

$$abc : 2^{25} \cdot 7^{32} \sqrt{2} \quad (\text{округлено в большую сторону})$$

$$abc : 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\text{Но } abc : 7^{37} \Rightarrow \text{Наименьшее } abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\text{Например, } \left. \begin{array}{l} a = 7^{20} \cdot 2^9 \\ b = 2^6 \cdot 7^{17} \\ c = 7^{17} \cdot 2^{11} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} ab = 2^{15} \cdot 7^{20} : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} : 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{17} \cdot 7^{37} \end{array}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{32}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

~~a~~ $\frac{a}{b}$ - несократимая

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ - сократимая на $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a+b) : m \Rightarrow (a^2 + 2ab + b^2) : m / \Rightarrow \\ (a^2 - 6ab + b^2) : m$$

\Rightarrow Так как $a^2 + 2ab + b^2 : m$, то v и w
 $a^2 - 6ab + b^2 : m$

т.е. Разделим кратна $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 6ab + b^2) : m$$

$$8ab : m$$

Так как ~~нужна~~ $8ab : m$, значит m - те-
который делит $8ab$.

Но m не делит a и b ,
так как если $m : a$, то

$$(a+b) : a \Rightarrow (a+b) : \cancel{a} \Rightarrow a+b = k$$

$\Rightarrow b : a \Rightarrow$ ~~a~~ b - уробо должна быть сокра-
тимыми т.к. не условие она несократима \Rightarrow

$$\Rightarrow m \nmid a$$

Аналогично $m : b$, так как иначе $(a+b) : b$
 $\Rightarrow a : b \Rightarrow$ ~~a~~ b - уробо сокра-
тимыми, а не условие она несократима \Rightarrow
 $\Rightarrow m \max = 8$ (Например $a = 1, b = 7$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m_{\max} = 8$$

Например, $a=1$ $b=7$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} - \text{дробь не сократилась}$$

также

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} - \text{дробь сократилась на 8}$$

также

$$a^2 + 2ab + b^2 : m \Rightarrow 3a^2 + 6ab + 3b^2 : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

Их сумма также кратна $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4a^2 + 4b^2 : m$$

$$4(a^2 + b^2) : m$$

При $m \geq a^2 + b^2$ Если m - делитель $a^2 + b^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : a^2 + b^2, \text{ то } \max a, b \in N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b \leq a^2 + b^2 \Rightarrow \text{Если } a+b < a^2 + b^2, \text{ то}$$

$$a+b / a^2 + b^2 \Rightarrow m / a^2 + b^2$$

$$\text{Если } a+b = a^2 + b^2 \Rightarrow a=1 \text{ (при } a, b \in N)$$

$$b=1$$

$\Rightarrow a/b$ - сократимая дробь, т.к. 1 не подходит

под условие $\Rightarrow m / a^2 + b^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow m$ делит $10 \times 10 = 100$ кратна 4, то для них

максимальное $m = 8 \Rightarrow s > 4 \Rightarrow m = 8$.

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

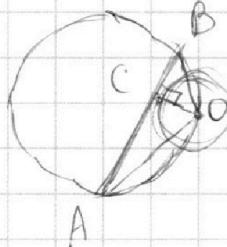
Дано: ω, Ω
 AB - кас. к ω

Решение:

$$AC : CB = 7$$

~~Внешний~~ $R = 5$
 R $r = 1$

$\triangle ABC$

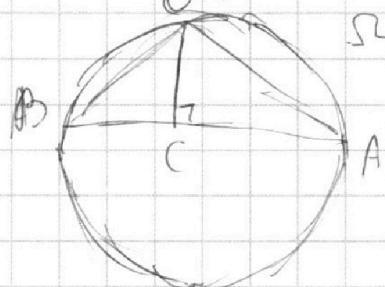


Найти: $AB = ?$

Решение: $\triangle ABC$ вписан в окружность Ω .

Ω .

$$S_{ABC} = \frac{OC \cdot AB}{2}$$



$$\text{Найдите } S_{ABC} = \frac{OB \cdot BA \cdot AD}{4R}$$

где B - радиус описанной окружности
 B называют полусуммой $R = 5$

Так как O лежит на окр-стии Ω

Также так AB - касательная к окр, где $C \in \omega$
 $O C = r = 1$

AB - касательная $\Rightarrow OC \perp AB$, где $OC = r$.

$$\text{По теор Пифагора: } OC^2 + BC^2 = BO^2$$
$$OC^2 + AC^2 = OA^2$$

Учиму $BC = x$ $\Rightarrow AC = 7x$ ($\frac{AC}{CB} = 7 \Rightarrow AC = 7 \cdot BC$)
($x > 0$)

$$OC = 1 \Rightarrow OB = \sqrt{x^2 + 1^2}$$

$$OA = \sqrt{1 + 49x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{ABO} = \frac{DC}{2} \cdot AB$$

$$DC = 1$$

$$AB = BO + OA = x + 7x = 8x \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 8x = 4x$$

$$S_{ABO} = \frac{OB \cdot BA \cdot AO}{4R} = \frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot 2\sqrt{5}}$$

$$\frac{8x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}}{4 \cdot S} = 4x \quad \cancel{4} \quad \cancel{S} \quad 4x$$

$$\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} = 10 \quad | \text{возведем в квадрат}$$

| обе части
показательное)

$$(1+x^2)(1+49x^2) = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad x^2 = -\frac{99}{49}$$

$$x = \pm 1 \quad x \in \emptyset$$

$$AB = 8x \rightarrow AB = 8$$

Объем: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x, \quad x \notin \left[\frac{2}{3}; 1\right]$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

Задача: $2x^2 - 5x + 3 = a, \quad a > 0$
 $2x^2 + 2x + 1 = b, \quad b > 0$

Тогда: $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$$(a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

Тогда $a = b \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

Либо $a = 1, b = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 1$
 $2x^2 - 2x + 2 = 0$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Либо $b = 1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 1$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$x = \frac{3}{7}$$

Ответ: $\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

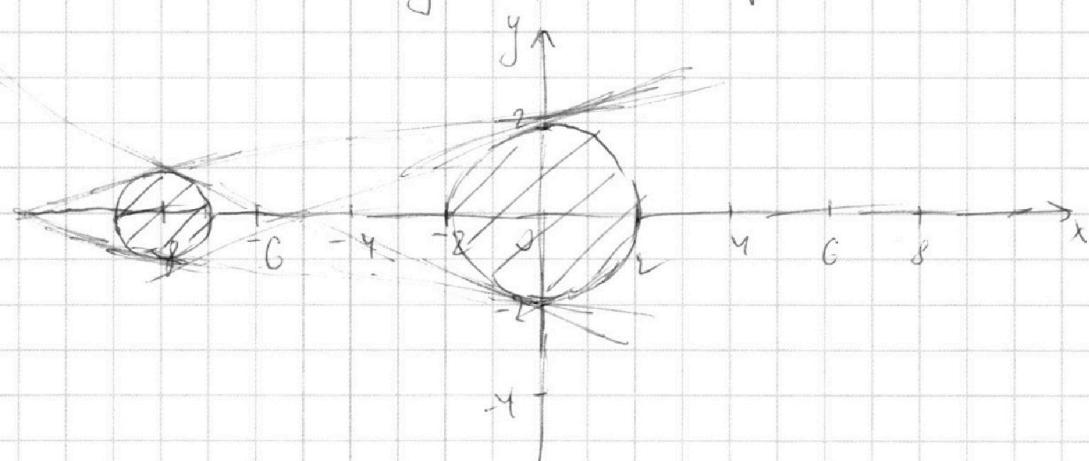
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N6 \quad \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Нарисуйте график

$$(x+8)^2 + y^2 = 1 \text{ - окружность, центр } (-8; 0)$$
$$x^2 + y^2 = 4 \text{ - окружность, центр } (0; 0)$$
$$y = ax + 10b \text{ - прямая}$$



Заштрихованная область \Rightarrow область, в
которой лежат оба пересечения.

Если прямая $y = ax + 10b$ будет пересекать окружность, то будет 2 решения.

Если окружность не будет пересекаться

Чтобы было 2 решения, $y = ax + 10b$ должна
касаться касательной к окружности обеими окружностями.

$$\text{Тогда } y = ax + 10b, \text{ где } (x+8)^2 + y^2 = 1$$
$$y_1 = ax_1 + 10b, \text{ где } x_1^2 + y_1^2 = 4$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y_1 - y}{x} = \frac{y_1}{x}$$

Всего получаем 4 параллеля
a, при этом

$$y = \pm \sqrt{1 - (x+8)^2}$$

$$y_1 = \pm \sqrt{1 - x_1^2}$$

$$a_1 = -a_2 \\ a_3 = -a_4 \quad | \rightarrow$$

$$\frac{1 - (x+8)^2}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$

⇒ Всего

$$\frac{-x^2 - 16x - 64}{x^2} = \frac{1 - x_1^2}{x_1^2}$$

$$\frac{-16x - 64}{x^2} = \frac{1}{x_1^2}$$

⇒ Всего y все получатся в касательные.

Ответ: всего 4 параллеля a при которых
находят значения b.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 106 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$y - ax = y_1 - ax_1$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4 \quad \lambda = 2 \\ y_1 &= \pm \sqrt{4 - x_1^2} \\ y &= \sqrt{1 - (x+8)^2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + \frac{25}{49}} - \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{4}{7} + \frac{25}{49}} = 0$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$



$$\begin{array}{c} a \\ \diagdown \\ \text{hypotenuse} \\ \diagup \\ b \end{array}$$

$$28$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)} = 4 + 49x^2 - 49x$$

$$-45x^2 + 25x = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$-5x(9x-5) = 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)}$$

$$+25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(x-1)(2x-3)(2x^2+2x+1)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{c} a \\ \diagdown \\ \text{hypotenuse} \\ \diagup \\ b \end{array}$$

$$y = ax + 106$$

$$\sqrt{a^2 - b^2} = a - b = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1)$$

$$D = \sqrt{Ax^2 + By + C} \quad (a - \sqrt{a}) = b - \sqrt{b}$$

$$a - b = \sqrt{a^2 - b^2} = a^2 + b^2 - 2ab$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \quad ac = 2^{20} \cdot 7^{20} \quad \text{решение} \quad \text{МФТИ}$$

$$abc = 2^{37} \cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{22} \cdot 7^{51} \cdot 64$$

$$ab = m \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = n \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ca = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{20}$$

$$a^2 b^2 c^2 = k m n \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$a^2 b^2 c^2 = k m n \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$a^2 b^2 c^2 = k m n \cdot 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$1 = 2 + 1$$

$$a = 1 \quad b = 7$$

$$1 + 49 - 42 = 8$$

$$= \frac{8}{8} = 1$$

$$a+b:m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$a^2 + 2ab + b^2 : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$3a^2 + 6ab + 3b^2 : m$$

$$4a^2 + 8ab + 4b^2 : m$$

$$a+b : m$$

$$a+b : m$$

Либо оба корня целые, либо разделил нацело

$$\frac{a+b}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 + b^2}$$

$$a+b : n \quad a^2 + 2ab + b^2 : n$$

$$a^2 + b^2 : n \quad a^2 + b^2 : n$$

$$2ab : n$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 + b^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$(2x^2 - 5x + 3)$$

$$\begin{array}{cccc|c} 4 & -6 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 & -4 & -3 \end{array}$$

$$(2x^2 - 5x + 3) (2x^2 - 5x + 3 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3}) =$$
$$= (2x^2 + 2x + 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(4x^3 - 2x^2 - 9x - 3)$$

$$a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}, \quad a, b \geq 0$$

$$\begin{array}{ccccc} 4 & -2 & -4 & -3 \\ 3 & 4 & 4 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\text{множ} \quad \begin{array}{l} a = b \\ a = 1 \\ b = 0 \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$-2\sqrt{(x-1)(x-1,5)}(4x^2 + 4x + 2) = -2 - 7x$$

$$2(2x^2 + 2x + 1) \quad \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 1 \end{array}$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x$$

$$4x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$7x = 3$$

$$2(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$(2x^2 + 2x + 1) = 2(x-1)(x-1,5)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 7x - 10x - 6$$

$$a = 7, \quad b = 2$$

$$2x^2 - 12x - 5 = 0$$

$$c = 7, \quad 2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2(x-1)(x-1,5) \quad \begin{array}{l} A = 144 - 40 = 104 \\ C = 72 \end{array}$$

$$b = 2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 5x + 3 \quad \begin{array}{l} 2x^2 + 2x + 1 \\ - 2x^2 + 5x - 3 \end{array}$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 10b \end{cases}$$

$$x=0 \quad y=\pm 2 \quad y=0 \quad x=\pm 2$$

$$10b = -2a \quad 2 = 10b \quad b = \frac{1}{5}$$

$$10b = 2a \quad -2 = 10b \quad b = -\frac{1}{5}$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$x = -8 \quad y = \pm 1$$

$$1 = -8a + 10b \quad -1 = -8a + 10b$$

(5) $2x_2^2 - 2x_1(y_2 - y_1) = 12$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$x_2 = 10b + x_1$$

$$10 \cdot 2b = 12 \quad b = \frac{1}{5}$$

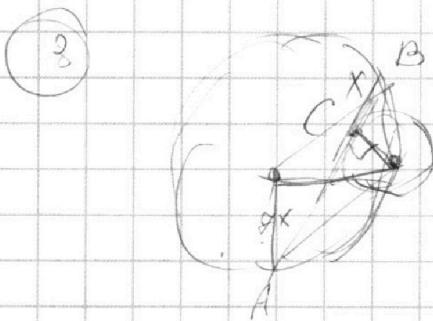
$$P = \frac{\sqrt{Ax^2 + By + C}}{|A+B|}$$

(2) $a = 15 \quad b = 15$

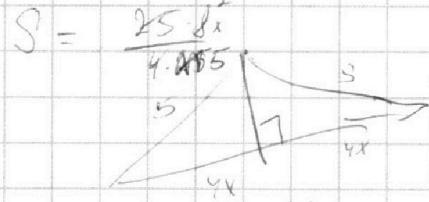
$$\frac{16}{1+225+90} = \frac{16}{186} = \frac{4}{46} = \frac{2}{23}$$

$$y = ax + 10b$$

$$ax - y + 10b = 0$$

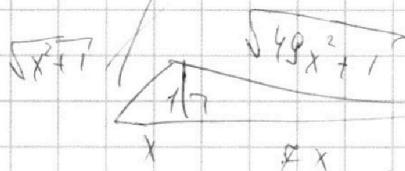


$$S = \pi r^2 \quad S = \frac{ab}{4} \sqrt{\frac{106}{a-1}}$$



$$S = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2}$$

$$2x = 4x \cdot \sqrt{25 - 16x^2} \quad P = \frac{\sqrt{64a + 106}}{|a-1|}$$



$$2 \cdot \sqrt{25 - 16x^2} = 1 \quad 4(25 - 16x^2) = 1 \quad x = \frac{\sqrt{106}}{|a-1|}$$

$$\sqrt{25 - 16x^2} \cdot 4x = 10x$$

$$4(25 - 16x^2) = 25$$

$$100 - 64x^2 = 25$$

$$64x^2 = 75$$

$$x = \frac{\sqrt{75}}{8}$$

$$100 - 64x^2 = 1$$

$$64x^2 = 100 \quad x^2 = \frac{100}{64} \quad x = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{64}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$64a = 306$$

$$32a = 153$$

$$8 = 106$$

$$24 \cdot 64a + 4 \cdot 106 = 106$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} ax - y + 10 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \text{(1)} \\ \text{(2)} \end{cases} \quad \begin{aligned} & (x+8)^2 + y^2 - 1 = 0 \\ & (x+8)^2 + y^2 = 1 \end{aligned}$$

$$y = a\lambda + 10^6$$

$$y = a\sqrt{4 - x^2} + 10^6$$

$$y_1 = a\sqrt{4(1 - (x+3)^2)} + 10^6$$

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\sqrt{X^2 - k^2}$$

$$D \quad (x+8)^2 + y^2 = 1$$

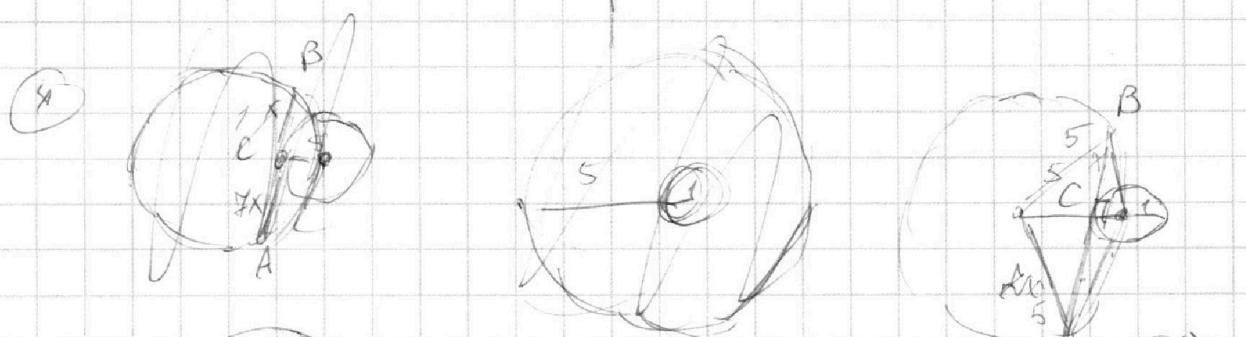
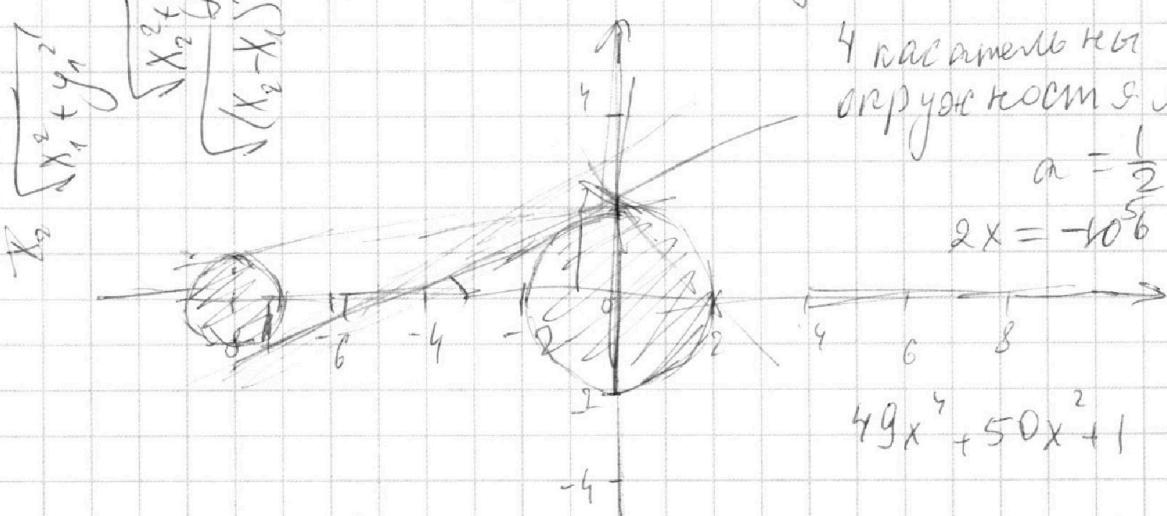
$$x^2 + y^2 = 4$$

4 sacramenta te et
aperte tecum s. illi

$$a = \frac{1}{2}$$

$$2x = -10^6$$

$$49x^4 + 50x^2 + 1$$



$$\int \sqrt{x^2 + 1} dx$$

$$64x^2 = 50 - 2 \cdot \cos 2\alpha \\ \cdot 25 =$$

$$= 50 - 50 \cdot \cos 2\alpha$$

$$64x^2 = 50x^2 + 2 - 2\cos \alpha \cdot \sqrt{(49x^2 + 1)(x^2 + 1)}$$

$$50 - \frac{1}{2}10 \cdot \sin \alpha \cos \alpha = 50x^2$$