



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$M. ab : 2 \cdot 3^{14} \cdot 5^2, bc : 2^{17} \cdot 3^{17}, ac : 2^{16} \cdot 3^{17} \cdot 5^2$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{48} \Rightarrow abc : 2^{17} \cdot 3^{34}, abc : 3^4, т.к. \text{минимум}$$

abc не может содержать 6 единиц разложения единицы в ненулевой степени,

а если степень деления < 28, то $(abc)^2 : 2^{35} \cdot 3^{48}$. Тогда числа $a = 2^{14} \cdot 3^6$,

$$b = 2^{17} \cdot 3^6, c = 2^{16} \cdot 3^6. Тогда d_1 + d_2 + d_3 \geq 17, d_1 + d_2 \geq 8, d_2 + d_3 \geq 12, d_1 + d_3 \geq$$

≥ 14 . Так как сумма минимальных единиц $d_1 + d_2 + d_3$, когда она равна 14 \Rightarrow

\Rightarrow легко считать наимен., т.к. $d_1 = 5, d_2 = 3, d_3 = 9$. Абсолютно с β_1, β_2 и β_3

наибольшее, что $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ можно. Сумма равна 28 при $\beta_1 = 7, \beta_2 = 7, \beta_3 = 14$.

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34, \beta_1 + \beta_2 \geq 17, \beta_1 + \beta_3 \geq 17, \beta_2 + \beta_3 \geq 39. Т.к. \text{наибольшее}$$

следует, зная $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$. Но это наимен. подбором, например, $\beta_1 = 19, \beta_2 = 20, \beta_3 = 0$

(т.к. наименьшее значение $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$, где каждая единица имеет

коэффициент ненулевой единицы, т.к. если единица, то тому самому не-

делим $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ не просто ≥ 39 , а $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 39$). Тогда минимальное

$$\text{значение } abc \text{ равно } 2^{17} \cdot 3^{17} \cdot 5^{16} = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{17} \cdot 5^{16}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2 Доказ.

$\triangle ABC$ - прямой

$AB \perp EF$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

$$\text{Найти: } \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ECF}} = ?$$

Доказано: $\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ECF}} = k$, k - константа.

$$\text{Пусть } AD=5x, DB=2x \Rightarrow CA^2=5x+2x$$

Поскольку $EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$. Тогда $\angle CAB = d \Rightarrow \angle ECF = 90^\circ - d = \angle ABC \neq d$

$$\triangle AEC \sim \triangle ACB (\text{по гипotenусе}) \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC^2 = AD \cdot AB = 10x \cdot 2x = 20x^2$$

$$\triangle AEC \sim \triangle EFC (\text{по гипotenусе}) \Rightarrow \frac{AD}{EF} = \frac{CE}{CF}$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ACB (\text{по двум углам}) \Rightarrow \frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow EF \cdot AB = EC \cdot AC$$

По свойству симметрии в сечении $BC^2 = EC \cdot AC$ Тогда $EF \cdot AB = k$

$$\frac{EF}{FK} = \frac{AD}{DB} = \frac{5}{2} \Rightarrow EF = 5y, FK = 2y \Rightarrow CF^2 = 10y^2$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CED \Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{EF}{CE}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



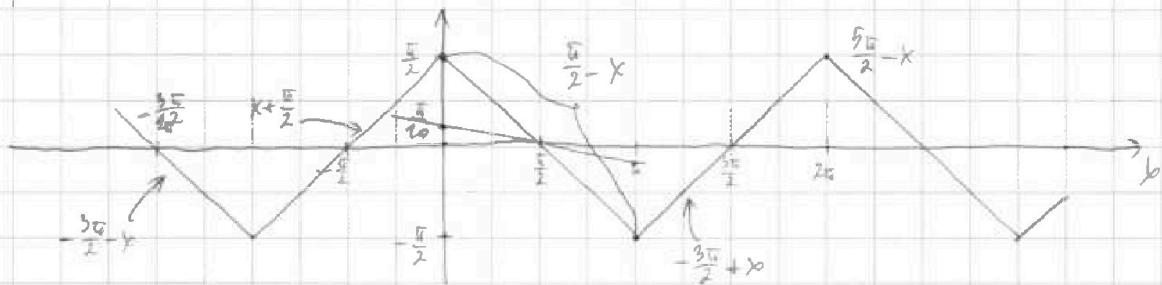
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N3. \text{ (6)} \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Rightarrow \arcsin(\cos 2x) = \frac{\pi - 2x}{2} \Rightarrow \frac{\pi - 2x}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

Найдём граничные значения и левые части:



$$\frac{\pi - 2x}{2} = k \cdot \frac{\pi}{2} - x, \text{ где } k = 1, 3, \dots, -3, -5, \dots \text{ (значения отмеченные на графике)}$$

$$\frac{\pi - 2x}{2} = h \cdot \frac{\pi}{2} - x, \text{ где } h = 1, 3, 7, \dots, -5, -9$$

$$\begin{cases} \pi - 2x = 2hk\pi - 20x \\ \pi - 2x = 20x - 5\pi h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{(5k-1)\pi}{8} \\ x = \frac{(5h+1)\pi}{12} \end{cases}$$

$$\text{При } 3\pi \geq \frac{\pi - 2x}{20} \geq -\frac{\pi}{2} \text{ и } \frac{\pi - 2x}{20} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \pi - 2x \geq -5\pi \\ \pi - 2x \leq 5\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3\pi \\ x \geq -2\pi \end{cases}$$

У первой серии $x = \frac{(5k-1)\pi}{8}$:
 $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2}; 3\pi; \dots, \text{ при } k > 5; x > 3\pi \\ x = -2\pi, \text{ при } k < -3; x < -2\pi \end{cases}$

У второй серии $x = \frac{(5h+1)\pi}{12}$:
 $\begin{cases} x = \frac{4}{3}\pi; 3\pi; \dots, \text{ при } h > 3; x > 3\pi \\ x = -\frac{\pi}{3}; -2\pi, \text{ при } h < -5; x < -2\pi \end{cases}$

Ответ: уравнение имеет 6 решений: $x = -2\pi; x = -\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{4\pi}{3}; x = 3\pi$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$14. \begin{cases} 3x^2 - 3y + 4t = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1) \cdot (x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение системы задает две окружности, касающиеся какими?

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ и } x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

Найдем касание этих окружностей.

Первое ур. из системы задает прямую

$$y = \frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b$$

Чтобы система имела 4 решения,

надо чтобы, чтобы эта прямая $y = \frac{a_2}{3}x + \frac{4}{3}b$

пересекала 2 окружности в 4 точках.

Из рисунка видно, что при $a = a_1$

прямая касается окружностей и при уменьшении

a не будет достигаться 4 решения. Значит, что прямая симметрична

относительно оси y , $\Rightarrow a_1 = -a_2$. Определив когда этоultimo

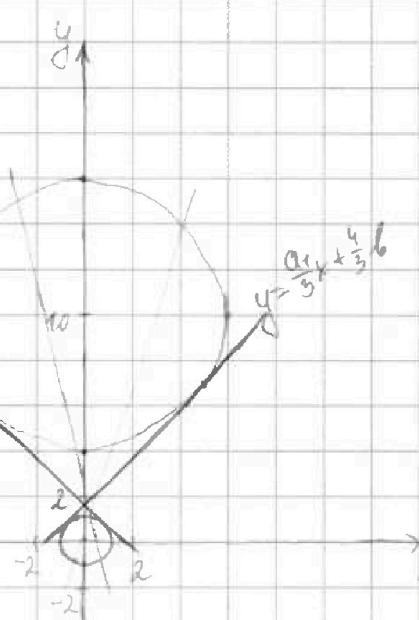
касание. При этом первое будем выражено так: $a \in (-\infty, -a_1) \cup (a_1, +\infty)$

Значит a_1 и $-a_1$ находятся, т.к. при них не достигается 4 решения, но

такую что прямая касается обеих окружностей и подбирали такое b , что

она пересекает 2 окружности в 4 точках не удастся, потому что 6 опреде-

ляем касание сверх или ниже. \rightarrow ср. след. стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4(продолжение). Чтобы построить a_1 , необходимо $y = \frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b$ подставив
в 2 уравнение ортогональности.

$$b^2 + \left(\frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b\right)^2 = 1 \Rightarrow 9b^2 + a_1^2x^2 + 8a_1bx + 16b^2 - 9 = 0$$

При этом касательство ортогональности, то $D_1 = 0 \Rightarrow 16a_1^2b^2 - (9+a_1^2)(16b^2 - 9) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 9a_1^2 + 81 - 9 \cdot 16b^2 = 0 \Rightarrow a_1^2 + 9 = 16b^2 \quad (1)$$

$$x^2 + \left(\frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b - 10\right)^2 = 36 \Rightarrow x^2(9+a_1^2) - x(6a_1 - 8b) - 240b + 16b^2 + 64 \cdot 9 = 0$$

$$D_1 = 0 \Rightarrow (30a_1 - 4b)^2 - (a_1^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 900) = 0 \Rightarrow a_1^2(16b^2 - 240b + 900) - (a_1^2 + 9) \cdot$$

$$\cdot (16b^2 - 240b + 64 \cdot 9) = 0 \Rightarrow (16b^2 - 240b + 900)(a_1^2 - a_1^2 - 9) + (a_1^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-9) \cdot 5(a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \Rightarrow -(a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0$$

С учётом (1), имеем $a_1^2 + 9 = 16b^2 \Rightarrow -16b^2 - 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \mid :4$

$$-48b^2 - 60b + 225 = 0 \Rightarrow -48b^2 - 60b + 225 = 0 \Rightarrow 28b^2 + 21b - 45 = 0$$

$$D_1 = 36 + 28 \cdot 45 = 9 \cdot 4 + 9 \cdot 5 \cdot 28 = 9 \cdot 144$$

$$b_{3,2} = \frac{6 \pm \sqrt{3 \cdot 144}}{28} = \frac{6 \pm \sqrt{-30}}{28}, \text{ б/c } b < 0 \text{ не подходит} \Rightarrow b = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

$$a_1^2 + 9 = 16 \cdot \frac{9}{14} \Rightarrow a_1^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow a_1 = 3\sqrt{3}$$

При $a > 0$: чем больше a , тем ближе к оси y уравнение прямой, при $a < 0$ — наоборот $\Rightarrow a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3\log_5^5 5 = \log_{10} 625 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4\log_5 5 = \log_{10} 0,2 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3\log_5^5 5 = \frac{4}{3}\log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4\log_5 5 = -3\log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3}\log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3}\log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3}\log_5(2x) - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3}\log_5 y - 3$$

$$3\log_5 2x = 13 - 3\log_5 2x \quad (1)$$

$$3\log_5 y = -13 - 3\log_5 y \quad (2)$$

$$\text{Сложим (1) и (2): } 3(\log_5 2x + \log_5 y) = -3(\log_5 2x + \log_5 y)$$

$$\log_5 2x + \log_5 y = -(\log_5 2x + \log_5 y)$$

$$\log_5 2x + \log_5 2x = -\log_5 y - \log_5 y$$

$$\log_5 2x + \log_5 2x = -(\log_5 y + \log_5 y)$$

Введем функцию $f(t) = \log_5 t + \log_5 t$. Тогда можно записать, что

$f(2x) = -f(y)$. Функция $f(t)$ - возрастающая. Если случая, когда $f(2x) =$

$= -f(y) \Leftrightarrow 2x = y \Rightarrow \log_5 y = \frac{y^2}{2}$. $f(y) \geq 0$ при $y = 1 \Rightarrow \log_5 y = \frac{1}{2}$. В других

случаях, когда $2x \neq y$, заметим, что $f(\frac{t}{t}) = -f(\frac{1}{t})$, т.к. $\log_5 t$ будет

иметь то же значение, что и $\log_5 t$, т.е. $t \cdot \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow 2x \cdot y = 1 \Rightarrow \log_5 y = \frac{1}{2}$.

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается честоником и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№. Имеются координаты x_1, x_2, y_1, y_2 точек A и B - целые числа ~~меньше~~ и

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \Rightarrow y_2 - y_1 \equiv 5$$

Одна из сторон параллелограмма равна 18, а другая $\sqrt{180^2 + 16^2} = 16\sqrt{26}$.

Если $y_2 - y_1 \geq 0$, то есть точки лежат на одной ~~вертикальной~~ прямой,

то $|x_2 - x_1| \geq 9$, 6 первых будут 10 нах таких точек.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



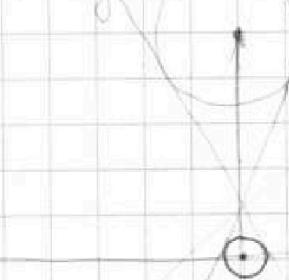
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4b = 0 \\ (b^2 + y^2 - 1) \cdot (x^2 + y^2 - 2xy + 6b) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \rightarrow x^2 + (y - w)^2 = b^2$$



Все a , где w это
Этому касание
имеет 4 решения.

$$2x - 3y + 4b = 0$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}b$$

$$\begin{array}{r} 6x - 12b = 0 \\ 6x - 12b = 0 \\ \hline 6x = 12b \end{array}$$

$$x = 2b$$

$$y = \frac{2}{3}(2b) + \frac{4}{3}b$$

$$b^2 + \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}bx + \frac{4}{9}b^2 = 1 / 9$$

$$9x^2 + 4x^2 + 36bx + 16b^2 - 81 = 0$$

$$13x^2 + \left(\frac{4x}{3} - 10 + \frac{4b}{3}\right)^2 = 36$$

$$x^2 + \frac{4x^2}{9} - \frac{40x}{3} + \frac{100}{9} + \frac{16b^2}{9} - \frac{80b}{3}x - \frac{40b}{3} = 36$$

$$+\frac{40b^2}{9} - \frac{80b}{3}x + \frac{16b^2}{9} = 36 \quad | \cdot 9$$

$$D_1 > 4x^2b^2 - (9+4 \cdot 136b^2 - 9) =$$

$$= 16x^2b^2 - 9 \cdot 16b^2 - 136b^4 + 81 + 81 =$$

$$= 9b^2 - 9 \cdot 16b^2 + 81 = 9 \cdot (b^2 - 16b^2 + 9) =$$

$$D_1 = 9b^2(25 - 16b^2) \quad D_2 = 0 \quad a^2 = ab^2 - 9$$

$$9x^2 + 4x^2 - 320x + 900 - 320x + 900 - 12x^2 - 64b^2 - 36b^2 + 36b^2 - 36b^2 = 0$$

$$16 \cdot 37$$

$$4 \cdot 9$$

$$144$$

$$x^2(9+4^2) - x(60x - 80b) - 240b^2 + 4b^2 + 180 \cdot 9 - 36 \cdot 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 144 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 90 + 275 \\ 90 + 275 \\ \hline 46 \end{array}$$

$$x^2(10^2 - 2x(30x - 40b) - 240b^2 + 4b^2 + 649 = 0$$

$$D_1 = 10x^2 - 40bx^2 - (10^2 + 9) \cdot (16b^2 - 40b^2 + 900) = 0$$

$$a^2(16b^2 - 40b^2 + 900) - (10^2 + 9) \cdot (16b^2 - 40b^2 + 900) + (10^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= 160b^2 - 200b^2 + 9000 \cdot (a^2 - a^2 - 9) - (10^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= (10^2 + 9) \cdot (10^2 \cdot 9 \cdot 36 + 16b^2 \cdot 36 + 36 \cdot 9 \cdot 16b^2 - 36b^2 + 900) =$$

$$16 \cdot 37 \cdot b^2 - 900 + 900$$

$$4 \cdot 37 \cdot b^2 - 60b^2 + 225 = 0$$

$$920$$

$$36(a^2 + 9) + (4b - \frac{1}{2})^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x_3 \log_5 (2x) - 3 \log_5 5 &= \log_5 625 - 3 & x > 0 \\ \log_5^4 (2x) - 3 \log_5 5 &= \log_5^4 5 + 3 & y > 0 \\ \log_5^4 (2x) - 3 \log_5 5 &= \frac{4}{3} \log_5 5 - 3 & y \neq 1 \\ \log_5^4 2x &= \frac{13}{3} \log_5 5 - 3 & \log_5 y + 4 \log_5 5 = \log_5 625 - 3 \\ \log_5^4 2x &= \frac{13}{3} \log_5 5 - 3 & \log_5 y = -\frac{13}{3} \log_5 5 + 3 \\ 4 \log_5 2x &= 13 \log_5 5 - 3 & \log_5 y = \frac{13 - 12 \log_5 5}{3} - 3 \\ 4 \log_5 2x &= 13 \log_5 2x - 3 & y = 10^{13 - 12 \log_5 5} \end{aligned}$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$

4/3



$$\log^4 t = \log t - 3$$

$$\log b^2 = \log y - 3$$

$$3 \log_2 x + \log_2 y = \log_2$$

$$\log_2 n = f(V)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4+6+4+5+5+5+6 = 34$$

$$\alpha b c \quad 24 \cdot 25 \cdot 63$$

1

$$ab : 2^3 \cdot 5^2$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$ab = 28$$

$$bc : 2^3 \cdot 5^2$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 24$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

а - б = 12, а = 75 - невер

$$abc = 28$$

$$ac : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$abc : 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^3$$

$$ab = 24$$

Было 24

ак = 24

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$A3. \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\sin t = x \quad \arcsin x = t$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi - 2x}{2} \leq \arcsin(\cos x)$$

$$\pi - 2x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$\pi - 2x \geq -\pi$$

$$x \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi - 2x}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\pi - 2x \leq 3\pi$$

$$\pi - 2x \leq 5\pi$$

$$(-1)$$

$$\pi + 2x > 0$$

$$\pi - 2 > 0$$

$$\text{Ely: } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$$

$$x > -\pi$$

$$\pi - 2x > 0$$

$$\frac{\pi - 2x}{2}$$

$$5(x_2 - k_1) + y_2 - y_1 = 0$$

$$5(x_2 - k_1) + (y_2 - y_1) = 0$$

$$(x_2 - k_1) + \frac{y_2 - y_1}{5} = 0$$

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$k = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\pi - 2x = 2\pi - 2x$$

$$y_1$$

$$\frac{\pi - 2x}{2}$$

$$w$$

$$x_2 - k_1$$

$$y_2 - y_1$$

$$x_2 - x_1$$

$$y_2 - y_1$$
</div



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

OK

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

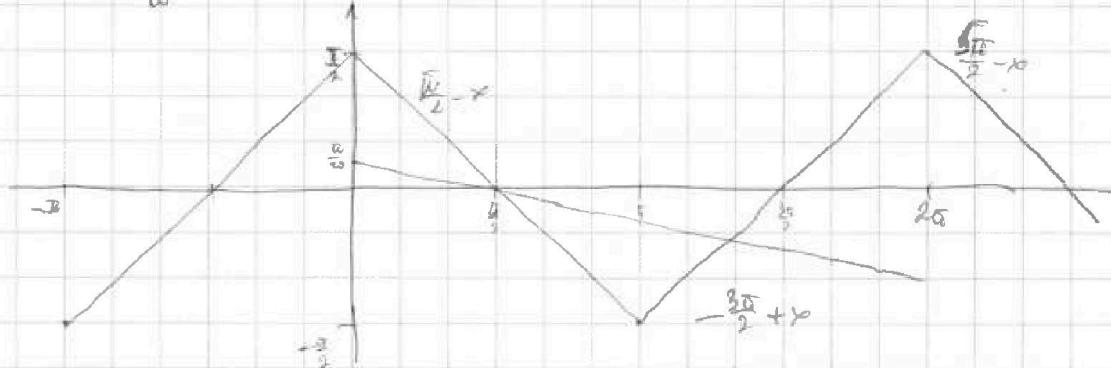


- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y-1}{10}$$



$$\log_5 x + \log_5 x = 1$$

$$\log_5 x + \log_5 x = 1$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 1$$

$$0.9 = 1$$

$$0.9 = 1$$

$$0.9 = 1$$

$$x_1$$

$$y_2 - y_1$$

$$\log_5 x + \log_5 x$$

$$25^{x+2}$$

$$20$$

$$-20$$

$$\frac{36}{27} = 2$$

$$-\frac{6}{3} = 2$$

$$80416$$

$$18$$

$$80$$

$$16^2 \cdot 5^2 + 16^2$$

$$140^2 = 26$$