



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н. $ab: 2^1 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$

$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \geq abc: 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$, $abc: 3^{21}$, $abc \in \mathbb{N}$ и

abc не может содержать в своем разложении делителей в нечетной степени,

а если степени будут ≤ 20 , то $(abc)^2: 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$. Пусть числа $a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$,

$b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$, $c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$. Тогда $x_1 + x_2 + x_3 \geq 17$, $x_1 + x_2 \geq 8$, $x_2 + x_3 \geq 12$, $x_1 + x_3 \geq$

≥ 14 . Так нужно минимизировать сумму $x_1 + x_2 + x_3$, пусть она равна 17 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ легко можно найти, что $x_1 = 5$, $x_2 = 3$, $x_3 = 9$. Аналогично с y_1, y_2, y_3

найдем, что $y_1 + y_2 + y_3$ может быть равно 28 при $y_1 = 7$, $y_2 = 7$, $y_3 = 14$.

$y_1 + y_2 + y_3 \geq 34$, $y_1 + y_2 \geq 18$, $y_2 + y_3 \geq 17$, $y_1 + y_3 \geq 39$. Из последнего условия

следует, что $y_1 + y_2 + y_3 \geq 39$. Легко можно подобрать, например, $y_1 = 19$, $y_2 = 20$, $y_3 = 0$

(так необходимо минимизировать $y_1 + y_2 + y_3$, без чет в четной степени в

числе будет простой множитель, тем число меньше, поэтому снова не-

зам $y_1 + y_2 + y_3$ не просто ≥ 39 , а $y_1 + y_2 + y_3 = 39$. Тогда минимальное

значение abc равно $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39} = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ - прямоугольный

$AB \parallel EF$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

Найти: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEP}}$ - ?

Решение: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEP}} = \frac{1}{k^2}$, k - коэффициент подобия.

Пусть $AD = 5x$, $DB = 2x \Rightarrow CD^2 = 5x \cdot 2x$

Так $EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$. Пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle ECF = 90^\circ - \alpha = \angle ABC$ и т.д.

$$\triangle ADC \sim \triangle ACB \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC^2 = AD \cdot AB = AD \cdot (AE + DB)$$

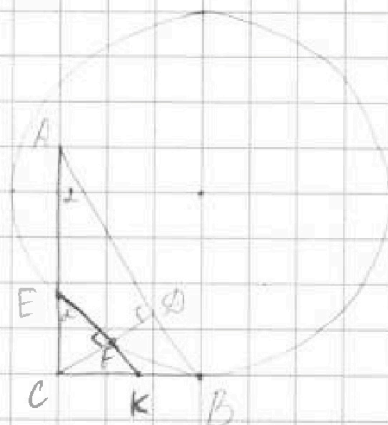
$$\triangle ADC \sim \triangle EFC \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{AD}{EF} = \frac{CD}{CF}$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ACB \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow EF \cdot AB = EC \cdot AC$$

По свойству касательной и секущей $BC^2 = EC \cdot AC$. Пусть $EF \cap BC = K$

$$\frac{EF}{EK} = \frac{AD}{DB} = \frac{5}{2} \Rightarrow EF = 5y, EK = 2y \Rightarrow CF^2 = 10y^2$$

$$\triangle CEP \sim \triangle CQD \Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{EF}{CQ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

14. $ax - 3y + 4b = 0$

$$-(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$$

Второе уравнение системы задаёт две окружности, уравнения которых:

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ и } x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

Напомним график этих окружностей.

Первое уравнение системы задаёт прямую

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$

Чтобы система имела решение,

необходимо, чтобы эта прямая

пересекла 2 окружности в 4 точках.

Из рисунка видно, что при $a = a_1$

прямая касается окружностей и при увеличении

a не будет достигаться 4 решений. Заметим, что график симметричен

относительно оси y , $a_1 = -a_2$. Осталось найти это критическое

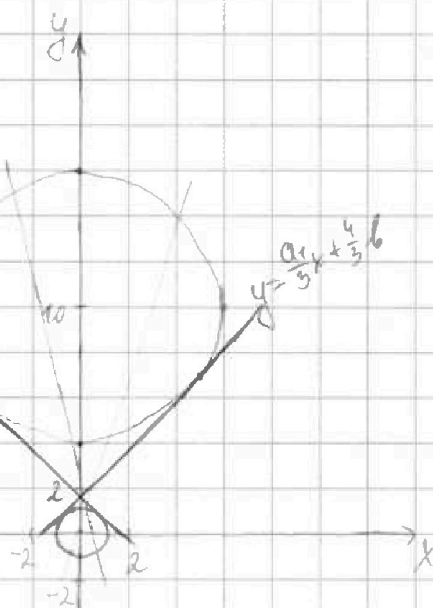
положение. При этом ответ будет выглядеть так: $a \in (-\infty, -a_1) \cup (a_1, +\infty)$

Точки a_1 и $-a_1$ выколоты, т.е. при них не достигается 4 решений, по-

тому что прямая касается обеих окружностей и подбрав такое b , что

она перескает 2 окружности в 4 точках не удастся, потому что b опреде-

ляет значение вверх или вниз. $\rightarrow$ см. след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и продолжения). Чтобы найти a_1 , необходимо $y = \frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b$ подставить
в 2 уравнения окружностей.

$$x^2 + \left(\frac{a_1 x}{3} + \frac{4}{3}b\right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^2 + a_1^2 x^2 + 8a_1 b x + 16b^2 - 9 = 0$$

П.к. прямая касается окружности, то $D_1 = 0 \Rightarrow 16a_1^2 b^2 - (9 + a_1^2)(16b^2 - 9) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 9a_1^2 + 81 - 9 \cdot 16b^2 = 0 \Rightarrow a_1^2 + 9 = 16b^2 \quad (1)$$

$$x^2 + \left(\frac{a_1 x}{3} + \frac{4}{3}b - 1\right)^2 = 36 \Rightarrow x^2(9 + a_1^2) - x(8a_1 - 8a_1 b) - 240b + 16b^2 + 649 = 0$$

$$D_2 = 0 \Rightarrow (30a_1 - 4b)^2 - (a_1^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 649) = 0 \Rightarrow a_1^2(16b^2 - 240b + 900) - (a_1^2 + 9) \cdot$$

$$\cdot (16b^2 - 240b + 649) = 0 \Rightarrow (16b^2 - 240b + 900)(a_1^2 - a_1^2 - 9) + (a_1^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-9) \cdot (a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \Rightarrow -(a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0$$

С учетом (1), что $a_1^2 + 9 = 16b^2$: $-16b^2 \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \quad |:4$

$$-4b^2 - 60b + 225 = 0 \quad -16b^2 - 60b + 225 = 0 \Rightarrow 28b^2 + 21b - 45 = 0$$

$$D_3 = 36 + 28 \cdot 45 = 9 \cdot 4 + 9 \cdot 5 \cdot 28 = 9 \cdot 244$$

$$b_{3,2} = \frac{6 \pm 3 \cdot 11}{28} = \frac{42}{28}, \frac{-30}{28}, \quad b < 0 \text{ не подходит} \Rightarrow b = \frac{42}{28} = \frac{3}{2}$$

$$a_1^2 + 9 = 16 \cdot \frac{9}{4} \Rightarrow a_1^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow a_1 = 3\sqrt{3}$$

При $a > 0$: чем больше a , тем ближе к оси y график прямой, при $a < 0$ — на-
оборот $\Rightarrow a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \cdot \log_5(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$$

$$\log_5(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5(2x) = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5(2x) = \frac{13}{3 \log_5(2x)} - 3$$

$$3 \log_5 2x = 13 - 3 \log_5 2x \quad (1)$$

$$\log_5 y + 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3$$

$$\log_5 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5 y = -\frac{13}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5 y = -\frac{13}{3 \log_5 y} - 3$$

$$3 \log_5 y = -13 - 3 \log_5 y \quad (2)$$

Сложим (1) и (2): $3(\log_5 2x + \log_5 y) = -3(\log_5 2x + \log_5 y)$

$$\log_5 2x + \log_5 y = -(\log_5 2x + \log_5 y)$$

$$\log_5 2x + \log_5 2x = -\log_5 y - \log_5 y$$

$$\log_5 2x + \log_5 2x = -(\log_5 y + \log_5 y)$$

Введем функцию $f(t) = \log_5 t + \log_5 t$. Тогда можно записать, что

$f(2x) = -f(y)$. Функция $f(t)$ — возрастающая. Есть случаи, когда $f(2x) =$

$-f(y) \geq 0 \Rightarrow 2x \geq y \Rightarrow x \cdot y = \frac{1}{2}$. $f(y) \geq 0$ при $y = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$. В других

случаях, когда $2x \neq y$, заметим, что $f(\frac{1}{2x}) = -f(\frac{1}{y})$, т.к. $\log_5 t$ будет

иметь тот же знак, что и $\log_5 t$, т.е. $t \cdot \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow 2x \cdot y = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$.

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

16. Так как координаты x_1, x_2, y_1, y_2 точек A и B — целые числа ~~то~~ и

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \Rightarrow y_2 - y_1 \div 5$$

Одна из сторон параллелограмма равна 18, а другая $-\sqrt{80^2 + 16^2} = 16\sqrt{26}$.

Если $y_2 - y_1 \neq 0$, то все точки лежат на одной ~~горизонтальной~~ ^{горизонтальной} прямой,

то $x_2 - x_1 = 9$, в первом ряду будет 10 пар таких точек.



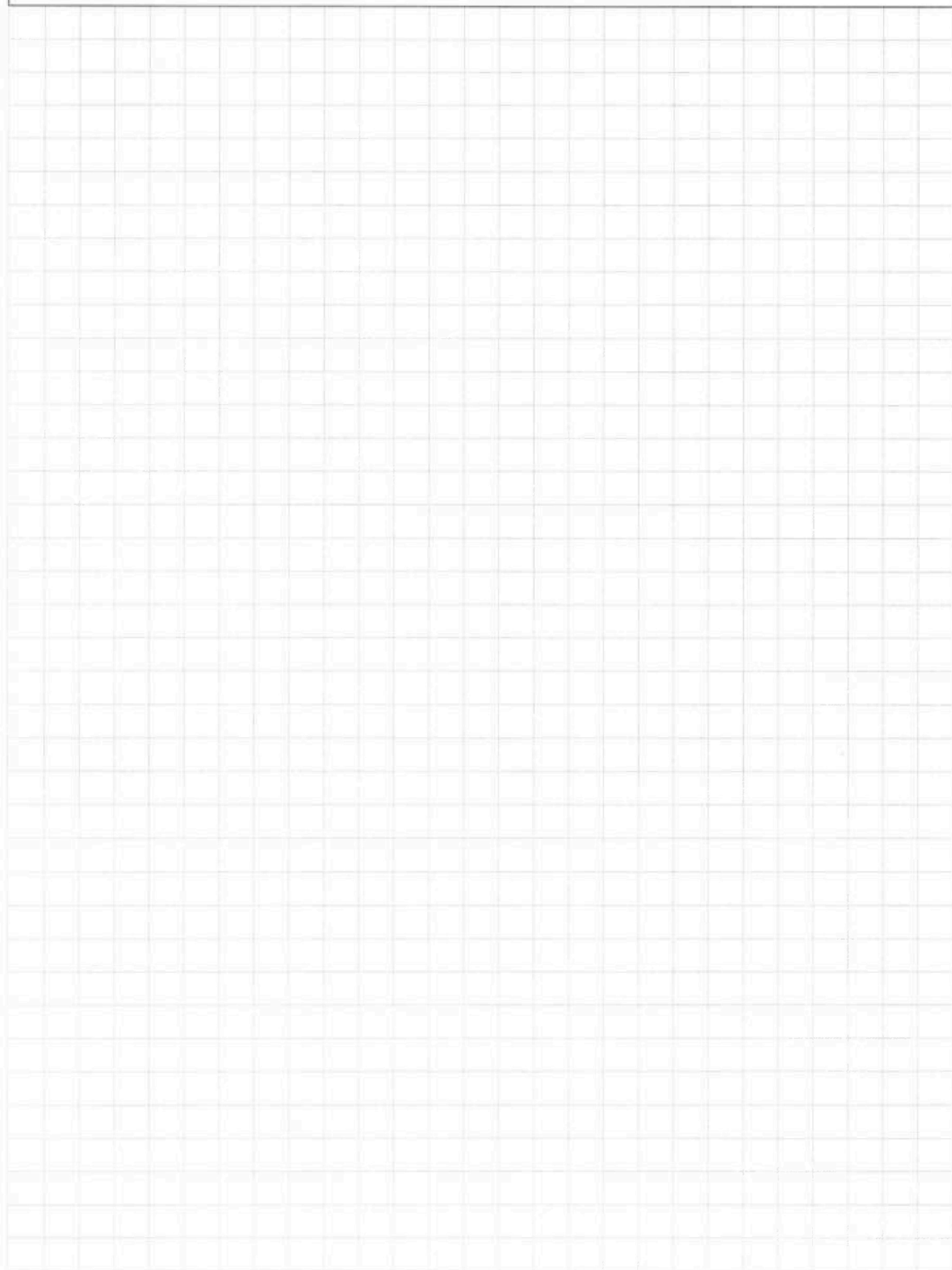
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

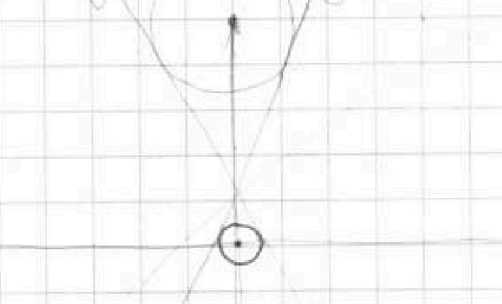
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1) \cdot (x^2 + y^2 - 2ay + 6b) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad x^2 + (y - a)^2 = 6^2$$



Все a , для которых существует
 $\exists$ прямая, которая касается
именно 4 решений.

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$\frac{6 + 3a}{2} \quad \frac{6 + 4a}{11}$$

$$x^2 + \frac{a^2}{9}x^2 + \frac{8a}{3}bx + \frac{16}{9}b^2 = 1 \quad | \cdot 9$$

$$9x^2 + a^2x^2 + 8abx + 16b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 16a^2b^2 - (9 + a^2) \cdot (16b^2 - 9) =$$

$$= 16ab^2 - 9 \cdot 16b^2 - 16ab^2 + 81 + 9a^2 =$$

$$= 9a^2 - 9 \cdot 16b^2 + 81 = 9 \cdot (a^2 - 16b^2 + 9) =$$

$$D_1 = 36 + 24 \cdot 45$$

$$9 \cdot 4 + 3 \cdot 15 \cdot 7$$

$$D_2 = 0 \quad a^2 - 16b^2 - 9$$

$$x^2 + \left(\frac{ax}{3} - \frac{10 + 4b}{3}\right)^2 = 36$$

$$x^2 + \frac{a^2x^2}{9} - \frac{2ax}{3} + \frac{4ab}{9} - \frac{100}{9} + \frac{40b}{3} - \frac{16b^2}{9} = 36 \quad | \cdot 9$$

$$x^2 + \frac{a^2x^2}{9} - \frac{2ax}{3} + \frac{4ab}{9} - \frac{100}{9} + \frac{40b}{3} - \frac{16b^2}{9} = 36 \quad | \cdot 9$$

$$9x^2 + a^2x^2 - 6ax + 4ab - 100 + 120b - 16b^2 = 36 \cdot 9 = 324$$

$$x^2(9 + a^2) - x(60a - 8ab) - 240b + 16b^2 + 120 \cdot 9 - 36 \cdot 9 = 0$$

$$x^2(a^2 + 9) - 2x(30a - 4ab) - 240b + 16b^2 + 64 \cdot 9 = 0$$

$$D_1 = (30a - 4ab)^2 - (a^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 576) = 0$$

$$a^2(16b^2 - 240b + 576) - (a^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 576) + (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= (16b^2 - 240b + 576)(a^2 - a^2 - 9) - (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 + (16b^2 - 240b + 576) \cdot (-9) - (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= (-9) \cdot (a^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 + 240b + 576 - 240b + 576$$

$$16b^2 + 576 - 36(a^2 + 9) = 0$$

$$16(a^2 + 9) + (4b - 30)^2 = 0$$

$$16 \cdot 37b^2 - 240 \cdot 900$$

$$4 \cdot 17b^2 - 60b + 225 = 0$$

$$900$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x \neq 0, \log_5^4(2x) - 3 \log_5 5 = \log_5 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_5 5 = \log_5 5^4 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_5 5 = \frac{4}{5} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 2x = \frac{13}{5} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 2x = \frac{13}{5} \log_5 2x - 3 \quad | - 3 \log_5 2x$$

$$3 \log_5^3 2x + 9 \log_5 2x - 13 = 0$$

$$\log_5^4 2x = t$$

$$3t^3 + 9t - 13 = 0$$

1/3



$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 5 = \log_5 32 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 5 = -\frac{1}{3} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{5}} - 3$$

$$\log_5^4 y = -13 - 3$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5^4 y = -16$$

$$\log_5 4 + \log_5 2 = \log_5 8$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4+5+4+5+5+5+6=34$$

М.

$$ab=18$$

$$a+c=11$$

$$b+c=11$$

$$a=5$$

$$b=2$$

$$c=9$$

$$ab:2^5 \cdot 3^1$$

$$bc:2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

$$ac:2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$ab+bc+ac:2^5 \cdot 3^1 + 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1 + 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$= 32 + 30 + 75 = 137$$

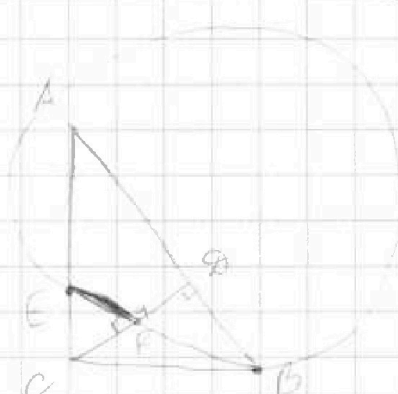
$$ab=24$$

$$bc=24$$

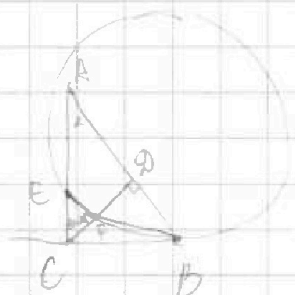
$$ac=24$$

$$a+b+c=24$$

$$a=8, b=8, c=8$$



АМНЕР



$$\frac{AE}{EB} = \frac{5}{2}$$

$$\triangle ADC \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\triangle ADC \sim \triangle EPC$$

$$\frac{AD}{EP} = \frac{CD}{CP}$$

$$AD=5, CD=7$$

$$EP=2, CP=5$$

$$\triangle BCD \sim \triangle CEP$$

$$\frac{CD}{EP} = \frac{BD}{CP}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Р3. $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$\sin t = x$

$\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$(\frac{\pi}{2}) \arcsin 0 = 0$

$\cos x$

$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10} - \arcsin(\cos x)$

$\frac{\pi - 2x}{10} > -\frac{\pi}{2}$

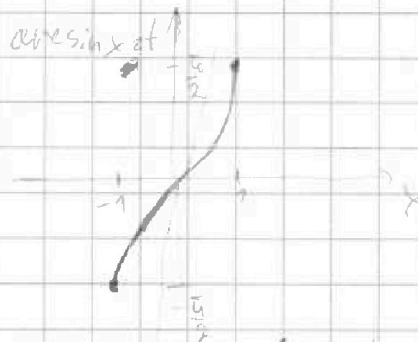
$\pi - 2x > -5\pi$

$x < 3\pi$

$\frac{\pi - 2x}{10} < \frac{\pi}{2}$

$\pi - 2x < 5\pi$

$x > -2\pi$



$(-1, 1)$

$\pi + 2 > 0$

$\pi - 2 > 0$

$D(y) : \text{for } x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$E(y) : \text{for } x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

$\#2x \text{ for } D(y) > 0$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 0$

$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 0$

$(x_2 - x_1) + \frac{y_2 - y_1}{5} = 0$

$\arcsin(\cos \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}$

$\arcsin(\cos x)$

$\pi - 2x > 2\pi - 2x$

$\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

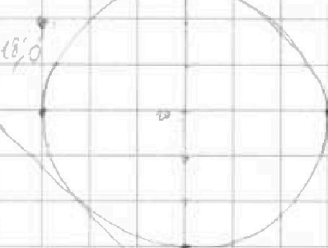
$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\frac{\pi - 2x}{10}$

$\arcsin(\cos \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$

$\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 100^2 + 200^2 - 150^2$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$$

$$\angle C = \angle A = \angle F = 45^\circ$$

$$CF = 200 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$100 \cdot \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

