



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н³

Давайте посмотрим на степень входящих чисел 2, 3, 5 в разложении
на простые числа a, b, c .

a_2, b_2, c_2 — степень входящих двойки в разложении на простые
числа a, b, c соответственно

$\begin{cases} a_3 \\ b_3 \\ c_3 \end{cases}$ } — определяются аналогично
 $\begin{cases} a_5 \\ b_5 \\ c_5 \end{cases}$ } — определяются аналогично

Понятно, что степень входящие двойки в $ab = a_2 + b_2$.
И числ $ab; 2^6 \Rightarrow a_2 + b_2 \geq 6$

Аналогичным образом составим уравнение:

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 6 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \\ a_2 + c_2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 13 \\ b_3 + c_3 \geq 21 \\ a_3 + c_3 \geq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 11 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ a_5 + c_5 \geq 28 \end{cases}$$

Сложим 3 нер-ва:

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 36$$

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 59$$

~~$$2(a_5 + b_5 + c_5) \geq 52$$~~

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 18$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq 30$$

~~$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 26$$~~

(т.к. все числа чётные)

$$a_5 + c_5 \geq 28$$

$$a_5 + c_5 + b_5 \geq 28$$

(т.к. $b_5 \geq 0$)

||

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

||

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

При этом равенство достигается, если:

$$a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{26} \cdot 5^{28}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Омб: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

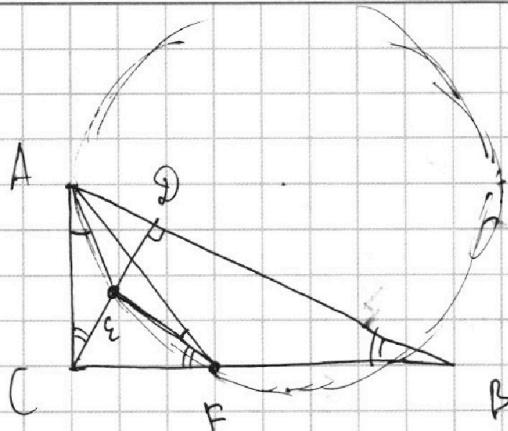
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



n2

I) $\angle AFC = \angle AEC$ (угол между
внс. и хордой)

II) $\angle EFC = \angle ABC$ ($EF \parallel AB$)
 $\angle ABC = \angle ACD$ (Высота в прям. Δ
должна $\angle ACD = 90^\circ$)

$$\angle EFC = \angle ACE$$

III) Рассмотрим $\triangle AFC$. Рассмотрим окружности AFC и CFE . Заметим, что AC - общая касательная к этим двум окружностям ($\angle CFE = \angle ACE$; $\angle AFC = \angle AEC$), а EF - проходит
через центры окружностей.

Тогда EF проходит через середину AC (т.к. только
у середины AC симметрия относительно обеих окружностей
будет однакова)

EF проходит через середину AC и $\parallel AB \Rightarrow EF$ - среднее
линейное $\triangle ABC$.

IV) EF - среднее линейное $\triangle ABC \Rightarrow EF$ - среднее линейное $\triangle CDB$

⇒

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = \frac{1}{4}$$

$$V) \frac{S_{CDB}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{AB - BD} (\text{но улн. } AB \parallel CD) = \frac{BD}{0,4BD} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$S_{CDB} = 2,5 S_{ACD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5} = 1,6$$

$$VI) \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = \frac{S_{CEF}}{2,5 S_{ACD}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

[Omb: 1,6]

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(\textcircled{1}) \arccos(\sin x) = 3\pi - 2x$$

$$0 \leq \frac{3}{10}\pi - \frac{2}{10}x \leq \pi$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9}{10}\pi - \frac{2}{10}x$$

$$-\frac{9}{10}\pi \leq -\frac{2}{10}x \leq \frac{1}{10}\pi$$

$$\cos\left(\frac{3}{10}\pi - \frac{2}{10}x\right) = \sin x$$

$$\frac{9}{10}\pi \geq \frac{2}{10}x \geq -\frac{1}{10}\pi$$

$$\frac{9}{10}\pi - \frac{2}{10}x + x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$9\pi \geq 2x \geq -\pi$$

$$\frac{8}{10}x = \left(\frac{5}{10} - \frac{9}{10}\right)\pi + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{\frac{9}{2}\pi \geq x \geq -\frac{\pi}{2}}$$

$$8x = -4\pi + 2\pi n$$

$$\boxed{x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n}$$

$$\text{Omsb: } -\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

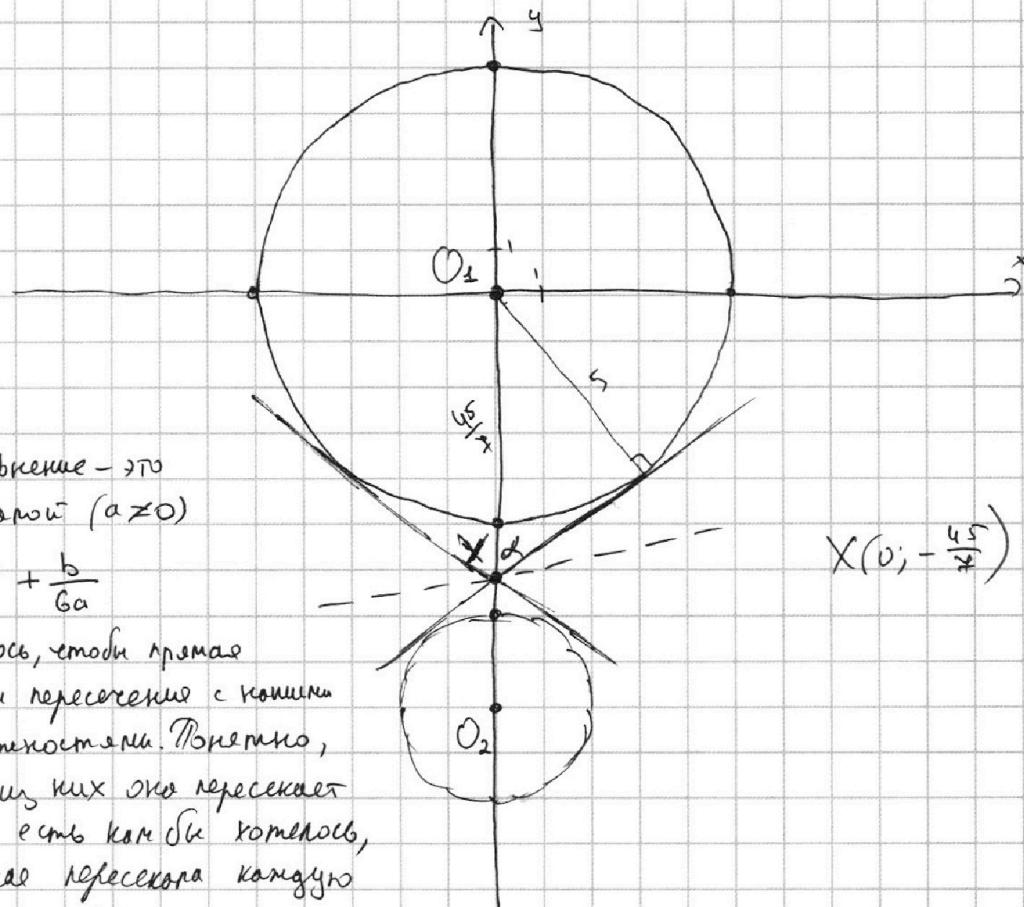
$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 27) = 0 \end{cases}$$

Заметим, что, если $a \neq 0$, то решение $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow a \neq 0$

Теперь попробуем понять как выглядят решения второго уравнения
на координатной плоскости:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ x^2 + y^2 + 18y + 27 = x^2 + (y+9)^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

Это уравнение окружностей. Нарисуем их



А первое уравнение — это
уравнение прямой ($a \neq 0$)

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

Нам бы хотелось, чтобы прямая
имела 4 точки пересечения с коническими
элементами окружности. Понятно,
что каждую из них она пересекает
2 раза, то есть как бы хотели,
чтобы прямая пересекала каждую
окружность по два раза.

Выберем b так, чтобы (а рассматривая случай произвольного $a \neq 0$ и смотря
на график или нет)

$$\frac{b}{6a} = -\frac{45}{4}$$

Тогда наша прямая пройдет через точку X на рисунке

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(н⁴ (аподоление))

Разберем два случая:

I) Каска прямая прошла между двумя касательными (как пунктирная
прямая на рисунке). (или совпала с касательными) (реш. с2)Тогда поймем, что, некая в , и могу только сдвинуть прямую
вверх или вниз , но некий угол наклона . Но тогда , сдвигая вверх ,
и можно не получить точек пересечения с касательностью.

А если можно , сдвинет вниз

()

Такое прямое нам не подойдет.

II) И какое , каска прямая пересекает и верхнюю , и нижнюю
окружность (именно пересекает , а не касается). То есть такие пре-
мые нам подойдут .

PS: где общие внутренние касательные проходит через X , т.к.

$$\frac{O_1X}{O_2X} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{\cancel{45}}{\cancel{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{45}{63-45} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{45}{18} = \frac{5}{2}$$

То есть существует гомометрия в т. X , переводящая окруж-
ность в другую \Rightarrow внутр. касательные проходит через X .

Осталось понять , какие прямые проходит там , где мне надо .

Установимся Тангенс угла наклона касательных равен :

$$\tan \alpha = \frac{5}{4} \quad \tan \alpha (\text{см. рис.}) = \frac{5}{\sqrt{\frac{45^2 - 25}{45}}} = \frac{5}{\sqrt{\frac{(31-45)25}{45}}} = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{32} \cdot \sqrt{5}} =$$

$$\tan(90-\alpha) = \cot \alpha = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{5}} \left(\text{второй кас. соответствует } -\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{5}} \right) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{32}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мне нужно, чтобы угол наклона моей прямой удовлетворял нервью:

$$\textcircled{I} \quad -\frac{5}{6a} > \frac{\sqrt{32}}{4} \quad \left(-\frac{5}{6a} > 0 \right) \quad -\frac{5}{6a} \cancel{> 0} \quad \text{нечв.}$$

$$\textcircled{II} \quad -\frac{5}{6a} < -\frac{\sqrt{32}}{4} \quad \left(-\frac{5}{6a} \cancel{< 0} \right)$$

$$\textcircled{I} \quad -\frac{5}{6a} > 0 \quad 6a < 0 \quad [a < 0]$$

$$-\frac{5}{6a} > \frac{\sqrt{32}}{4}$$

$$\frac{5}{6a} \cancel{<} -\frac{\sqrt{32}}{4}$$

$$\frac{1}{6a} \cancel{<} -\frac{\sqrt{32}}{35}$$

$$\frac{1}{a} \cancel{<} -\frac{6\sqrt{32}}{35} \quad [a < 0]$$

$$1 \cancel{>} -\frac{6\sqrt{32}a}{35}$$

$$35 \cancel{>} -6\sqrt{32}a$$

$$\frac{35}{-6} \cancel{<} \sqrt{32}a$$

$$a \cancel{>} -\frac{35}{6\sqrt{32}}$$

$$\textcircled{II} \quad -\frac{5}{6a} < 0 \quad [a > 0]$$

$$-\frac{5}{6a} < -\frac{\sqrt{32}}{4}$$

$$\frac{5}{6a} > \frac{\sqrt{32}}{4}$$

$$\frac{5}{6} > \frac{\sqrt{32}a}{4} \quad [a > 0]$$

$$\frac{35}{6} > \sqrt{32}a$$

$$\frac{35}{6\sqrt{32}} > a$$

$$\text{Одн.: } \left(-\frac{35}{6\sqrt{32}}; 0 \right) \cup \left(0; \frac{35}{6\sqrt{32}} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

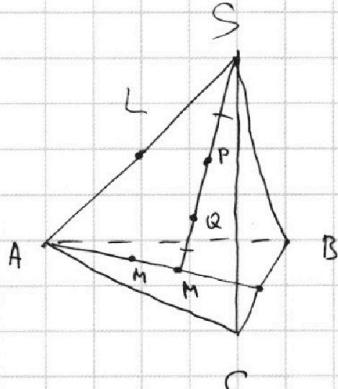
7

МФТИ.

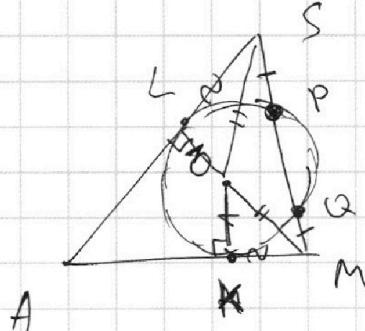


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4



Б) Рассмотрим отдельно плоскость ASM . Покажем, что L пересекает её по окружности, при том что эта окружность лежит в $KLPQ$.



Пусть O - центр этой окружности.

I) Докажем, что O равноудалена от P и $Q \Rightarrow O$ середине к PQ

$$SP = MQ$$

□

O же середине к CM

$$OC = OM$$

II) L и K точка касания L с ~~последним~~ отрезком AM и AS

□

$OL \perp AS; OL = OK \Rightarrow \triangle OKM = \triangle OLS$ (по катету и катету)

$$\text{SL} = MK$$

III) $AL = AK$ отрезки как половинки

□

$$2O = AS = AM$$

Рассмотрим плоскость ABC

$$AM = 2O \Rightarrow MA_1 = \frac{2O}{2} = 10 \text{ (т.к. медиана}$$

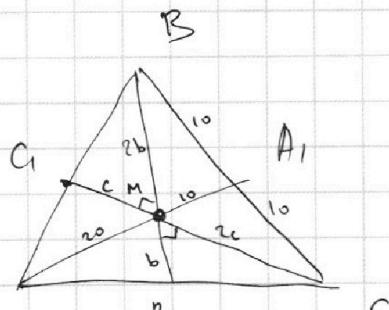
т.пересечение делится 2:1)}

□

$$BA_1 = CA_1 = MA_1 = 10$$

$$\therefore BC = 20$$

$\Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$ (медиана равна половине гипотенузы)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7 (продолжение)

$$S_{ABC} = S_{AB,C_1} + S_{C_1MB_1} + S_{BMC_1} + S_{CMB_1} + S_{BCM}$$

$$\text{поскольку } BB_1 = 3b$$

$$CC_1 = 3c$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{4} S_{ABC} + \frac{bc}{2} + \frac{2bc}{2} + \frac{2bc}{2} + \frac{4bc}{2}$$

(площадь прямоугольного Δ)

$$\frac{3}{4} S_{ABC} = \frac{9bc}{2}$$

$$\frac{3}{2} S_{ABC} = 9bc$$

$$\frac{3}{2} \cdot 180^{\circ} = 9bc$$

$$30 = bc$$

д) Нас интересует значение выражение:

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 3b \cdot 3c = 270bc = 270 \cdot 30 = \\ = 8100$$

[0 руб: 8100]

8)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

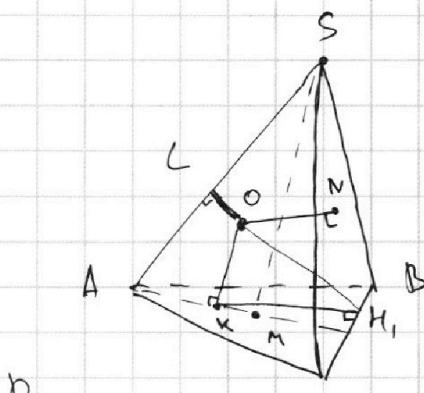
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R = 8$$

$$BC = 20 = AS$$

$$SN = 6$$

№ 5

Сразу заметим, что O (центр \odot) лежит на биссекторной плоскости двугранных угла при ребре BC (т.к. \odot касается (BSC) и (ABC))

$$\text{I) } SO^2 = ON^2 + SN^2 \quad (\text{т.к. } \triangle SON)$$

$$SO^2 = 8^2 + 6^2$$

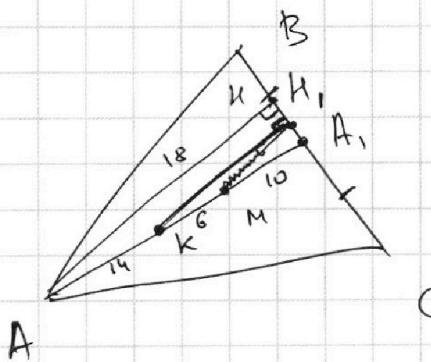
$$SO = 10$$

$$SL^2 = SO^2 - OL^2 \quad (\text{т.к. } \triangle SLO)$$

$$SL^2 = 10^2 - 8^2$$

$$SL = 6$$

Как мы уже доказали в пункте а; $SL = KM$ \cdot и $\triangle AMS$ -равнод.



AH - высота $\triangle ABC$

$$\frac{AH \cdot BC}{2} = S_{ABC}$$

$$\frac{AH \cdot 20}{2} = 180$$

$$AH = 18$$

KH_1 - перпендикуляр из K на BC

$\triangle KKH_1 \sim \triangle AA_1H_1$, ($KH_1 \perp BC$ и $AH \perp BC$)

по теореме

$$\frac{KH_1}{AH} = \frac{KA_1}{AA_1} \quad (\text{по пункту а) } AA_1 = 30 \\ A_1M = 10 \\ AM = 20$$

$$KH_1 = 18 \cdot \frac{16}{30} = \frac{48}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нагл (задолжен)

K - перпендикулер из O на ABC

KK₁ - перпендикулер из K на BC

//

OK₁ - перпендикулер из O на BC (по ТТП)

$$OK_1^2 = OK^2 + KK_1^2 \quad (\text{г. Пифагора } \triangle OKK_1)$$

$$OK_1^2 = 64 + \frac{48^2}{25} = \frac{64 \cdot 25 + 2^8 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{2^6 \cdot 5^2 + 2^8 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{2^6(25 + 36)}{5^2} = \frac{2^6 \cdot 61}{5^2}$$

$$OK_1 = \frac{8}{5} \sqrt{61} \text{ м.}$$

$$\sin \angle OK_1 K = \frac{OK}{OK_1} = \frac{8}{\frac{8}{5} \sqrt{61}} = \frac{5}{\sqrt{61}}$$

$$\angle OK_1 K = \arcsin \left(\frac{5}{\sqrt{61}} \right)$$

Двугранный угол, который мы получаем в два раза больше,
т.к. O лежит на биссекторной плоскости ABC и SBC

$$\text{Omb: } 2 \arcsin \left(\frac{5}{\sqrt{61}} \right)$$

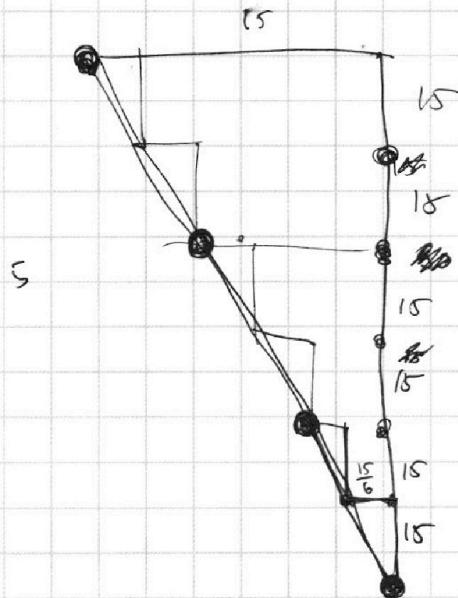
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

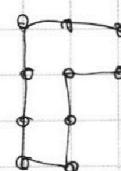
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



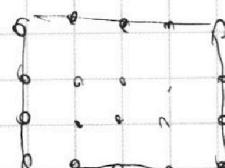
$$0 \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix}$$



$$1 + \frac{8}{2} - 2$$

$$3 + \frac{5}{2} - 2$$

$$0 + \frac{10}{2} - 1$$



$$6 + \frac{14}{2} - 2 = 12$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 14 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$\frac{3^0}{2} + 18 + 2 + 2 + \beta - 1 = 12$$

$$20 + \beta - 1 = 1530$$

$$\beta - 1 = 1510$$

$$\beta = 1511$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1
<input type="checkbox"/> | 2
<input type="checkbox"/> | 3
<input type="checkbox"/> | 4
<input type="checkbox"/> | 5
<input type="checkbox"/> | 6
<input type="checkbox"/> | 7
<input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6x_2 + y_2$$

$$(5 - 5)$$

$$(6 \times 9)$$

$$54 = 6 \cdot 9$$

$$6 - 5$$

$$\frac{t}{t} - 6 = t - \frac{2}{2} - 5$$

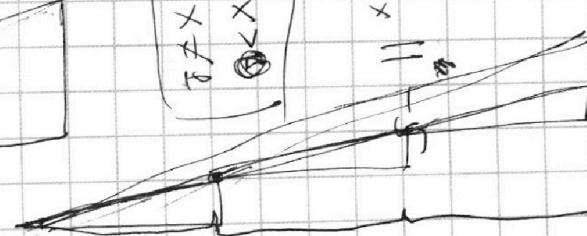
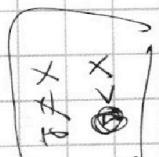
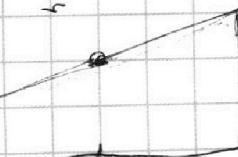
$$X = 11$$

$$\frac{\log x}{\log 11} = \frac{1}{3}$$

$$\log x - \log 11 = \log \frac{x}{11}$$

$$0 = 1 - 4 - 5 - 5 + 9$$

$$0 = 2 - 4 - 5 - 5 + 10$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 b, чт

$$\begin{cases} 5x + Gay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 44) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2 \cdot 9y + 9^2 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 \end{aligned}$$

~~25~~
~~45~~

$$\frac{4x}{35} - \frac{4y}{2}$$

нас.

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$\sqrt{\frac{45^2}{49}} - 25 =$$

$$= \sqrt{\frac{81 \cdot 25 - 25 \cdot 45}{49}} = \sqrt{\frac{25(81 - 45)}{49}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 36}{49}} = \frac{5}{7} \sqrt{36}$$

~~25~~

$$\frac{a}{9-a} = \frac{5}{2}$$

$$2a = 45 - 5a$$

$$7a = 45$$

$$Gay = b - 5x$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + b$$

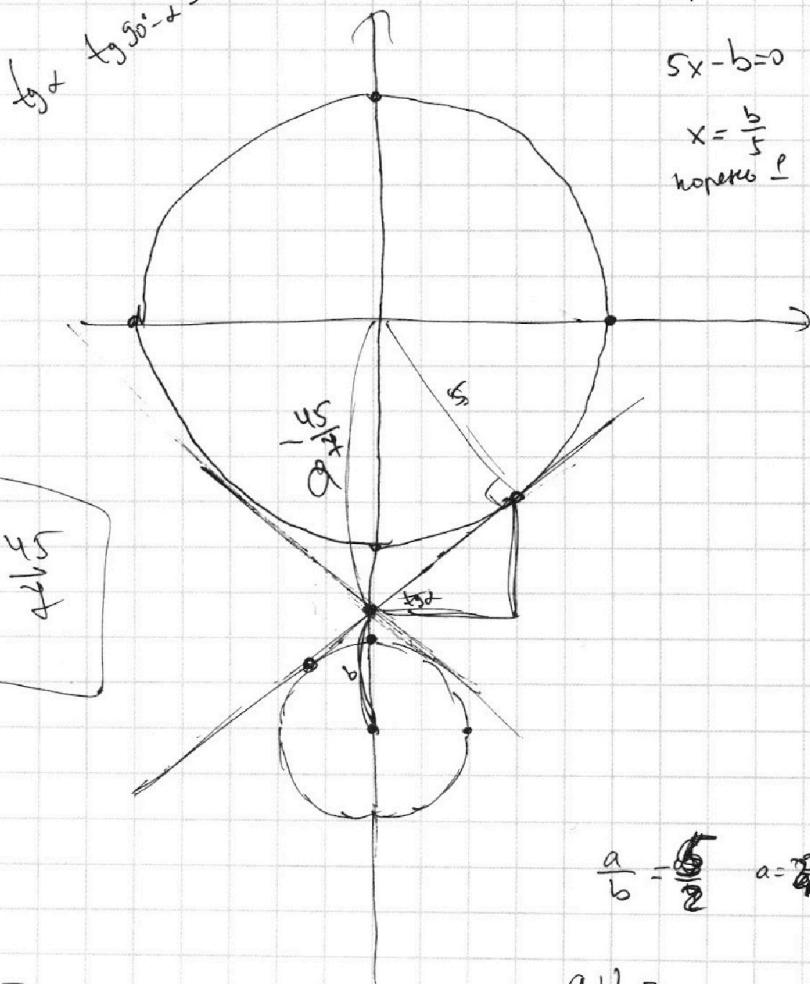
$$\boxed{a=0}$$

Чрех.

$$5x - b = 0$$

$$x = \frac{b}{5}$$

нормально



$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7} \quad a = \frac{5}{7}b$$

$$a+b=$$

$$\cancel{\frac{5}{7}b} + b = \frac{12}{7}b =$$

$$3,5b = 9$$

$$b = \frac{48}{49} \quad ? \quad \frac{2}{7}$$

$$a = \frac{5}{7} \cdot \frac{48}{49} = \frac{95}{49}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{n} = \frac{5}{n+1}$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$q = \sqrt{55} + \frac{n}{n - \sqrt{55}}$$

34
21

$$\frac{Q}{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma - K}$$

$$ab = \left(\frac{\sqrt{a} - k}{k} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{2}} x^2 k \right)$$

A diagram of triangle ABC. The vertex A is at the top. A line segment AD is drawn from A to the base BC, representing an angle bisector. Another line segment AE is drawn from A to the side BC, representing another angle bisector. The angle bisector AD divides angle BAC into two equal angles, and the angle bisector AE divides angle BAC into two equal angles.

$$k \left(\frac{10\sqrt{m}}{\epsilon^2} \right)$$

$$\frac{4b}{2} + \frac{2bc}{2} + \frac{2bc}{2} + \frac{bc}{2} + \frac{180}{4} = 180$$

$$\frac{gbc}{2} = \frac{3}{4} \cdot 180$$

$$bc = \frac{3 \cdot 120^2}{2} \quad bc = \frac{60}{2}$$

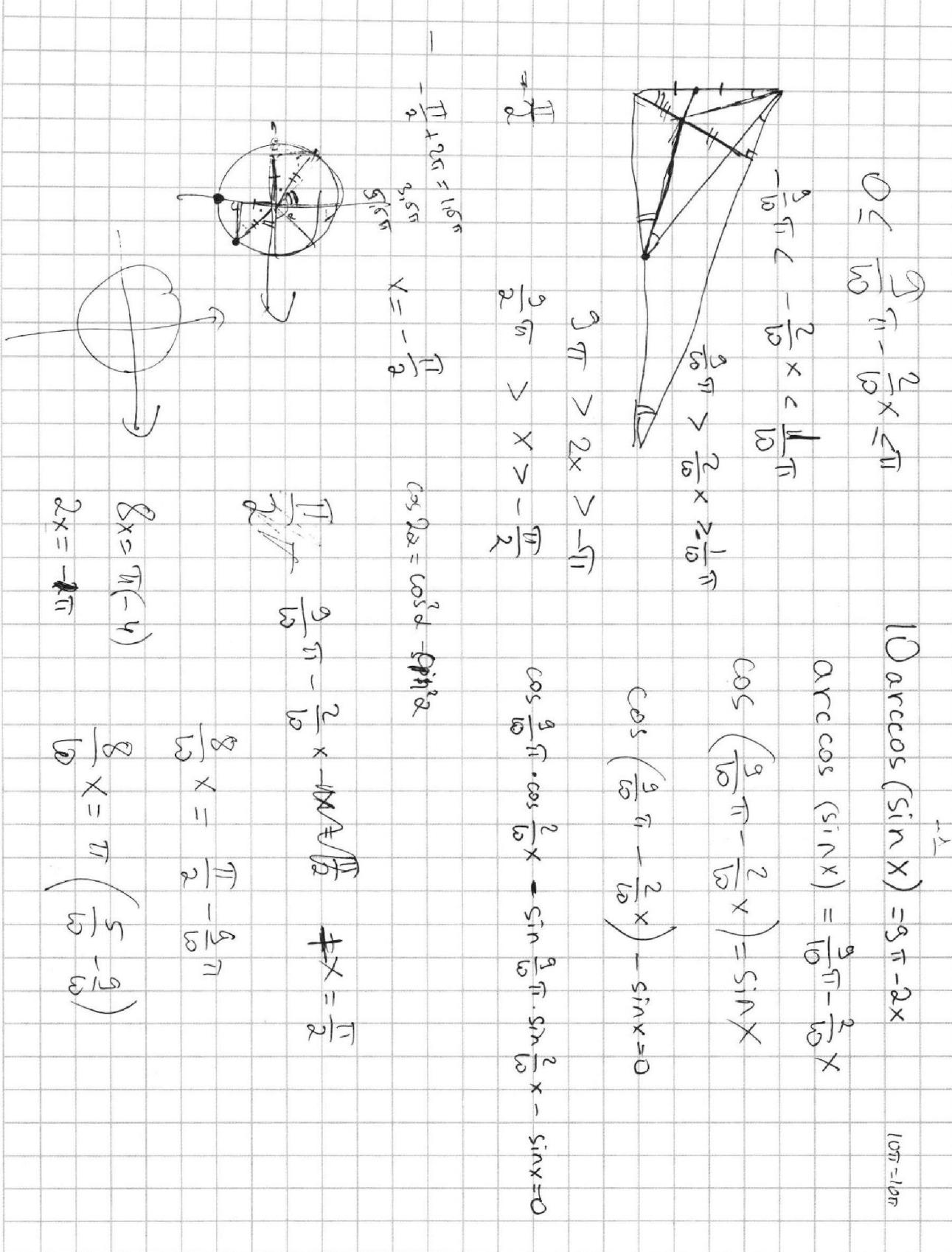


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



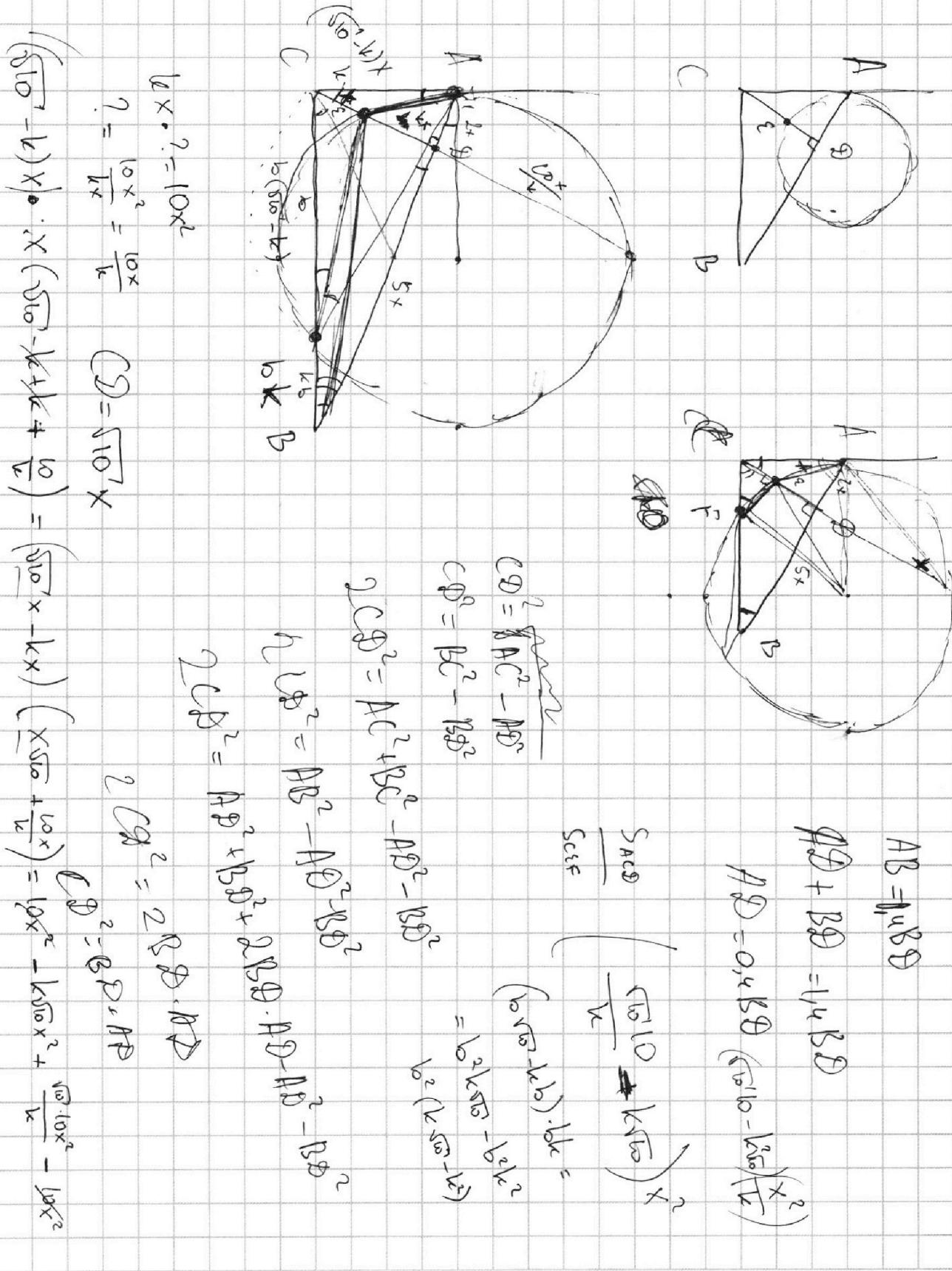


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 b_1 c_1 - \text{наст.}$$

$$ab: 2^6 \cdot 3^{15} \cdot 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{18}$$

$$\frac{13+21+25}{34} \sqrt{59}$$

$$\begin{cases} a_2 \\ a_3 \\ a_5 \end{cases} \quad \begin{cases} b_2 \\ b_3 \\ b_5 \end{cases} \quad \begin{cases} c_2 \\ c_3 \\ c_5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 6 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \\ a_2 + c_2 \geq 16 \end{cases} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix}$$

$$2a_2 + 2b_2 + 2c_2 \geq 36$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 18$$

$$a_5 \neq b_5$$

$$\begin{cases} c_3 - a_1 \cancel{+} 8 \\ c_2 = a_5 + 8 \end{cases}$$

$$a_2 + a_2 + 8 = 16$$

$$2a_2 = 8$$

$$c_2 = a_2 + 8$$

$$\begin{cases} a_2 + a_2 = 8 \\ a_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} c_2 = 12 \\ b_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11 + 13 + 28 = 52 \\ 24 \end{cases}$$

$$a_5 - a_5 = 0$$

$$2a_5 + 8 = 28$$

$$2a_5 = 20$$

$$2a_3 + 8 = 25$$

$$2a_3 = 17$$

$$\begin{cases} a_3 = 9 \\ c_3 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 = c_5 = 14 \\ b_5 = 0 \end{cases}$$

30