



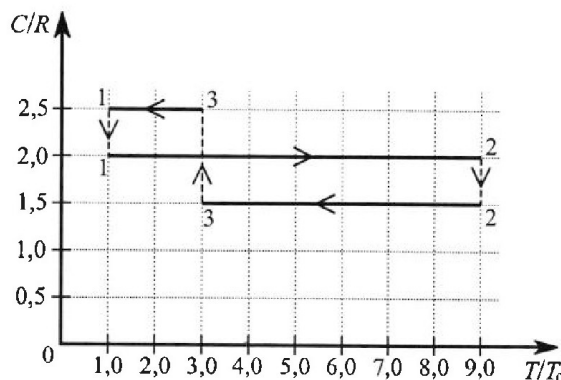
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Подъемник грузов приводится в движение с помощью тепловой машины, в которой $\nu = 1$ моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1. Зависимость молярной теплоемкости газа в цикле от температуры представлена на графике к задаче, $T_0 = 200$ К.

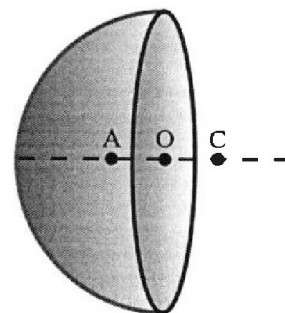


1. Постройте график процесса в координатах $(P/P_0, V/V_0)$, здесь P_0, V_0 – давление и объем газа в состоянии 1.

2. Какое количество Q_1 теплоты подводится к газу в процессе расширения за один цикл?

3. На какую высоту H подъемник медленно переместит груз массой $M = 415$ кг за $N = 25$ циклов тепловой машины? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Считайте, что в каждом цикле половина работы газа за цикл преобразуется в полезную работу подъемника.

5. По поверхности закреплённой диэлектрической полусферы однородно распределен заряд Q . Точки А, О, С находятся на оси симметрии (см. рис.). Точка О удалена от всех точек полусферы на расстояние R . Из точки А стартовала с нулевой начальной скоростью частица, масса которой m , заряд q . В точке О кинетическая энергия частицы равна K .



1. С какой скоростью V частица движется на большом по сравнению с R расстоянии от точки О? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие на частицу всех сил кроме кулоновских пренебрежимо мало.

2. Найдите скорость V_C , с которой частица движется в точке С. Точки А и С находятся на неизвестных равных расстояниях от точки О.

Эффекты, связанные с поляризацией диэлектрика, считайте пренебрежимо малыми. Скорость частицы в любой точке траектории мала по сравнению со скоростью электромагнитных волн в вакууме.



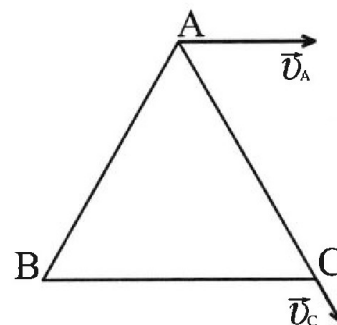
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Вырезанную из однородного листа металла пластину в форме равностороннего треугольника ABC (см. рис.) положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули. Пластина пришла в движение. В момент $t = 0$ оказалось, что скорость $\vec{v}_A$ точки A параллельна стороне BC и по величине равна $v_A = 0,6$ м/с, а скорость $\vec{v}_C$ вершины C направлена вдоль стороны AC. Длины сторон треугольника $a = 0,3$ м.



1. Найдите модуль v_C скорости вершины C.

2. За какое время τ пластина в системе центра масс совершит восемь оборотов?

Пчела массой $m = 60$ мг прилетает и садится на пластину вблизи вершины B.

3. Найдите модуль R равнодействующей сил, приложенных к пчеле, сидящей на движущейся пластине. Масса пчелы пренебрежимо мала по сравнению с массой пластины.

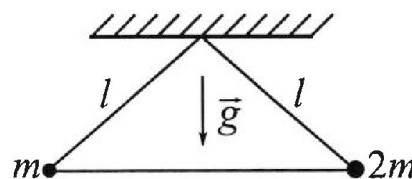
2. Фейерверк установлен на горизонтальной площадке. После мгновенного сгорания топлива начинается полет фейерверка по вертикали. В процессе подъема на высоте $h = 15$ м фейерверк находился через $\tau = 1$ с после начала полета.

1. На какую максимальную высоту H поднимается фейерверк? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

На максимальной высоте фейерверк разрывается на два осколка одинаковой массы, один из которых летит со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Направление вектора $\vec{V}_0$ скорости таково, что расстояние между осколками после падения на горизонтальную площадку максимальное.

2. Найдите максимальное расстояние $L_{\max}$ между осколками после падения осколков на горизонтальную площадку.

3. Два шарика с массами $m = 200$ г и $2m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длины l , прикрепленных к одной точке потолка. Шарiki скреплены с легким стержнем длины $L = 1,2l$. Систему удерживают так, что шарiki находятся на одной высоте. Далее систему освобождают.



1. Какой угол α с горизонтом образует вектор $\vec{a}_1$ ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы? В ответе укажите $\sin \alpha$.

2. Найдите модуль a_1 ускорения шарика массой m сразу после освобождения системы. Начальная скорость нулевая. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. Найдите модуль T упругой силы, с которой стержень действует на этот шарик сразу после освобождения системы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

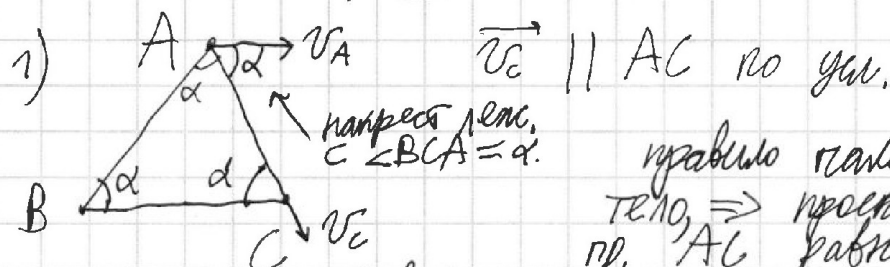
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

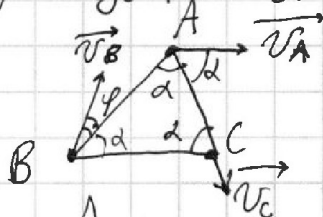
Дано: $v_A = 0,6 \text{ м/с}$; $\vec{v}_A \parallel BC$; $a = 0,3 \text{ м}$
1) $v_C = ?$ 2) СДЦМ: 808. $\omega = ?$ 3) $m \ll m_{\text{пл}}$. $R = ?$
Решение.



$\alpha = 60^\circ$; т.к. $\triangle ABC$ равност.
(по усл.)

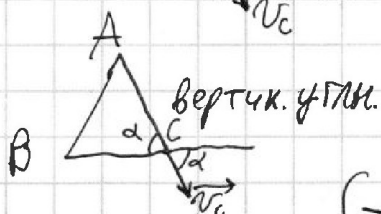
правило палочки: AC — тверд. тело, $\Rightarrow$ проекции $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_C$ на пр. AC равны; $v_A \cos \alpha = v_C \cos \alpha$.
 $v_A \cdot \frac{1}{2} = v_C$. $v_C = 0,3 \text{ м/с}$

2) Кингем v_B . Пусть $\angle(\vec{v}_B; \vec{BA}) = \varphi$. Правило палочки:



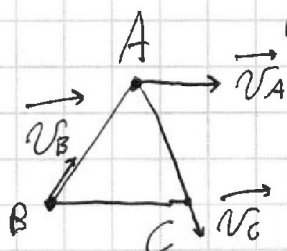
$$\begin{cases} v_B \cos \varphi = v_A \cos(180^\circ - 2\alpha) \\ v_B \cos(\varphi + \alpha) = v_C \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_B \cos \varphi = \frac{1}{2} v_A \\ v_B \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{4} v_A \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \alpha)} = 2 \\ v_B = \frac{v_A}{2 \cos \varphi} \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0; \cos \varphi = 1; \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{2}$$

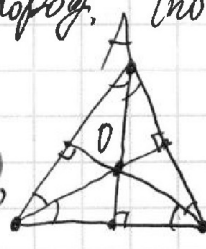
$$v_B = \frac{v_A}{2} = 0,3 \text{ м/с}; \Rightarrow v_B = v_C = \frac{1}{2} v_A$$



Пусть $\vec{v}_0$ — скорость центра масс.

Плоскость ABC однород. (по усл.) $\Rightarrow$ её центр в т.о. — точка пересечения медиан, бисс., высот, сред. л.

т.к. $\triangle ABC$ равност.



В СДЦМ $\triangle ABC$ вращается вокруг $т.о.$
в этой СД: u_A, u_B, u_C — отн. скорости точек A, B, C соств.

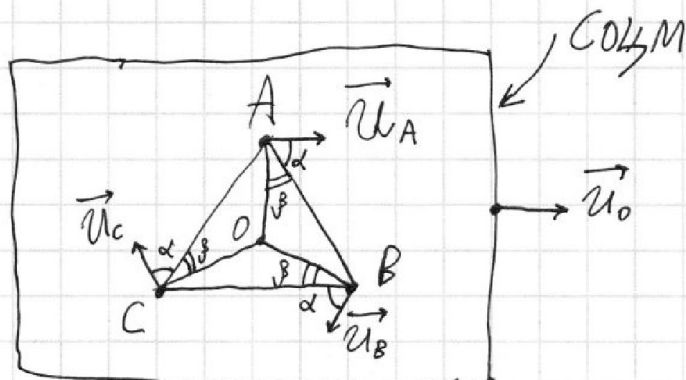


1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\vec{u}_A \perp OA, \vec{u}_B \perp OB, \vec{u}_C \perp OC.$$



$$u_A = u_B = u_C = \text{твёрд. тело.}$$

$$\beta = 30^\circ \text{ (биссектр.); } \Rightarrow 90^\circ - \beta = 60^\circ = \alpha.$$

$$\begin{cases} \vec{u}_A + \vec{u}_0 = \vec{v}_A \\ \vec{u}_B + \vec{u}_0 = \vec{v}_B \\ \vec{u}_C + \vec{u}_0 = \vec{v}_C \end{cases} \quad (3\text{-х слож. скоростей})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_0 \uparrow \vec{v}_A; \\ u_0 = \frac{1}{2} v_A \end{cases}$$

$$u_A = v_A - u_0 = \frac{1}{2} v_A.$$

$$\Rightarrow u_A = u_B = u_C = \frac{1}{2} v_A = 0,3 \text{ м/с.}$$

$$r = OA = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{2}{3} a \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{a}{\sqrt{3}}. \quad (\text{медиана } \perp \text{ к } BC, \text{ в отн. } 2:1, \text{ счит. от вершины}).$$

$OA = OB = OC = r$. Пусть ω — угловая ск. вращ. в соотв. плоскости ABC.

$$\omega = \frac{u_A}{OA} = \frac{\frac{1}{2} v_A}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} v_A}{2a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,6}{2 \cdot 0,3} \text{ рад/с} = \sqrt{3} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

$$\omega = \sqrt{3} \text{ рад/с} \approx 1,732 \text{ рад/с. } 8 \text{ оборотов} \Rightarrow 8 \cdot 2\pi \text{ рад} \Rightarrow 16\pi \text{ рад. } \omega \tau = 16\pi \text{ рад. } \sqrt{3} \tau = 16\pi \text{ с.}$$

$$\tau = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ с}$$

3) соотв. — твёрд. её скор. $\vec{u}_0 = \text{const.}$ в соотв. $\vec{u}_0$ — $\vec{v}_A$ (уменьш. только норм. ускор.).
мгновен. вращ. по окр. в наст. по мод. скор.;
 $a = \omega^2 \cdot r. \Rightarrow R = m a. \quad R = m \omega^2 r.$

$$R = 60 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot \frac{0,3}{\sqrt{3}} \text{ Н} = 60 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{3} \text{ мкН} = 18\sqrt{3} \text{ мкН}.$$

Ответ: 1) $v_C = 0,3 \text{ м/с}$; 2) $\tau = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ с}$; 3) $R = 18\sqrt{3} \text{ мкН}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

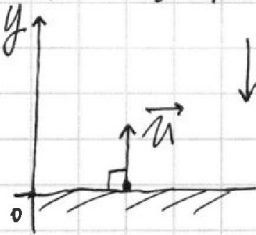
Задача 2.

Дано: $h = 15 \text{ м}$; $\tau = 1 \text{ с}$ (в прощ. подвёма); $g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $H = ?$ (макс. высота). 2) на макс. выс.: на 2 осколка равных масс; $V_0 = 30 \text{ м/с}$, рассб. между оск. после падения: макс. $L_{\text{max}} = ?$

Решение.

Пусть нач. скорость ракеты = u .



$$h = u\tau - \frac{g\tau^2}{2}; \quad \text{или } u\tau = h + \frac{g\tau^2}{2}$$

$$u = \frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2} \quad u = \frac{15 \text{ м}}{1 \text{ с}} + \frac{10 \cdot 1 \text{ м}}{2 \text{ с}} \Rightarrow$$

$$\boxed{u = 20 \text{ м/с}}$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mu^2}{2} = mgH$$

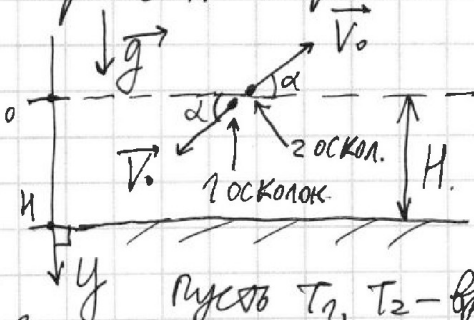
$$H = \frac{u^2}{2g}$$

$$H = \frac{20^2}{2 \cdot 10} \text{ м} = 20 \text{ м}$$

$$\boxed{H = 20 \text{ м}}$$

2) На высоте H скорость ракеты = 0; в процессе взрыва внутр. силы пороховых газов $\Rightarrow$ сил тяжести (т.к. время взрыва очень мало) $\Rightarrow$ верен ЗСЭ, $\Rightarrow$ скорости осколков направлены в противоположные стороны и по модулю равны друг другу:

Пусть угол между $\vec{v}$ и гориз. напр. = α .
 $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$



нач. скорости в пр. на ось y :

$$V_{1y} = V_0 \sin \alpha$$

$$V_{2y} = -V_0 \sin \alpha$$

Пусть T_1, T_2 — времена полёта 1 и 2 осколков соотв.

$$V_0 T_1 \sin \alpha + \frac{g T_1^2}{2} = H$$

$$\frac{g}{2} T_1^2 + V_0 \sin \alpha \cdot T_1 - H = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} - V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\frac{g}{2} T_2^2 - V_0 \sin \alpha \cdot T_2 - H = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH} + V_0 \sin \alpha}{g}$$

Пусть L_1, L_2 — рассб. по гориз., ко-торые пройдут за вр. T_1 и T_2 соотв. Осколки 1 и 2 соотв.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\vec{g} \perp \text{гориз.} \Rightarrow \text{по гориз. движению равномерно};$

$L_1 = V_0 \cos \alpha \cdot T_1; \quad L_2 = V_0 \cos \alpha \cdot T_2. \quad L - \text{расст. между}$
 $\text{упавш. осколками.} \quad L = L_1 + L_2 = V_0 (T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha) =$

$$= V_0 \cos \alpha \cdot \frac{1}{g} (\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} \cdot 2) = \frac{2V_0}{g} \cos \alpha \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}.$$

$$L = \frac{2V_0}{g} \sqrt{\frac{V_0^2 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4} + 2gh \cos^2 \alpha} = \frac{2V_0}{g} \sqrt{\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4} + 2gh \cos^2 \alpha}.$$

найдем $f(\alpha) = \frac{V_0^2}{4} \sin^2 2\alpha + 2gh \cos^2 \alpha. \quad L_{\max} \Rightarrow f(\alpha)_{\max}.$

$$f'(\alpha) = \frac{V_0^2}{4} \cdot 2 \sin 2\alpha \cdot 2 + 2gh \cdot 2 \cos \alpha \cdot (-\sin 2\alpha) =$$

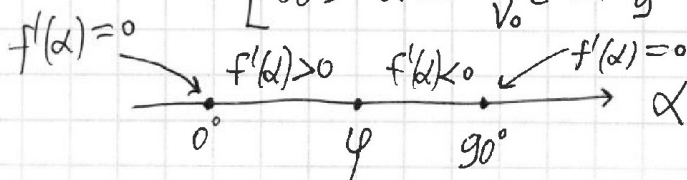
$$= V_0^2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - 2gh \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \sin 2\alpha \cos 2\alpha (V_0^2 - 2gh).$$

$$V_0^2 - 2gh = (900 - 400) \text{ м}^2/\text{с}^2 > 0. \quad \text{на } 0 \leq \alpha \leq 90^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 0.$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha (V_0^2 \cos 2\alpha - 2gh).$$

$$f'(\alpha) = 0: \begin{cases} \alpha = 0^\circ \\ \alpha = 90^\circ \end{cases}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{2gh}{V_0^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \varphi.$$



$\Rightarrow \max f(\alpha) \text{ при } \alpha = \varphi.$

$$\cos 2\alpha = \frac{4}{9}.$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{18}.$$

$$2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{4}{9}.$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{13}{18}$$

$$L_{\max} = \frac{2V_0}{g} \sqrt{V_0^2 \cdot \frac{5}{18} + 2gh \cdot \frac{13}{18}} = \frac{2 \cdot 30}{10} \sqrt{\frac{1}{18} (65 \cdot 50 + 13 \cdot 400)} \text{ м} =$$

$$= \frac{6}{3} \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 50 (65 + 13 \cdot 8)} \text{ м} = 2 \sqrt{25 \cdot 13 (5 + 8)} \text{ м} = 2 \cdot 5 \cdot 13 \text{ м} = 130 \text{ м}.$$

Ответ: 1) $H = 20 \text{ м}; \quad 2) L_{\max} = 130 \text{ м}.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

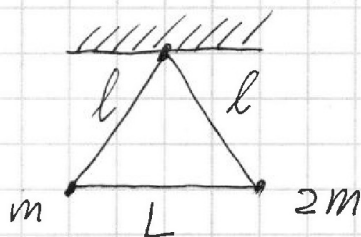
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

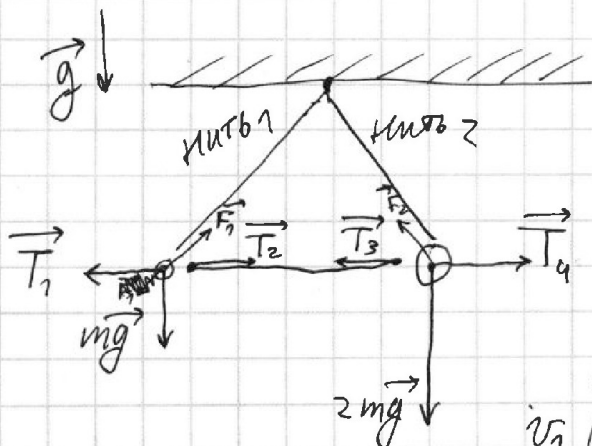
Дано: шарик $m = 200 \text{ г}$ и $2m$; $L = 1,2 \text{ л}$;
 $g = 10 \text{ м/с}^2$. $v_0 = 0$

1) $\alpha = ?$ $\angle(\text{гориз.}, \vec{a}_1)$. 2) $a_1 = ?$ 3) $T = ?$
отв.: $\sin \alpha$

Решение.



стержень лёгкий, его масса $\ll m$, $\Rightarrow$ для него $\sum \vec{a}_i = 0$, $\sum \text{моментов сил} = 0$, т.е. силы приложены к стержню, напр. вдоль него



$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T.$$

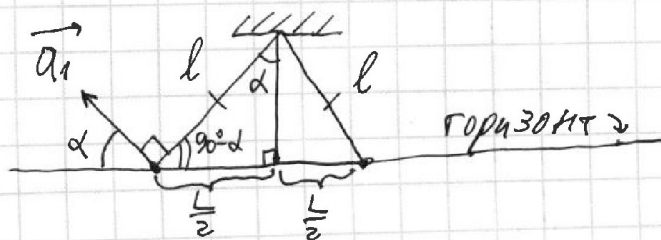
$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ — силы действ. на $1 \text{ и } 2 \text{ м}$, соотв. со стороны нитей.

Сразу после освоб. системы v_1 (скор. 1 шарика) $= 0$, $\Rightarrow$ $\frac{v_1^2}{L} = 0$, $\Rightarrow$ есть таковое ускорение.

Нормальное ускорение $\frac{dv_1^2}{dt}$

Нити нерастяжимы, $\Rightarrow$ шар 1 в начале движ. по окр., $\Rightarrow \vec{v}_1 \perp$ нити 1, $\Rightarrow$ т.к.

$|\vec{a}_1| = \frac{dv_1^2}{dt}$, то $\vec{a}_1 \perp$ нити 1. Шар 2 вытеснит шар 1 (см $> m$) $\Rightarrow$ расст. между шаром 1 и потолком.



$$\sin \alpha = \frac{L}{2l}$$

$$\sin \alpha = \frac{1,2 \text{ л}}{2 \text{ л}} = \frac{6}{10}$$

$$\sin \alpha = 0,6$$



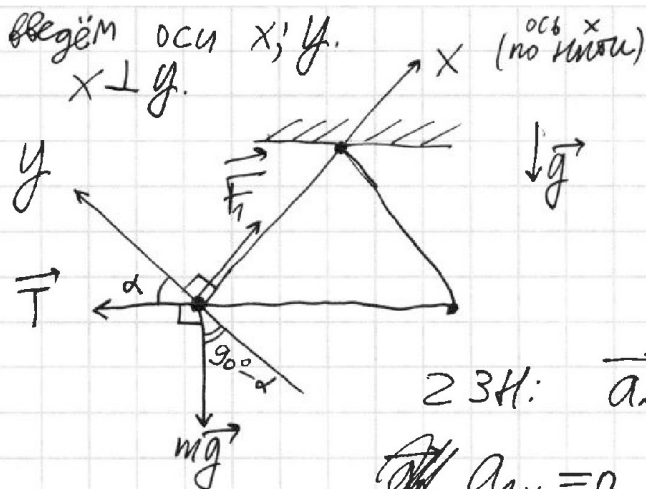
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Введём оси x', y' .
 $x \perp y$.



$\vec{mg}$ верб. вниз.
 $\vec{T}$ по горизонтали влево
(т.к. в начале
стержень || горизонт.)
 $\vec{F}_1$ вдоль нити от масса
к точке подвеса.
 $\vec{a}_1 = \frac{\vec{T} + \vec{F}_1 + \vec{mg}}{m}$

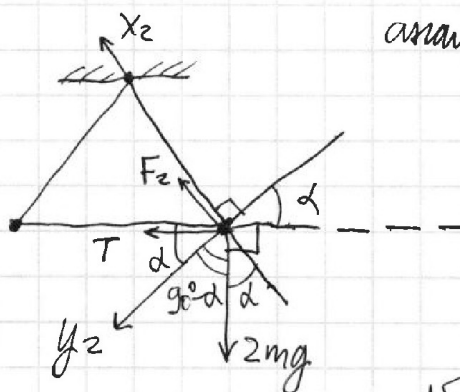
~~$a_{1x} = 0$~~ , $a_{1y} = a_1$; $\Rightarrow$

$$\begin{cases} F_1 = T \sin \alpha + mg \sin(90^\circ - \alpha) \\ a_1 = \frac{T \cos \alpha - mg \cos(90^\circ - \alpha)}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = T \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ a_1 = \frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha \end{cases}$$

2-й масс:

$$a_{2x_2} = 0$$

$$a_{2y_2} = a_2$$



аналогично:

$$F_2 = 2mg \cos \alpha - T \sin \alpha$$

$$a_2 = \frac{T}{2m} \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

длина в узле:

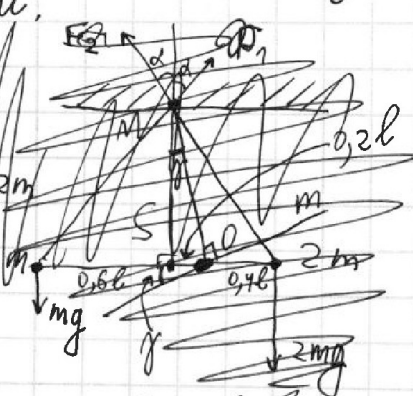
т.о. — центр масс

соединяем: на

стержне на

расст. $\frac{L}{3} = 0,4L$ от $2m$

и $\frac{2L}{3} = 0,8L$ от m



Ст. геом. центр
массы
 $80 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 $0,2L$
 $m = \text{точка подвеса}$
 m MO

Handwritten signature

$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$



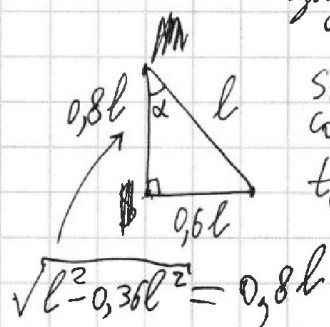
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолж.)



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= 0,6 \\ \cos \alpha &= 0,8 \\ \tan \alpha &= 0,75 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

~~$\sqrt{0,64 + 0,36} = \sqrt{1} = 1$~~
 ~~$\tan \gamma = \frac{4}{3}$~~
 ~~$\sin \gamma = \frac{4}{5}$~~
 ~~$\cos \gamma = \frac{3}{5}$~~

Стержень гиб. как ед. тело, т.к. он твердый;
 $\Rightarrow a_1 = a_2$. (Шары 1 и 2 гиб. с разными скор. по 1 окружности.) $a_1 = a_2$.

$$\frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha = \frac{T}{2m} \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$\frac{T \cos \alpha}{m} \cdot \frac{1}{2} = 2g \sin \alpha$$

$$T = \frac{4mg \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$T = 4mg \tan \alpha$$

$$T = 4 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} \text{ Н} = 6 \text{ Н}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{T}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha = \frac{6}{0,2} \cdot 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 10 \cdot 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \\ &= 24 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 18 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \end{aligned}$$

Ответ: 1) $\sin \alpha = 0,6$; 2) $a_1 = 18 \text{ м/с}^2$; 3) $T = 6 \text{ Н}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$\nu = 1$ моль, $u_{\text{г}}$, 1-атом. газ; цикл 1-2-3-1; график $\frac{C}{R}$ от T/T_0 ; $T_0 = 200 \text{ K}$; $R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$.

1) Постр. график в коорд. $(P/P_0, V/V_0)$ P_0, V_0 — нач. давл. и об'ём газа. (в 1).

2) $Q_1 = ?$ Кол-во тепл., подв. к газу в пр. расш. за 1 цикл.

3) $M = 415 \text{ кг}$, $N = 25$; $g = 10 \text{ м/с}^2$, $H = ?$

$u_{\text{г}}$, 1-ат. газ; $u = \frac{3}{2} \nu RT$, u — вл. энерг.; T — темпер.

процесс 1-2: $C_{12} = 2R = \text{const}$; $T_1 = T_0$, $T_2 = 9T_0$.

$$C_{12} = \frac{dQ_{12}}{\nu dT_{12}} = \frac{\Delta Q_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{Q_{12}}{\nu(T_2 - T_1)}$$

$$Q_{12} = \nu C_{12} (8T_0) = 2R \cdot \nu \cdot 8T_0 = 16 \nu RT_0 > 0 \text{ — тепло подв.}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 8T_0 = 12 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ: } Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = 4 \nu RT_0 > 0 \text{ — газ расш.}$$

процесс 2-3: $C_{23} = 1,5 R = \text{const}$; $T_2 = 9T_0$, $T_3 = 3T_0$.

$$Q_{23} = \nu C_{23} (T_3 - T_2) = -\nu \cdot 1,5 R \cdot 6T_0 = -9 \nu RT_0 < 0 \text{ — тепло отвод.}$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = 1,5 \nu R \cdot (-6T_0) = -9 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ} \Rightarrow A_{23} = 0.$$

процесс 3-1: $C_{31} = 2,5 R = \text{const}$; $T_3 = 3T_0$, $T_1 = T_0$.

$$Q_{31} = \nu C_{31} (T_1 - T_3) = 2,5 \nu R (-2T_0) = -5 \nu RT_0 \text{ — тепло отвод.}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = -3 \nu RT_0$$

$$\text{1 ИТ} \Rightarrow A_{31} = -2 \nu RT_0$$

Газ расш. в пр. 1-2, к нему в действ. подв. тепло,

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q_1 &= Q_{12} = 16 \nu RT_0 = 16 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \text{ Дж} = \\ &= 32,831 \text{ Дж} = (3,8310 + 1662) \text{ Дж} = (24930 + 1662) \text{ Дж} = \\ &= 26592 \text{ Дж}. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

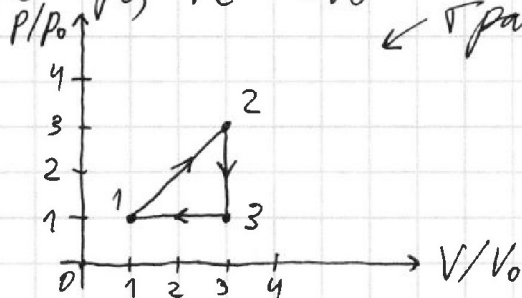
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-2: $p \sim V$; 2-3: $V = \text{const}$; 3-1: $p = \text{const}$.

УМК для: т. 1: $p_0 V_0 = \nu R T_0$.
т. 2: $p_0 V_0 = \nu R T_0$ } $\Rightarrow K^* = 3$.

$p_2 = 3p_0$, $V_2 = 3V_0$.



← график зависимости p/p_0 от V/V_0 .
(при $p \sim V$: $C = \frac{dQ}{\nu dT} = 2R$).

3) За 1 цикл газ соверш. работу $A_{\Sigma} =$

$$A_{\Sigma} = 4\nu R T_0 + 0 - 2\nu R T_0 = 2\nu R T_0. \quad \text{За } N=25 \text{ циклов:}$$

$$A_{25} = N A_{\Sigma} = 2N \cdot \nu R T_0. \quad \exists C \Rightarrow \text{для груза:}$$

$$MgH = A_{25} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow H = \frac{2N\nu R T_0}{2Mg}.$$

$$H = \frac{2 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200}{415 \cdot 10 \cdot 2} \text{ м} = \frac{831 \cdot 100}{830 \cdot 5 \cdot 2} \text{ м} = \left(1 + \frac{1}{830}\right) \cdot \frac{20 \text{ м}}{2}$$

$$H \approx 10 \text{ м}$$

Ответ: 1) график выше; 2) $Q_1 = 16\nu R T_0 = 26592 \text{ Дж}$;

$$3) H = \frac{N\nu R T_0}{Mg} \approx 10 \text{ м}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Дано: полусфера; Q ; $\rho(0, \text{ноб. точки помес.}) = R$;
 $\{A; O; C\} \in \text{оси симметрии}$; $\varphi_A = 0$; m ; q .

в т. О: кин. энерг. K ; E_0 . $v \ll c$.

1) $V = ?$ 2) $V_C = ?$ $AO = CO$.

Решение.

1) Пусть 0 пот. энерг. будет на $r \rightarrow \infty$, где r — расст. до т. О. Найдём пот. энерг. частицы в т. О:

$$\Pi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Q}{R}, \text{ т.к.}$$

q и Q одноимённые, т.к. иначе частица ~~не~~ приближалась к полусф. на $r \rightarrow 0$

для т. О; любая т. полусф. удалена от О на расст. R .

$$\Rightarrow q \cdot Q > 0$$

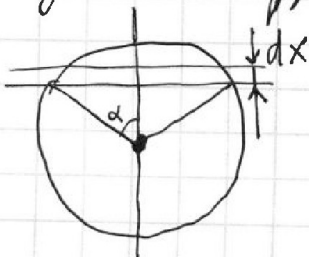
$\exists C \Rightarrow$ для частицы: $K + \Pi_0 = K_\infty$, где K_∞ — кин. энерг. част. при $r \rightarrow +\infty$.

$\Pi_\infty = 0$, т.к. ~~на~~ $r \rightarrow +\infty$, на этом расст. силы, пренебр. малы. $K_\infty = \frac{mv^2}{2}$.

$$K + \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{mv^2}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{m} + \frac{2Q}{2\pi\epsilon_0 R m}}$$

2) Найдём пот. энерг. частицы в т. А:
На оси кольца сила, действ. на част. со ст. полусферы, ~~равна~~ направ. вдоль оси из-за симметрии. Разобьём сферу на кольца толщ. каждого из которых равна dx . (по горизонтальн., как на рисунке).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \varphi = \frac{R^*}{R} = \frac{dx}{dl}$
 $\Rightarrow R^* dl = R dx$
 $dS = 2\pi R^* dl = 2\pi R dx$ — площадь не зависит от местоположения кольца на сфере. Сфера зар. равномерно $\Rightarrow$ равномерн. плотность заряда $\sigma = \frac{dQ}{dS} = \frac{Q}{S}$.

$S = 4\pi R^2 \Rightarrow dQ = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R dx = \frac{Q dx}{2R}$
 Пусть $x_0 = OA = OC$. рассм. кольцо, наход. на расст. x от т. А (если кольцо между т. О и т. А, то $x < 0$, в др. случ. $x > 0$).

$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot dQ \cdot \frac{1}{x^2 + R^{*2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^{*2}}} \cos \alpha$
 $dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q dx}{(\sqrt{x^2 + R^{*2}})^3}$

$(x + x_0)^2 + R^{*2} = R^2 \Rightarrow R^* = \sqrt{R^2 - (x + x_0)^2}$
 $dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{R} \cdot \frac{dx}{(R^2 - 2xx_0 - x_0^2)^{3/2}}$

F_1 — сила, действ. со стороны части полушф. ниже т. А, F_2 — — — выше т. А.
 $F_1 = \int_0^{R-x_0} dF = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{R-x_0} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-3/2} dx$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пира QR-кода недопустима!

$$\frac{d}{dx} \left((R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{1}{2}} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}} \cdot (-2x_0) = x_0 (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}}$$

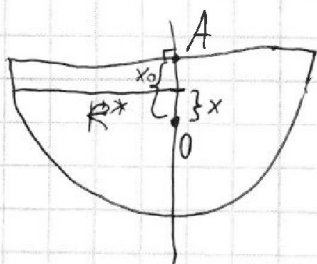
$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x_0} \cdot (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{1}{2}} \right)' = (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}}$$

$$F_1 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left((R^2 - x_0^2 - 2x_0(R-x_0))^{-\frac{1}{2}} - (R^2 - x_0^2)^{-\frac{1}{2}} \right) =$$

~~$$\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} (R^2 - x_0^2 - 2x_0R + 2x_0^2 - R^2 + x_0^2) =$$~~

~~$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} (x_0 - R) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} (R - x_0)$$~~

$$F_2 = \int_0^{x_0} dF = \int_0^{x_0} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} (R^2 - x_0^2 - 2xx_0)^{-\frac{3}{2}} dx \quad \text{---}$$



$$(x_0 - x)^2 + R^{*2} = R^2$$

$$R^{*2} = R^2 - (x_0 - x)^2$$

$$x^2 + R^{*2} = R^2 + 2xx_0 - x_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left((R^2 - x_0^2 + 2x_0x_0)^{-\frac{1}{2}} - (R^2 - x_0^2)^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$$F = F_1 - F_2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 - 2Rx_0 + x_0^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right) =$$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{x_0} \left(\frac{1}{R - x_0} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ЗЦЗ: W_A = W_0 = W_c; \quad W_i = K_i + \Pi_i;$$

$$\text{т. А: } K_A = 0; \Rightarrow W_A = \Pi_A.$$

$$W_0 = K + \Pi_0 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} + K.$$

$$\Pi_A = K + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

$$K + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R} = \Pi_c + \frac{mV_c^2}{2}$$

$$\Pi_0 = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ_i}{r_i} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_i \frac{Q_i}{r_i}$$

Π_A

$$\text{Ответ: } 1) V = \sqrt{\frac{2K}{m} + \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 Rm}}$$

2)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

