



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$~~ \Rightarrow сумма степеней
чисел x_a, x_b, x_c - это степень на факторы
каждого на которые дел чисел а в с.

пусть y_a, y_b, y_c - это более степени 7
на которые дел а в с

т.к а б дел на $2^{15} \cdot 7^{11}$ то

$$x_a + x_b \geq 15 \quad \text{и} \quad y_a + y_b \geq 11 \quad \text{т.к}$$

это необходимые условия для деления

на $2^{15} \cdot 7^{11}$. при умножении степеней
складываются ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$)

т.к в с дел на $2^{17} \cdot 7^{18}$ то

$$x_b + x_c \geq 17 \quad y_b + y_c \geq 18$$

т.к а с дел на $2^{23} \cdot 7^{39}$.

$$\text{то} \quad x_a + x_c \geq 23$$

$$y_a + y_c \geq 39$$

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 15 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 23 \end{cases}$$

$$y_a + y_b \geq 11$$

$$y_b + y_c \geq 18 \Rightarrow$$

$$y_a + y_c \geq 39$$

$$y_a + y_b + y_c \geq \frac{59}{2} \geq 34$$

$$\Rightarrow (x_a + x_b + x_c) \geq 55$$

$$\text{т.к} \quad x_a + x_b + x_c \geq \frac{55}{2} = 27,5$$

т.к x_a, x_b, x_c - натур (т.к а в с натур)

$$\text{то} \quad x_a + x_b + x_c \geq 28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

следовательно $a \cdot b \cdot c$ также дел
на $2^{28} \cdot 7^{39}$ но. н. к $a \cdot b \cdot c$ дел на 7^{39}

и то $a \cdot b \cdot c$ также должно делиться
на $7^{39} \Rightarrow a \cdot b \cdot c$ также дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$

иными словами $a \cdot b \cdot c$ дел на $2^{28} \cdot 7^{39}$ то
 $a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$

пример когда $a \cdot b \cdot c = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5 \cdot 7^{28}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{22}$$

$$b \cdot c = 2^{18} \cdot 7^{39}$$

$$a \cdot c = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a и b не взаимно просты, так как
 a^2 не взаимно просто с $b^2 \Rightarrow a$ не взаимно
просто с b .

пример когда $m = 9$.

$$a = 4 \quad b = 5$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

пусть m макс
число на которое
их можно сокра-
тить.

$$a+b \quad (a+b)^2 - 2ab \quad \text{делится на } m.$$

заметьте что если из пробного числа
вынести слева $a+b$ раз то у

~~нас~~ нас НОЗ сократится. и при

добавить левую часть $2a$ раз

то из НОЗ сократится.

$$a+b \quad (a+b)^2 - 2ab + (a+b)(a+b) + 2a(a+b)$$

$$a+b \quad 9a^2 \quad \text{у них НОЗ } m \text{ и они} > 0.$$

теперь сделают тоже самое но

вместо прибавления $2a$ раз при

добавлю $2b$.

$$a+b \quad (a+b)^2 - 2ab - (a+b)(a+b) + 2b(a+b)$$

$$a+b \quad 9b^2 \quad \text{у них НОЗ } m.$$

Известно что $\frac{a}{b}$ несократима \Rightarrow

a взаимно просто с b .

заметьте что $9a^2$ делится на m и

$9b^2$ на m но так как a^2 взаимно просто

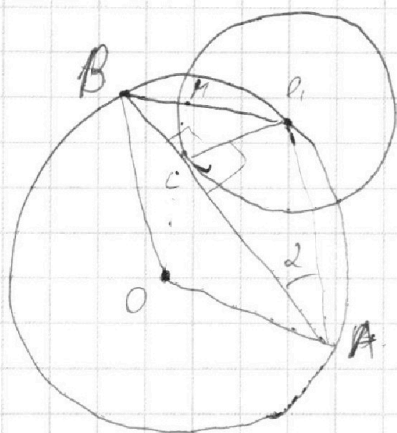
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Оул, диаметр окружностей.

пусть $AC=17x$ $CB=27x$.

$OQ=OA=13$ $O_1BC=7$.

$\angle O_1CB=90^\circ$ (угол между касательной и прямой из центра на точку касания).

$2 \angle BAO_1 = \alpha$ $\angle BOQ_1$ (м.к $\angle BAO_1$ опущена на BO_1 , а $\angle BOQ_1$ из центра на BO_1)

$BO=OQ_1 \Rightarrow \angle OBO_1 = \angle BO_1O = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$ (м.к. треугольник равнобедренный и сумма углов $\Delta 180^\circ$)

$O_1A = \sqrt{7^2 + 17x^2}$ Δ прямоугольный $\left\{ \begin{array}{l} BO_1 = \sqrt{BO^2 \cos^2 \alpha} \\ \Delta$ прямоугольный \end{array} \right.

$\sin \alpha = \frac{CO_1}{O_1A} = \frac{7}{\sqrt{7^2 + 17x^2}} = \cos \angle OBO_1$ м.к α или $90^\circ - \alpha$.

Запишем теорему кос. ΔBOO_1

$OO_1^2 = BO^2 + BO_1^2 - 2 \cos \angle OBO_1 \cdot BO \cdot BO_1$

~~$169 = 169 + 49 + 49x^2 - 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{49+289x^2}} \cdot 13 \cdot \sqrt{49+49x^2}$~~

Проведем высоту OH в ΔBOQ_1 , тогда

BH и медиана $\Rightarrow BH = \frac{BO_1}{2} = \frac{\sqrt{49+49x^2}}{2}$

$\angle BOH$ прямой \Rightarrow

$BO \cdot \sin \angle OBO_1 = BH$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - \frac{2}{\sqrt{2^2 + 289x^2}} = \frac{\sqrt{49 + 49x^2}}{2}$$

$$13 \cdot 2 - 2 = \sqrt{(49 + 49x^2)(2^2 + 289x^2)}$$

$$13^2 + 2^2 + 2^2 = 49 \cdot 49 + 49 \cdot 49x^2 + 289 \cdot 49x^2 + 49 \cdot 289x^4$$

$$289x^4 + 367x^2 - 576 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$289y^2 + 367y - 576 = 0$$

$$y_1 = 12 \quad \text{а.т.к. } D \geq 0 \text{ то } y_1 \cdot y_2 = \frac{-576}{289}$$

(имеет решение) то вместе.

$$\text{то } y_2 < 0 \Rightarrow x^2 = y_2 < 0$$

нет реш.

$$x^2 = y_1 = 1$$

$$x = 1 \quad x = -1$$

не подходит.

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 24x = 12$$

$$\text{Ответ: } AB = 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

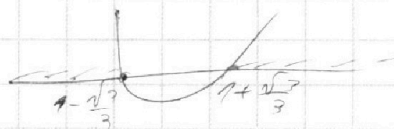
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим $\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$ даётся ≥ 0

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$D = 36 - 24 = 12.$$

$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} \quad x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow x \in \left(-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left[1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$$



возведем обе части в квадрат.

$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 18x + 81x^2$$

$$-75x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возведем обе части в квадрат.

возведем обе части в квадрат

Заметим что корни из корней равны $x = \frac{1}{9}$

$$(-75x^2 + 15x + 2) = \left(2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}\right)^2$$

Заметим что у нас будут уравнения 4 степени. и корни из корней равны $\frac{1}{9}$.

Если остальные

корни подставить в исходное

уравнение не получим верные ответы.

\Rightarrow т.к. все корни при возведении в квадрат не исчезают \Rightarrow решение $x = \frac{1}{9}$.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$2\Delta x + \Delta y = 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

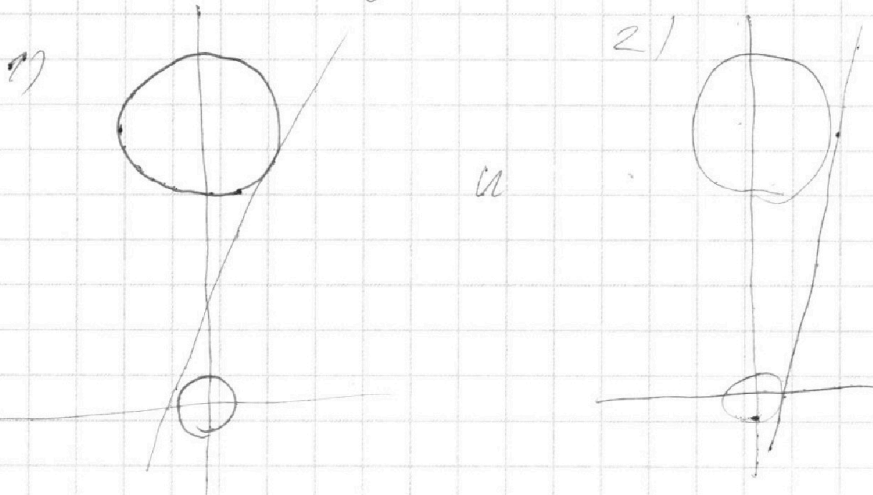
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

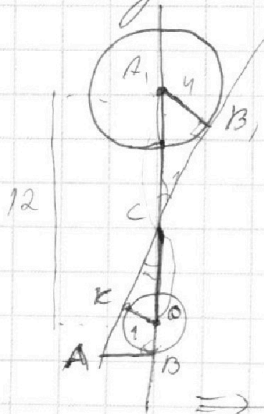


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим что если касаются из частей окружности прямой касаются внутри окружности, то у системы > 2 решений. \Rightarrow прямая касается только касаясь \Rightarrow она касается сразу двух окружностей. при $a > 0$ у нас есть 2 варианта



1) решение.



пусть $CB = A_1B_1 = CB = x$ $CO = CB - 1 = x - 1$

$A_1B_1 = 12 \Rightarrow A_1C = 12 - x$

$\triangle CKO \sim \triangle CA_1B_1$ $\angle 1 = \angle 2$ и углы по 90°

$\Rightarrow \frac{CO}{CK} = \frac{A_1C}{A_1B_1} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{12-x}{4}$

$4x - 4 = 12 - x$
 $5x = 16 \quad x = 3,2$

$\Rightarrow a = \sqrt{CB^2 - AB^2} = \sqrt{4}$

$CK = \sqrt{CO^2 - KO^2} = \sqrt{2,2^2 - 1^2} = \sqrt{3,89}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Замечание: у нас ^{$a \neq 0$} всего 2 варианта касания т.к. ~~у нас а х если бы их было 3 уравнения.~~

~~$a x + y - 8b = x^2 + y^2 - 1$ и~~

через 1 точку можно провести 1 касательную и также у нас бы и при $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

Ответ: $a = \pm 4$ и $a = \pm \sqrt{384}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

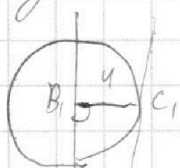
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = \operatorname{tg} \angle B, AB \quad (\text{т.к. } \alpha \text{ это есть тангенс } \frac{\Delta y}{\Delta x})$$

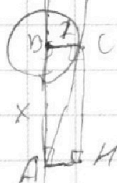
$$\alpha = \operatorname{tg} \angle B, AB = \operatorname{tg} \angle KOC = \frac{CK}{KO} = \sqrt{3,84}$$

2 случая:



$AB = x$. $\angle ABC$ и $\angle B, C_1$ (\angle Аобщий и углы по 90°)

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$$



$$\frac{x}{x+12} = \frac{x}{4}$$

$$4x = x + 12$$

$$x = 4$$

$ABCH$ прямоугольник ($\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow$ можно считать)

$$\Rightarrow BC = AH \quad HC = AB$$

$$\alpha = \operatorname{tg} \angle CAH = 4$$

т.к. при $\alpha \leq 0$

т.к. наши окружности симметричны относительно Oy то y

кас если разделим при α то

h - α получаем

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

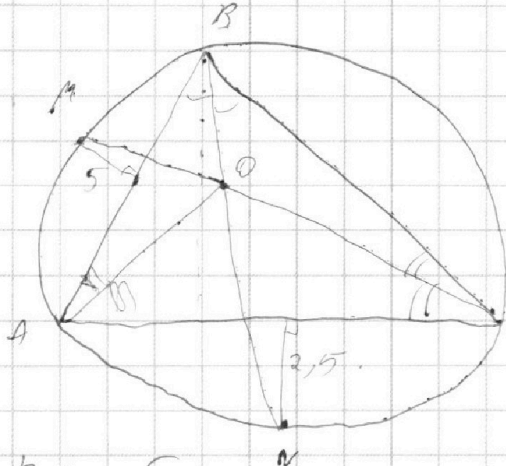
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



докажем, что
CM и BN - биссектрисы
м.к
дуга AN = дуге NC то
 $\angle ABN = \angle NBC$
м.к они симметричны
на одну дугу.

\Rightarrow BN - бисс.

дуга AM = дуге MB $\Rightarrow \angle ACB^M = \angle MCB \Rightarrow$
BM бисс. \rightarrow пересек бисс O являет-
ется центром вписанн окруж.

\Rightarrow OA искомае расстояние

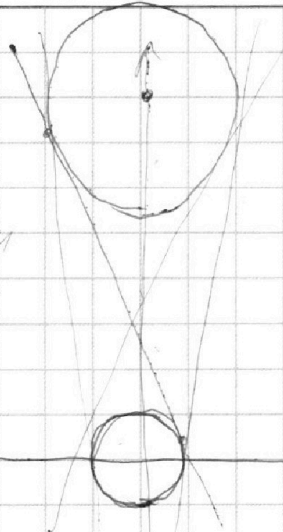
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2$$

$$3 \left(1 + \frac{3}{9} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 3 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + 1$$

10

$$27 + 9 + 1 = 37$$

$$12 + 48 + 1 = 61$$

$$3 \cdot 25 + 15 + 1 = 75 + 15 + 1 = 91$$

6

$$3x^2 + 4x + 1$$

$$(x+1)(x+3) - x$$

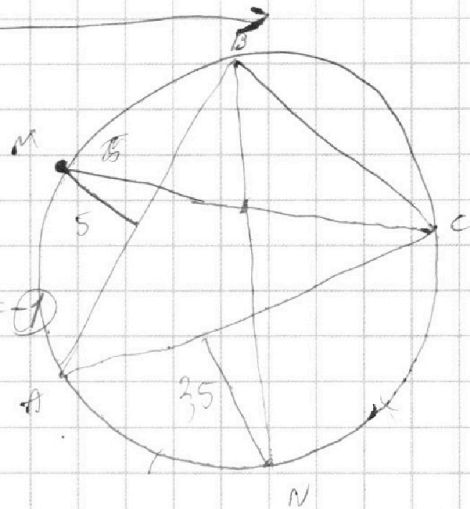
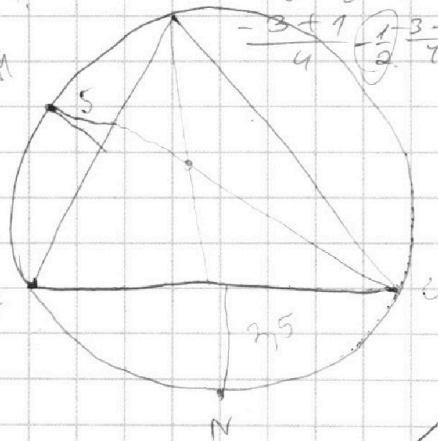
$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3(x^2 - 2x + 1)$$

$$3(x-1)^2 - 1$$

$$3x^2 + 3x + 1$$

$$x^2 - 2x^2 + 3x + 1$$



$$3x^2 + 6x + 2$$

$$36 - 24 = 12$$

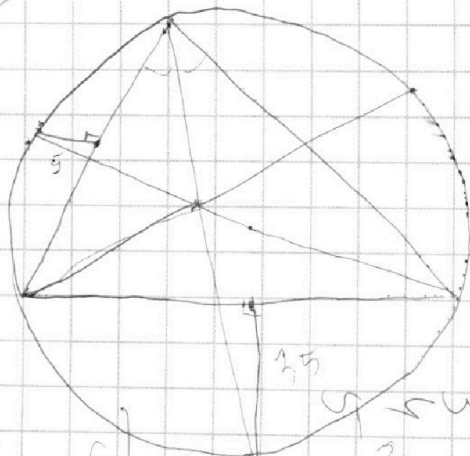
$$\frac{6 + 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{3}}{6}$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 \left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$



$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 2x + 0y = 2x$$

$$\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) (1 - 3\sqrt{x}) (1 + 3\sqrt{x})$$

1 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper:

$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{\dots} = 1 - 18x + 81x^2$$

$$-95x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{\dots}$$

$$225 + 8 \cdot 25$$

$$15^2 (1 + 8 \cdot 3^2)$$

$$\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2$$

$$\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 \quad \left| \frac{x - \frac{1}{3}}{3x} \right.$$

$$3x^2 - 6x + 1 - 3x^2$$

$$3x^2 + 3x + 1 - 3x^2$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$36 - 24 = (2\sqrt{3})^2$$

$$6 + 2\sqrt{3} = \dots$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3 - \sqrt{3} = \dots$$

$$150$$

$$3 + \sqrt{33}$$

$$150$$

$$3 + \sqrt{33}$$

$$50$$

$$81$$

Additional calculations and diagrams:

- Graph of a parabola $y = 3x^2 - 6x + 2$ with vertex at $(1, -1)$.
- Diagram of a right-angled triangle with sides 3, 4, and hypotenuse 5.
- Diagram of a right-angled triangle with sides 3, 4, and hypotenuse 5, with a smaller triangle inside.
- Diagram of a right-angled triangle with sides 3, 4, and hypotenuse 5, with a smaller triangle inside, and a line segment of length 2.
- Diagram of a right-angled triangle with sides 3, 4, and hypotenuse 5, with a smaller triangle inside, and a line segment of length 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(6x^2 + 6x + 2)^2 = (3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$$

38
22 81

$$36x^4 + 36x^3 + 12x^2 + 36x^3 + 36x^2 + 12x + 12x^2 + 12x + 4 =$$

$$= 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2$$

$$27x^4 + 81x^3$$

$$a+b \quad / \quad (a+b)^2 - 9ab$$

$$a+b \quad - \quad 9ab$$

$$a+b \quad 9ab + 9b^2 + 9ab$$

$$a+b \quad 9b^2$$

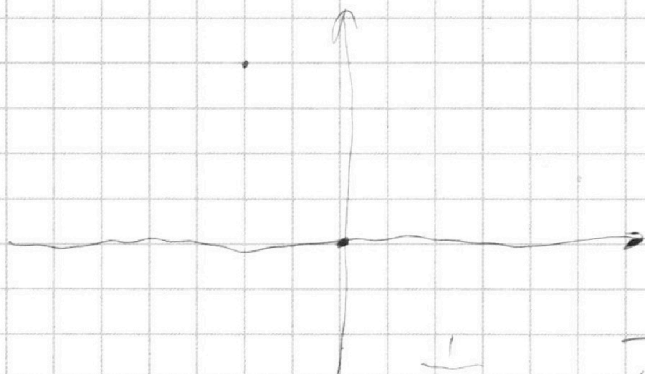
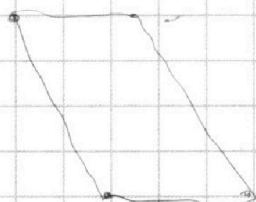
$$a+b \quad 9a^2 + 9ab + 9ba$$

$$a+b = 4 \quad 5$$

$$\frac{4+5}{4^2 - 7 \cdot 4 \cdot 5 + 5^2} = \frac{99}{16 + 25 - 140}$$

$$\frac{1}{889}$$

$$\frac{1+89}{1^2 + 89^2}$$



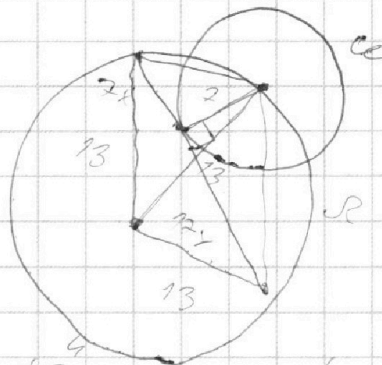
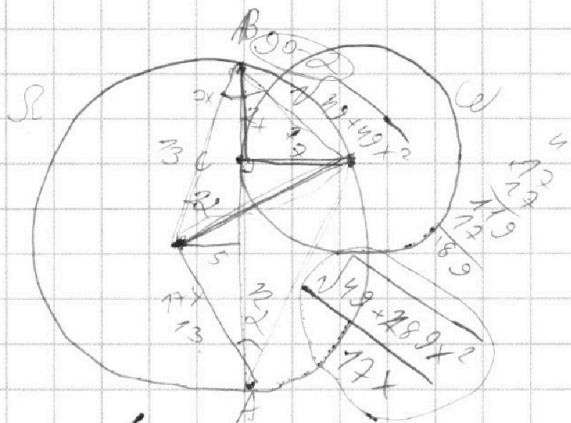
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$49 + 49x^2 = 169 \cdot 2 + 280$$

$$49x^2 = 169$$

$$49 = 169$$

$$\frac{14 \cdot 19}{280}$$

$$\frac{\sqrt{49+289x^2}}{7x}$$

$$\frac{17}{338} \cdot 49$$

$$238 \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$169 = 169 + 49 + 49x^2 - \frac{14}{\sqrt{49+289x^2}} \cdot 13 \cdot \sqrt{49+49x^2}$$

$$49 \cdot 7 + 7x = \frac{20}{\sqrt{49+289x^2}}$$

$$\frac{13 \cdot 49 \cdot 2}{169} = \frac{150}{19} = 769$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~a~~ x_a x_b x_c 40

y_a y_b y_c

$x_a + x_b \geq 15$

$y_a + y_b \geq 11$

50
68

$x_b + x_c \geq 17$

$y_b + y_c \geq 18$

$x_a + x_c \geq 23$

$y_a + y_c \geq 39$

34

$2(S) \geq 55$

$S \geq 28$

$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2+9ab}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

~~$\frac{4}{16}$~~ $-\frac{16}{9}$

8

$3x^2 - 6x + 2$

$\frac{64}{4 \cdot 2 \cdot 3}$

$D = 36 - 24 = 12 = (2\sqrt{3})^2$

$\frac{6+2\sqrt{3}}{6}$

$\frac{6-2\sqrt{3}}{6}$

$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

$3x^2 + 3x + 1$

$D = 9 - 12$

$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$

$6x^2 - 3x + 3 + 9x - 1 = \sqrt{\dots}$

$3(2x^2 - x + 1)$

$6x^2 + 6x + 2 = \sqrt{\dots}$

$D = 1 - \dots$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

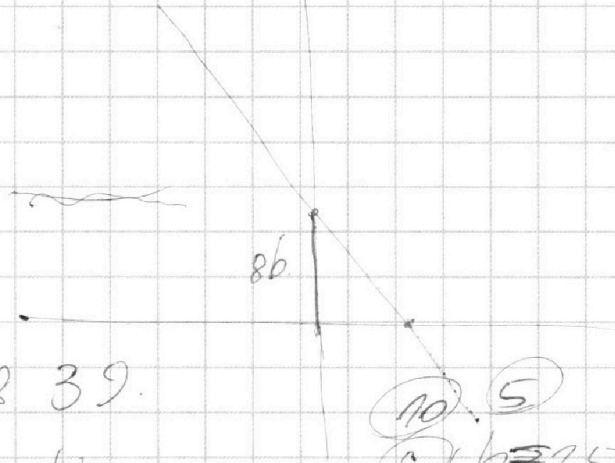
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 y = 8b - ax$$



11 28 39.

10 11

18

40

22

(10) (5)
 $a + b = 15$
 $b + c = 17$
 $a + c = 23$

$$2a = 15 + 23 - 17$$

$$10$$

-15

3

16

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The main problem is a system of equations:

$$5625x^4 - 2250x^3 + 225x^2 - 300x + 60x + 4 = \frac{288}{3.87}$$

The student has written several lines of calculations, including:

$$4x = 11 - x$$

$$5x = 11$$

$$x = 2.2$$

There are also several diagrams showing circles and lines, possibly related to the problem's geometry. The diagrams include circles with centers and radii, and lines intersecting them. One diagram shows a circle with center 'u' and a line passing through it. Another shows a circle with center 'x' and a line passing through it. There are also some smaller diagrams and calculations scattered around the main work.

Other calculations visible include:

$$13 \cdot \frac{196}{2} = \sqrt{196} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{49 + 99x}$$

$$\frac{41 - 140}{9} = -\frac{99}{9} = -11$$

The final answer $x = 2.2$ is circled in blue.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = r^2 =$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$x^2 + y^2 = ax + y - 8b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

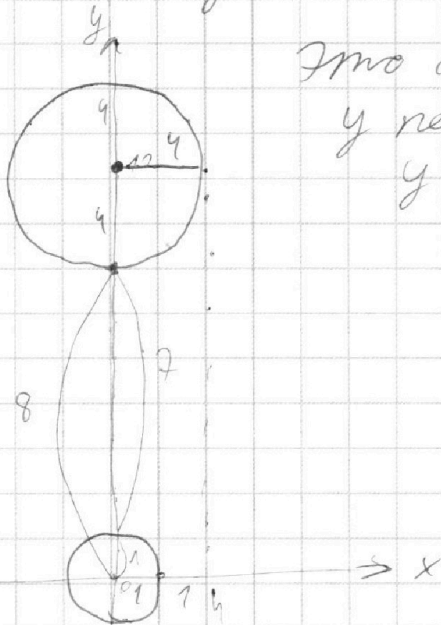
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нарисуем

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$



Это окр с $R = 1$ и 4
у первой центр в O .
у второй $(0; 12)$.

Заметим что "нижние" неравенства
у нас будут ≤ 0 если хотя бы
скобка $= 0$ или обе с разными
знаками $(+)(-)<0$ и $(-)(+)<0$.

Заметим что части с разными
на графике неравенства
выполняются внутри окружностей
и на них.

Уравнение $ax + y - 8b = 0$
или $y = -ax + 8b \Rightarrow$ это прямая

де

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



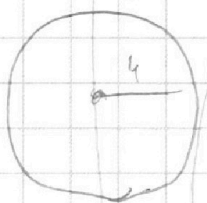
$$16 - 125 = 41$$

8

20

$$110$$

- 20



12

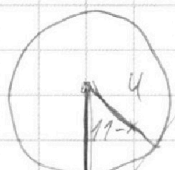
$$\frac{x}{1} = \frac{x+12}{4}$$

$$4x = x + 12$$

$$3 \quad 4$$



x



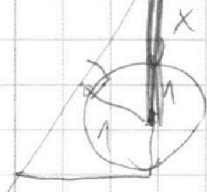
$$\frac{11-x}{4} = \frac{x+1}{1}$$

$$11-x = 4x+4$$

$$5x = 7$$

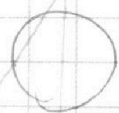
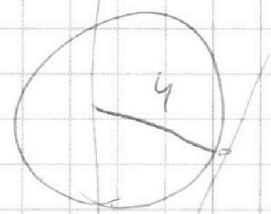
$$5x = 7$$

$$x = 1,4$$



11

$$\frac{12-x}{4} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a+b &= 15 \\ b+c &= 17 \\ c+d &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 45 \\ \hline 27 \\ 40 + 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ 55 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 18 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} 68 \\ 2 \\ \hline 27 \end{array}$$



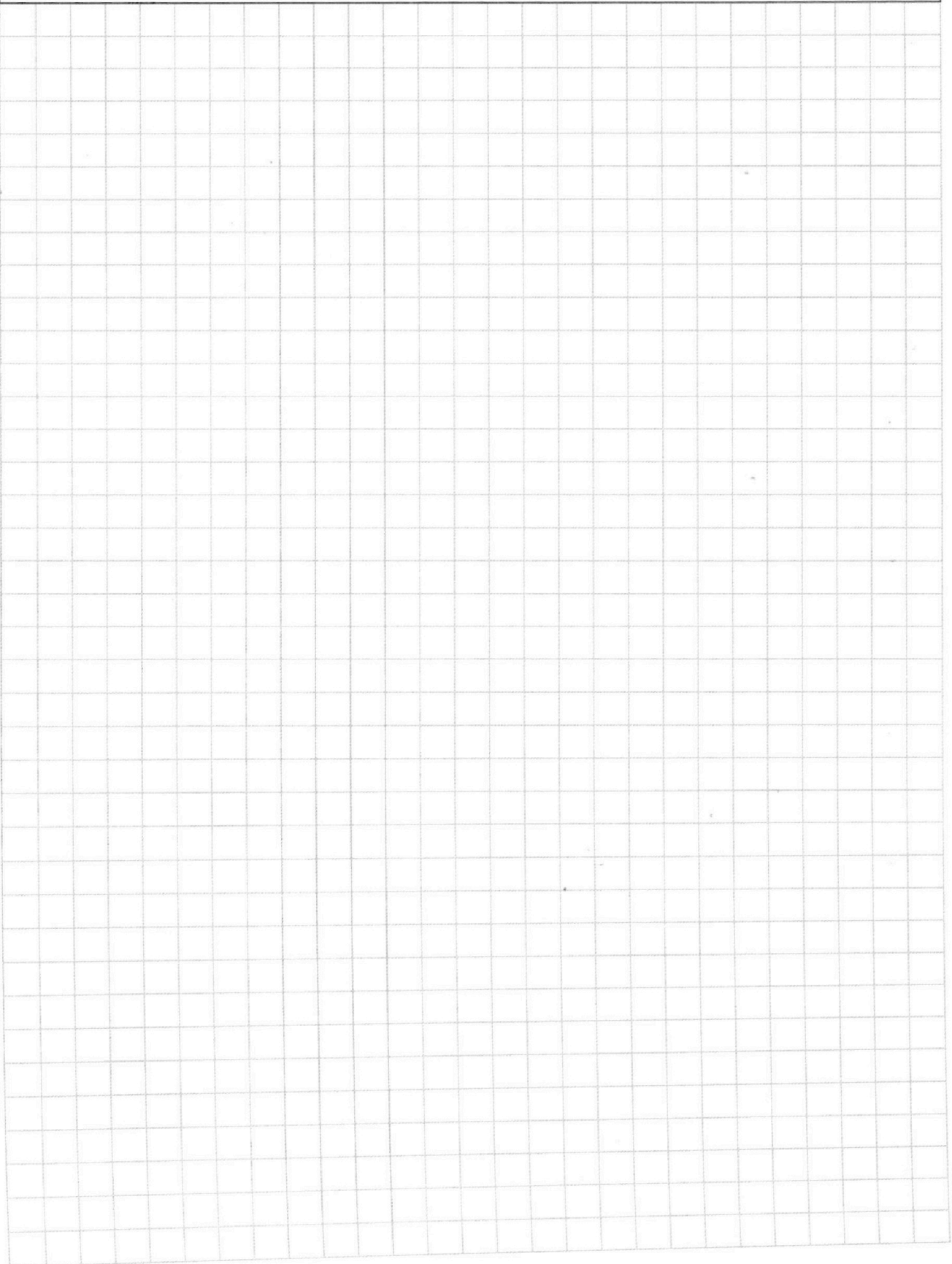
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

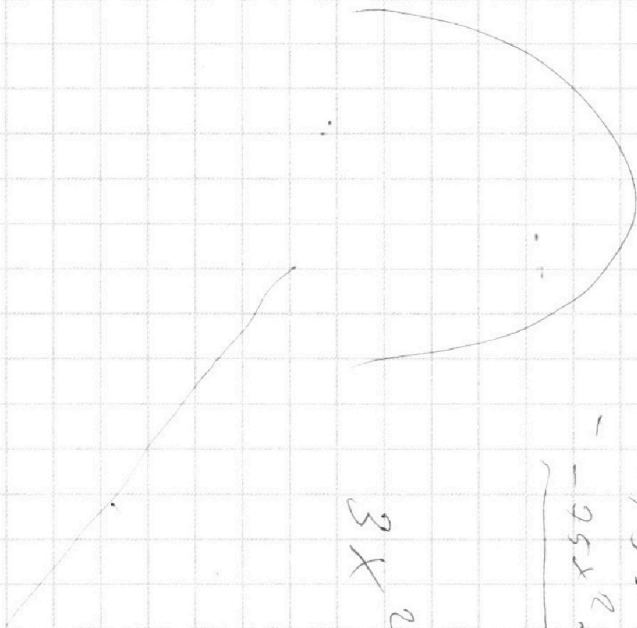
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 + 3x$$

$$-75x^2$$



$$3x^2$$

$$(9x - 1)$$

$$9x - 1$$

$$(1 - 3\sqrt{x}) (1 + 3\sqrt{x})$$

$$5625x^2 - 2250x^3 - 750x^2$$

$$\begin{array}{r} \times 30 \\ 30 \\ \hline \times 75 \\ 0250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -75x^2 + 75x + 2 \\ -75x^2 + 25x \\ \hline + 50x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 - 25 \\ \hline 20 \\ 25 \\ \hline 45 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

