



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть степень вложущия  $\geq 6$  а, б, с это

$x, y, z$  совместимы, а степень вложущия  
 $\neq 6$  а, б, с это  $k, m, l$  совместимо.

Тогда, м.р.  $abc = 2^{14} \cdot 4^{10}$ ,  $bc = 2^{17} \cdot 4^{19}$  и  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$ , то.

$$\begin{cases} x+y \geq 14 \\ y+z \geq 19 \\ x+z \geq 20 \end{cases} \Rightarrow 2(x+y+z) \geq 51 \Rightarrow x+y+z \geq 26.$$

также  $\begin{cases} k+m \geq 10 \\ m+l \geq 17 \\ k+l \geq 37 \end{cases} \rightarrow 2(k+m+l) \geq 64 \Rightarrow k+m+l \geq 32$ , то

м.р.  $k+l \geq 37$ , то  $k+m+l \geq 37$ .

Заметим, что  $(x+y+z)$  - степень вложущия  
2-ки в abc, а  $(k+l+m)$  - степень вложущия  
7-ки в abc, а значит  $abc \geq 2^{x+y+z} \cdot 7^{k+l+m} \geq \cancel{2^{37}}$ .

~~abc~~  $\geq 2^{26} \cdot 7^{37}$ . Если  $a = 2^9 \cdot 4^{18}$ ,  $b = 2^6 \cdot 4^{19}$ ,  $c = 2^{11} \cdot 7^{12}$ ,  
то все условия выполняются и  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ .

Ответ:  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть Задачами, что  $a+b \equiv 0 \pmod{m}$  и  $a^2+b^2-6ab \equiv 0 \pmod{m}$ .

$$a^2+b^2-6ab = (a+b)^2 - 8ab \equiv -8ab \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 8ab \equiv 0 \pmod{m}. \text{ Дене-}$$

тими, что  $(a, m) \nmid 8$ :  $\rho > 1$ , где  $(a, m)$  — наи-  
менший общий делитель  $a$  и  $m$ . Задачами, что  $a \neq 0$  и

$$a+b \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{\rho} \Rightarrow (a, b) : \rho > 1, \text{ т.к.}$$

такого не может быть, т.к.  $\frac{a}{\rho}$  — несократи-  
мая дробь. Значит  $(a, m) = 1$ , но тогда же  
самыми примитивами  $(b, m) = 1$ . Значит  $(ab, m) = 1$ .

А т.к.  $8ab \equiv 0 \pmod{m}$  и  $(ab, m) = 1$ , то  $8 \mid m \Rightarrow$

$m \leq 8$ . При ~~а~~  $a=5$  и  $b=3$   $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$  — несокра-  
тимая и  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$ .



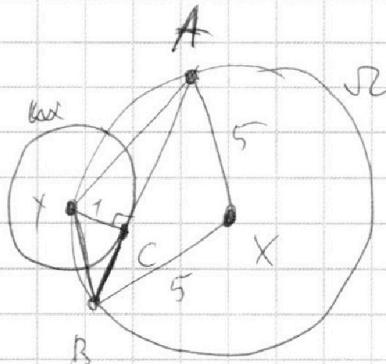
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что если  $Y$  и  
 $X$  - центры окружностей  $S_1$  и  
 $S_2$  соответственно, то  $YC \perp AB$ ,  
т.к.  $YC$ -радиус, проведенный к точке касания  
касательной.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{b}{a} = \frac{100 \pm 80}{150} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{+80}{150} = \frac{8}{15} \text{ или } \frac{b}{a} = \frac{-80}{150} = \frac{8}{-15}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} = \frac{8}{15} \\ b = \frac{8}{15}a \end{array} \right.$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0.$$

$$a^2 - 25 \cdot \frac{64}{225}a^2 + 1 = 0.$$

~~$$a^2 - \frac{64}{225}a^2 + 1 = 0.$$~~

$$a^2 - \frac{64}{9}a^2 + 1 = 0. / \cdot 9.$$

~~$$a^2 - 64a^2 + 9 = 0.$$~~

~~$$D = 1 - 4 \cdot 81 = 4(256 - 81) = 4 \cdot 175 = 4 \cdot 4 \cdot 25.$$~~

~~$$a^2 = \frac{64 \pm 40\sqrt{5}}{18}$$~~

~~$$a = \frac{8}{15} \cdot \frac{64 \pm 40\sqrt{5}}{18} = \frac{3(64 \pm 40\sqrt{5})}{15 \cdot 9}.$$~~

~~$$b = \frac{8}{5}a$$~~

$$9a^2 - 64a^2 + 9 = 0.$$

~~$$55a^2 = 9.$$~~

$$a^2 = \frac{9}{55} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \Rightarrow b = \pm \frac{8}{5\sqrt{55}}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{1}{3\sqrt{5}}, \quad b = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}.$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит  $y = ax + 10b$  - общая касательная  
к окружностям. Найдем  $a$  и  $b$ , решив  
систему.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = ax + 10b \end{cases} \rightarrow (a^2 + 1)x^2 + 20abx + (100b^2 - 4) = 0.$$

$$D = 400a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(100b^2 - 4) = 0,$$

т.к. имеем лишь одну точку пересечения.

$$400a^2b^2 - 400a^2b^2 + 16a^2 = 400b^2 + 16 = 0. \quad | : 16.$$

$$a^2 - 25b^2 + 1 = 0. \rightarrow 1 = 25b^2 - a^2$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2(16a^2 + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2) = 1.$$

$$a^2(16a^2 + 1) + x(20ab + 16) + (100b^2 + 63) = 0.$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 400a^2b^2 - 252a^2 = 400b^2 - 252 = 0.$$

$$640ab - 252a^2 - 400b^2 + 4 = 0 \quad | : 4$$

$$160ab - 63a^2 - 100b^2 + 1 = 0.$$

$$\begin{cases} 160ab - 63a^2 - 100b^2 + 1 = 0 \\ 25b^2 - a^2 = 1 \end{cases}$$

$$160ab - 63a^2 - 100b^2 + 25b^2 - a^2 = 0.$$

$$64a^2 + 75b^2 - 160ab = 0. \quad | : a^2 - 4 = 10b = \text{const} - \text{не изменяется}$$

$$45\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 160\left(\frac{b}{a}\right) + 64 = 0.$$

$$D = 160^2 - 4 \cdot 64 \cdot 45 = 52^2$$



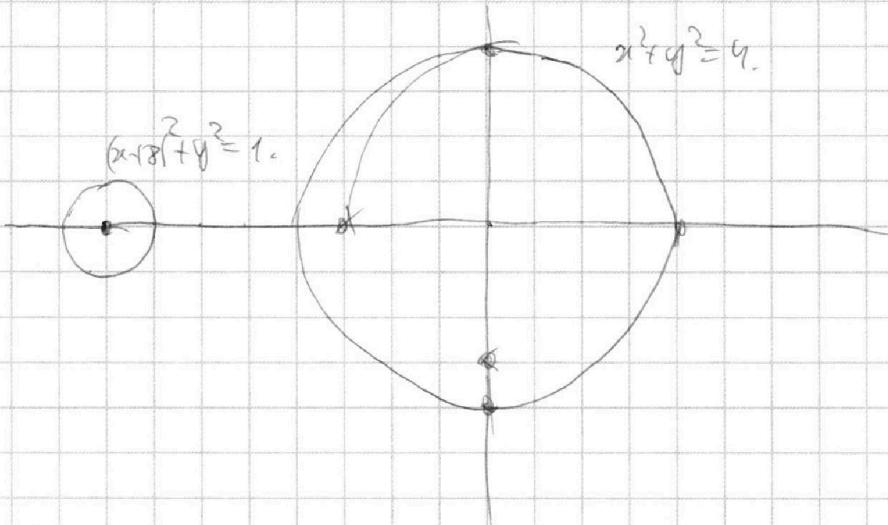
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что  $y = ax + b$  - уравнение прямой  
Если эта прямая не пересекает ни одну  
из окружностей, то  $(x+8)^2 + y^2 \geq 1$  и  $x^2 + y^2 \geq 4$ ,  
и  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) > 0$ . Если эта прямая  
~~ситуацию~~ пересекает окружность в ~~все~~ 2х точках, то у  
тогда любая точка на образованной ней дуге  
удовлетворяет условию горизонтальности  
~~внутри~~ <sup>Сл</sup>  
т.к. лежит в ~~внутри~~ окружности и  
все другой. Значит эта прямая может  
иметь ровно одну общую точку. Если эта прямая  
касается другой окружности и не пер-  
есекает ее, то в решении будет лишь одно  
решение.



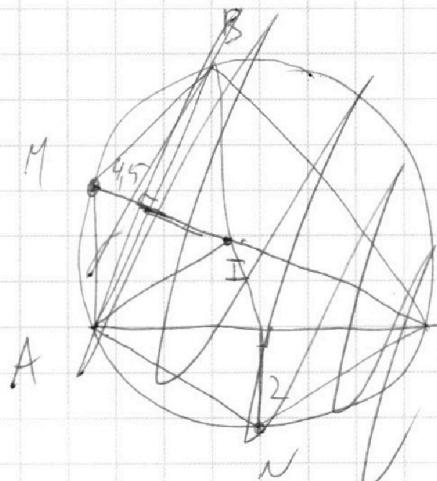
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1      2      3      4      5      6      7

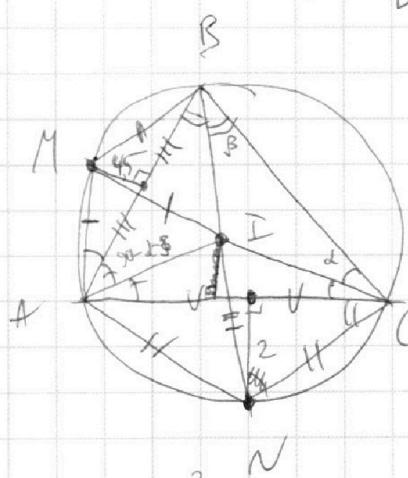
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.



I-четырьмя висячими окнами  
настя от ВС.

CI-Биссектриса с C  
C проходит через M , m.k.  
равны  $\angle ICB = \angle ICA$  т.к.  
соположены на рабочем дим.



То есть же приходим ВД  
проверим через №<sub>4</sub>. То есть  
① проверяю  $AN = NC$ ,  $AM = MB$ .

$$\sin \alpha = \frac{45}{AM}, \text{ но мах. касаяс} \frac{AM}{\sin \alpha} = 2R.$$

$\sin \beta = \frac{2}{CN}$ , no meep. cuteyosob  $\frac{CN}{\sin \beta} = 2R$ , ~~it's~~ же  
~~R-расст~~ R-расст  $\Rightarrow$  R-расст (ABC).

$$\rightarrow \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{R}}$$

$$\begin{cases} \sin d \cdot AM = 9,5 \\ AM = \sin d \cdot 2R \end{cases} \Rightarrow \sin^2 d + 2R = 9,5 \Rightarrow \sin d = \sqrt{\frac{9}{4R}} =$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{R}} \rightarrow \sin \alpha = 1,5 \sin \beta.$$

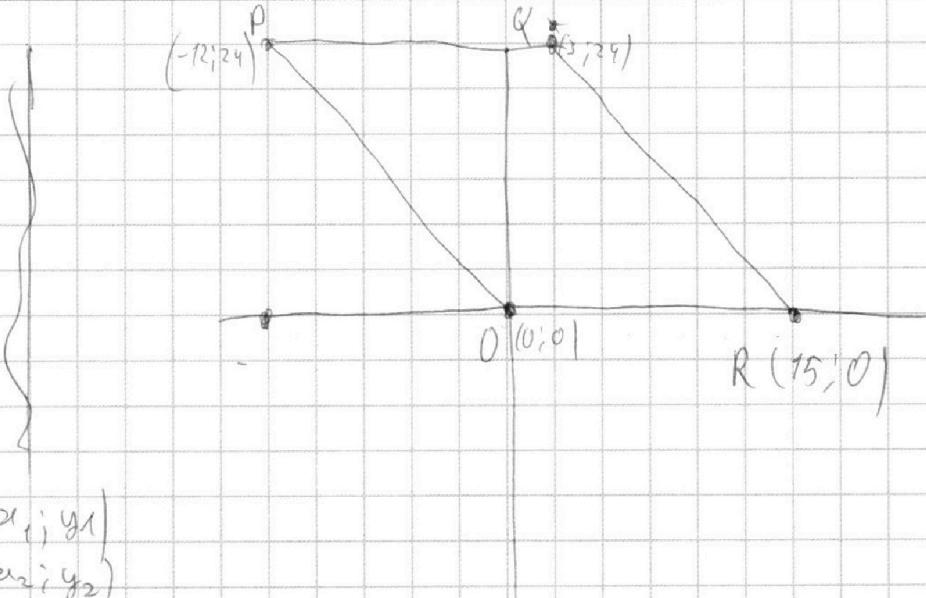
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$A(x_1; y_1)$$

$$B(x_2; y_2)$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \quad |(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12.$$

$$y_1, y_2 \in [0; 24] \quad x_2 - x_1 = 0.$$

$$y_2 - y_1 = 12.$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)/[2x^2 + 2x + 1]}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

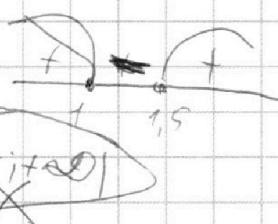
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x. \quad \begin{array}{l} \cancel{2x^2 - 5x + 3} \\ \cancel{2x^2 - 2x} \end{array} \mid \cancel{2x - 3}.$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2} = 2 - 7x.$$

$$(x-1)(2x-3) \geq 0.$$

$$(x-1)(x-7,5) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [7,5; +\infty)$$



$$\begin{cases} CN = 2R \\ CW \cdot \sin \beta = 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} = (2-7x) + \sqrt{x^2 + (x+1)^2} \quad \begin{array}{l} 9 \\ 2 \end{array}$$

W

0

V

9

$$\sqrt{x^2 + (x+1)^2} \geq 1.$$

$$x^2 + (x+1)^2 \geq 1.$$



1,5

7-7x

$$\cancel{2-7x} \cancel{\sqrt{x^2 + (x+1)^2}}$$

$$2-7x + \sqrt{x^2 + (x+1)^2} < 0.$$

$$1 / \cancel{2-7x}. \quad 7x - 2 > 0.$$

$$x > \frac{2}{7}$$

$$x^2 + 2x^2 + 2x + 1 < 49x^2 - 28x + 4$$

$$48x^2 - 30x + 3 > 0.$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

$$48x^2 - 28x + 4 < 2x^2 + 2x + 1$$

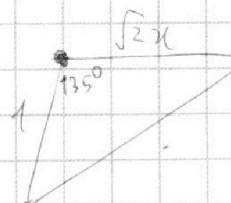
$$46x^2 - 30x + 3 < 0.$$

$$\sqrt{2x}, \quad \sqrt{2x^2 + 1 - 2\cos \beta}$$

$$2x^2 + 1 - 2\cos \beta = \sqrt{2x}.$$

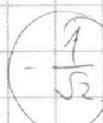
2)

$$4x - 2 > 0.$$



$$\sqrt{2x} + \sqrt{3}.$$

$$2x^2 + 3 - 2\cos \beta + \sqrt{3} - \sqrt{2x}.$$



1,5

$$x^2 + (x+1)^2 \geq 1$$

$$2x^2 + 1 + 2x + 1 \geq 1$$

$$\sqrt{2x}.$$



1,5

7-7x

$$48x^2 - 30x + 3 > 0.$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

$$48x^2 - 28x + 4 < 2x^2 + 2x + 1$$

$$46x^2 - 30x + 3 < 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 4 = 0.$$

$$a^2 + b^2 = 1$$

$$400a^2b^2 + 100a^2 + 400b^2 - 252 = 0$$

$$90 - d - \beta + \alpha = \\ = 90 - \beta.$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2$$

$$40 \cdot 16 = 640.$$

$$y = ax + 10b.$$

$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2 \end{cases}$$

32

320

$$x > 0$$

$$x \leq 0$$

$$63a^2 + 100b^2 - 160ab - 1 = 0. \quad (1)$$

$$x^2 + 10ab + 64 + a^2 + 2ab + 200b^2 + 100b^2 = \\ = 1.$$

$$x^2(a^2+1) + x(2ab + 16) + \\ + (100b^2 + 63) = 0.$$

$$63a^2 + 100b^2 - 160ab + a^2 - 25b^2 = 0.$$

$$64a^2 + 45b^2 - 160ab = 0 \quad | : b^2 \\ 64\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 45 - 160\left(\frac{a}{b}\right) + 45 = 0.$$

$$\frac{a}{b} = t$$

$$900a^2b^2 + 16a^2 + 400b^2 - 4t^2 = 0.$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - \\ - 4(t^2 + 1)(100b^2 + 63) = 0.$$

$$64t^2 - 160bt + 45 = 0$$

$$D = 160^2 - 4 \cdot 45 \cdot 64 = 32 \cdot 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 2^8 (4-3) = 5^2 \cdot 2^8.$$

$$5^2 \cdot 2^8 = 16 \cdot 5.$$

$$1600 \cdot 16 = 25600$$

$$\frac{80}{128} = \frac{5}{8}$$

$$5^2 \cdot 3$$

$$32 \cdot 5.$$

$$t = \frac{160 \pm 80}{128} =$$

$$= \frac{5}{8} \quad ; \quad \frac{15}{8}$$

$$D = 400a^2b^2 - 4(t^2 + 1)(100b^2 - 4) = 400a^2b^2 - 400a^2b^2 - 16a^2 + 400b^2 - 16 = 0.$$

$$a^2 - 25b^2 \quad t^2 = 25b^2 - 1$$

$$400b^2 - 16a^2 - 16 = 0$$

$$25b^2 - a^2 - 1 = 0$$

$$a^2 + b^2 = 1.$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + a^2 + 2ab + 20abx + 100b^2 = 1.$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 2abx + (100b^2 - 4) = \\ = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^3 \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 7^{14}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 3^{37}$$

$$abc = 2^{20} \cdot 3^{37} \cdot 7^{10} \cdot 6$$

$$a : 2^x$$

$$b : 2^y$$

$$c : 2^z$$

$$a : 3^k$$

$$b : 3^m$$

$$c : 3^n$$

$$31 + 20$$

$$x + y \geq 14$$

$$y + z \geq 17$$

$$x + z \geq 20$$

$$+ \Rightarrow 2x + 2y + 2z \geq 51$$

$$+ \Rightarrow 2x + 2y + 2z \geq 52$$

$$x + y + z \geq 26$$

$$k + m \geq 10$$

$$64$$

$$m + l \geq 17$$

$$k + l \geq 37$$

$$k = l$$

$$2(k+m+l) \geq 64$$

$$K + M + L \geq 64$$

$$x = 10$$

$$z = 11$$

$$y = 6$$

$$x + y + z = 26$$

$$x + y + z = 26$$

$$K \geq 10$$

$$abc = 2^{37}$$

$$L \geq 19$$

$$abc = 7^{37}$$

$$m = 0$$

$$R = 10$$

$$K = 18$$

$$abc = 2^{37} \cdot 7^{26}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{17}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{12}$$

$$6 \cdot 15$$

$$20 - 34 =$$

$$= 56$$

наш  $m$ .

$$a + b \equiv 0$$

$$m$$

$$a^2 + b^2 - 6ab \equiv 0$$

$$m$$

$$\parallel$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 8ab = (a+b)^2 - 8ab \equiv 0$$

$$m$$

$$m$$

$$8a^2 \vdash$$

$$\# -8ab \equiv 0$$

$$m$$

$$8ab \equiv 0$$

$$m$$

$$a + b \equiv 0$$

$$m$$

$$(a, b) = 1$$

$$(a, m) = 1 = (b, m)$$

$$(ab, m) = 1 \Rightarrow 8 \vdash m \Rightarrow m \neq 8$$

$$8ab \vdash m$$

$$a + b \vdash m$$

$$a \vdash m$$

$$b \vdash m$$

$$p \vdash m$$

$$\checkmark p$$

$$(a, b) \vdash p \neq 1 \cdot X$$

$$\cancel{8} \quad \cancel{8} \quad \cancel{8}$$

$$\cancel{40 - 42 + 1} \quad \cancel{8}$$

$$\frac{8}{25 - 20 + 9} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

если  $(a, m) \vdash p \neq 1 \cdot X$ ,

$a + b \vdash m \Rightarrow b \vdash m$

$a \vdash m \quad p \vdash m$

$b \vdash m \quad p \vdash m$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

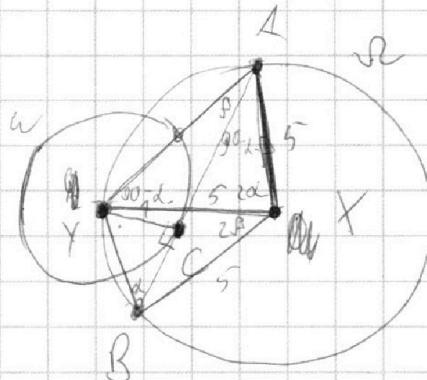
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{180 - 2d}{2} = 90 - d$$

$$\frac{AC}{CB} = 3$$

$$AC = 3CB$$

$$\frac{360 - 2d - 2\beta}{2} = 180 - d - \beta$$

$$AB = ?$$

$$\sin 2d = \frac{YC}{YB} = \frac{1}{YB} \rightarrow YB = \frac{1}{\sin 2d}$$

$$\frac{AY}{\sin \alpha} = 10$$

$$CB = \cos 2d \cdot YB = \frac{\cos d}{\sin 2d} = \cot d$$

$$AB = 8CB$$

$$\sin(60 - d)$$

$$\frac{AY}{YB} = \frac{AB}{Z} = \frac{CB}{Z} + \frac{AC}{Z} = 9CB$$

$$AY = 10 \sin 2d$$

$$\sin 2d = \frac{1}{YB}$$

$$\frac{YB}{\sin \beta} = 10$$

$$S_{AYBA} = \frac{AY \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot YB}{2} = 5 \sin(\alpha + \beta)$$

$$AY \cdot YB = 10$$

$$\frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)} = 10$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{AB}{10}$$

$$\frac{AY}{2 \sin 2d} \rightarrow \frac{5}{\cos 2d}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

AY

$$AY = ?$$

$$\cos 2d = \frac{CB}{YB}$$

$$\sin 2d = \frac{AY}{10} \quad \sin \beta = \frac{YB}{10}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{AY}{10} \cdot \frac{AC}{AY} = \frac{AC}{10}$$

$$\cos \beta = \frac{AC}{YA} = \frac{4CB \cdot YB}{10} = \frac{4 \cdot 10 \sin 2d \cdot YB}{10} = 4 \sin 2d$$

$$\sin \beta \cos \alpha = \frac{YB}{10} \cdot \frac{CB}{YB} = \frac{CB}{10}$$

$$AY^2 = 50 + 2 \cdot \cos 2d \cdot 25 = 50(1 + \cos 2d) = 50 \cdot 2 \sin^2 d \Rightarrow AY =$$