



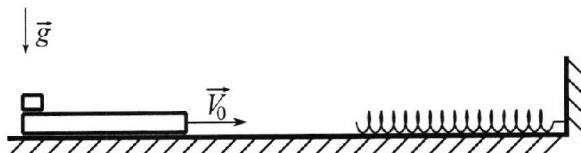
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Длинная доска массой  $M = 2$  кг, на одном конце которой лежит небольшой брускок массой  $m = 1$  кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью  $V_0 = 1$  м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости  $k = 36$  Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске  $\mu = 0,3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Число «пи» в расчётах можете считать равным  $\pi \approx 3$ . Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

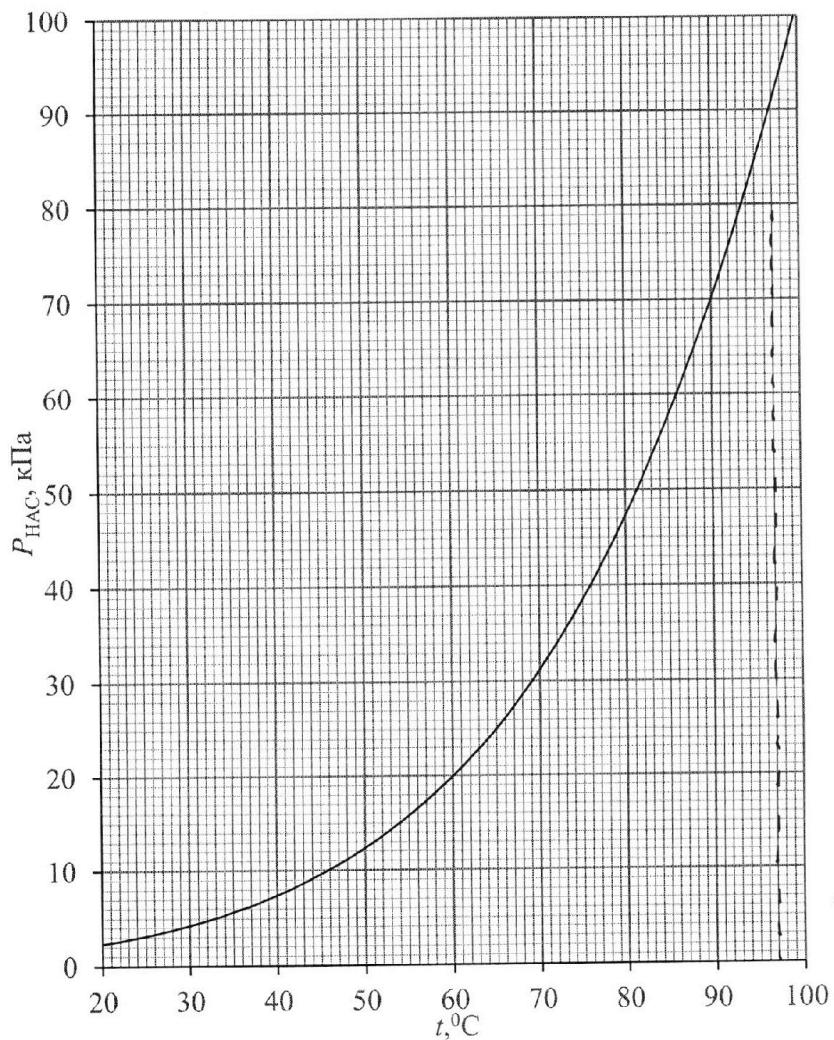


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении  $p_0 = 105$  кПа, температуре  $t_0 = 97$  °C и относительной влажности  $\phi_0 = 1/3$  (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры  $t = 33$  °C. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара  $P_1$  при 97 °C.
- 2) Найти температуру  $t^*$ , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра  $V/V_0$  в конце и в начале остывания.

Объём жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





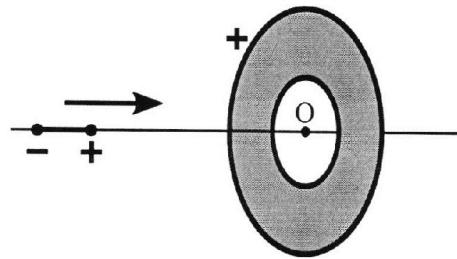
**Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2025**



**Вариант 11-03**

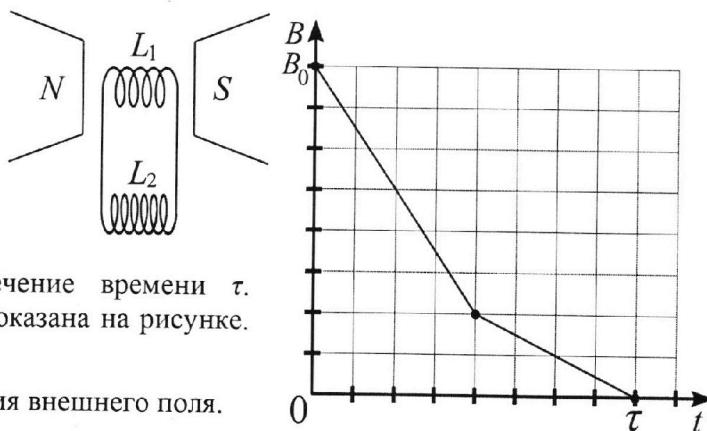
*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*

**3.** В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке  $O$ . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна  $V_0$ . Диполю сообщают начальную скорость  $\frac{3}{2}V_0$ .



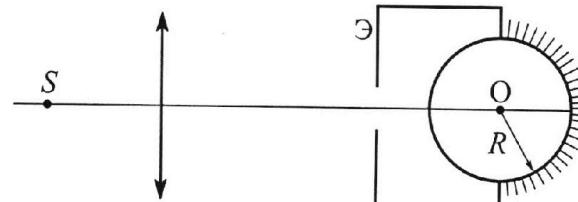
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

**4.** Катушка индуктивностью  $L_1 = L$  с числом витков  $n$  и площадью каждого витка  $S_1$  находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью  $L_2 = 3L$  находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени  $\tau$ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток  $I_0$  через катушку  $L_1$  в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку  $L_1$  за время выключения внешнего поля.

**5.** На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  расположены центр  $O$  прозрачного шара и точечный источник  $S$ , удалённый от линзы на расстояние  $a = 1,1F$  (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран  $\mathcal{E}$  с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно  $b = 10,5F$ , то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус  $R$  шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на  $\Delta = 5,5F$ , изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

О тражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран  $\mathcal{E}$  обеспечивает малость углов  $\alpha$  лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



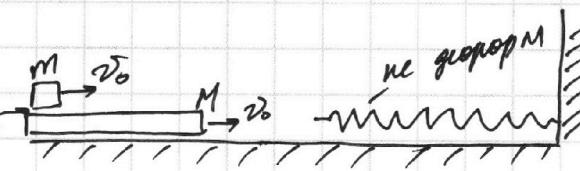
- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

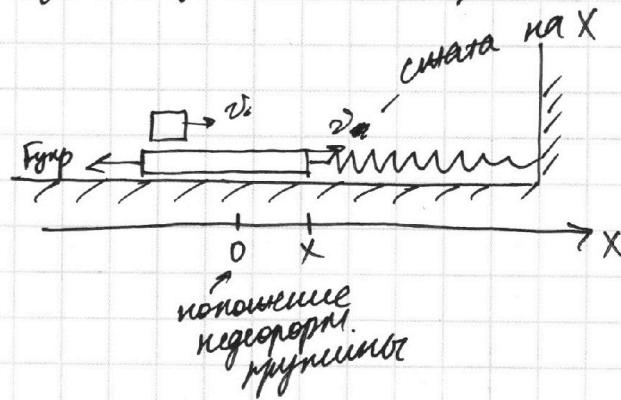
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} M &= 2 \text{ кг} \\ m &= 1 \text{ кг} \\ D_0 &= 1 \text{ м/с} \\ K &= 30 \text{ Н/м} \\ \mu &= 0,3 \\ \pi &\approx 3 \end{aligned}$$

- 1)  $x_0 - ?$
- 2)  $t_0 - ?$
- 3)  $a(x_{\max}) = ?$

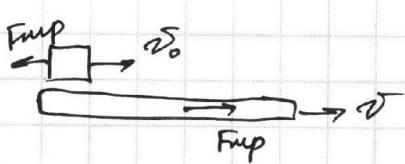


спасала бруск и доска движутся как единое целое со скоростью  $v_0$



Пока соприкасаются с пружиной предметдет движаться со скоростью  $v_0$ , ~~движется. когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~ ~~когда~~

относ. движ. бруска и доска начнется, когда сила трения между ними станет силой гр. столкновения



$$M \ddot{x} = -Kx + F_{\text{уп}}$$

Пока не начнется проскальзыв.

$$F_{\text{уп}} \leq \mu N = \mu mg$$

$$(M+m)x = -KX$$

$$m\ddot{x} = -F_{\text{уп}}$$

$$F_{\text{уп}} \leq \mu mg$$

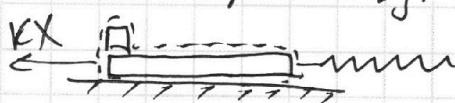
$$M \ddot{x} = -KX + F_{\text{уп}} \Rightarrow F_{\text{уп}} = M \ddot{x} + KX$$

в момент начала проскальзыв.  $F_{\text{уп}} = \mu mg$

$$M \ddot{x} = -\mu mg$$

$$\ddot{x} = -\frac{\mu mg}{M}$$

$$\mu mg = M \cdot (-\mu mg) + KX_0 \Rightarrow KX_0 = mg(m+M) \Rightarrow X_0 = \frac{\mu mg(m+M)}{K}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_0 = \frac{\mu mg(m+M)}{K} = \frac{0.3 \cdot 10 \cdot 3}{36} = 25 \text{ см}$$

80 начала проскальз. отсло спадет либо сорвал.

$$\ddot{x} + \frac{K}{m+m} x = 0$$

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\dot{x}(t) = Aw \cos(\omega t) - Bw \sin(\omega t)$$

$$x(0) = Aw = v_0$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$x_0 = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_0)$$

$$\sin(\omega t_0) = \frac{x_0 \omega}{v_0} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \omega(wt_0) = \frac{1}{2}$$

$$wt_0 = \frac{\pi}{3}$$

$$t_0 = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ с}$$

начала проскальз.

$$M\ddot{x} = -Kx + \mu mg \rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{M} x = \frac{\mu mg}{M}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{\mu mg}{K} = x_0 \cdot \frac{K}{M} \rightarrow x_1 = \frac{\mu mg}{K} - \text{послед. равновесие}$$

$$x(t) = x_1 + A' \sin(\omega't) + B' \cos(\omega't)$$

$$x(0) = x_0 = \frac{\mu mg}{K} + A' \Rightarrow B' = \frac{1}{4} - \frac{0.3 \cdot 1 \cdot 10}{36} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$\dot{x}(t) = A' \omega' \cos(\omega't) - B' \omega' \sin(\omega't) \quad B' = \frac{1}{6} \text{ м}$$

$$\dot{x}(0) = \frac{1}{2} \sqrt{2} = A' \omega' \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \text{ м}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{36}{2}} = 3\sqrt{2} \text{ с}^{-1}$$

$$x(t) = x_1 + \sqrt{A'^2 + B'^2} \cos(\varphi_0 - \omega t), \text{ где } \cos \varphi_0 = \frac{B'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{\max} = x_0 + \sqrt{A'^2 + B'^2} = \frac{\sin \varphi}{K} + \sqrt{\frac{1}{72} + \frac{25}{864}} = \\ = \frac{1}{12} + \sqrt{\frac{3}{72}} = \frac{1}{12} + \sqrt{\frac{1}{24}} = \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{2\sqrt{6}} \right) \text{ м}$$

В момент  $x = x_{\max}$   $\cos(\varphi_0 - \omega t) \approx 1$

$$\varphi_0 - \omega t = 0$$

$$\omega \varphi_0 = \frac{B'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2\sqrt{6}}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$t = \frac{\varphi_0}{\omega} = \frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{3\sqrt{2}}$$

~~$$\ddot{x}(t) = \sqrt{A'^2 + B'^2} \omega^2 \cos(\varphi_0 - \omega t)$$~~

$$\text{1) } \ddot{x}(t) = \sqrt{A'^2 + B'^2} \omega^2 = \frac{1}{2\sqrt{6}} \cdot 9 \cdot 8 = \frac{9\sqrt{6}}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{6} \text{ м/с}^2$$

Ответ: 1) 25 см

2)  $\frac{3}{2}\sqrt{6}$  с

3)  $\frac{3}{2}\sqrt{6}$  м/с<sup>2</sup>



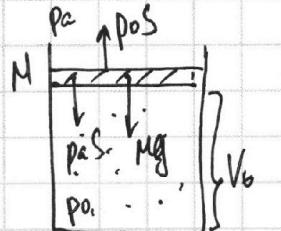
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} p_0 &= 105 \text{ кПа} \\ t_0 &= 97^\circ\text{C} \\ q_0 &= \frac{1}{3} \\ t &= 33^\circ\text{C} \\ 1) p_n(t_0) &= p_1 - ? \end{aligned}$$



$$p_0 = p_{VB_0} + p_1 \rightarrow p_{VB_0} = p_0 - p_1$$

$$p_1 = \varphi \cdot p_{RH}(t_0)$$

Но градусы определены  $p_{RH}(t_0) = 91 \text{ кПа}$   
 $(p_1 = \frac{1}{3} \cdot 90 = \frac{30}{3} \text{ кПа})$  зокра

$$2) t^* - ?$$

$$3) \frac{V}{V_0} - ?$$

$p_{VB} = Mg + p_0 S$   
 Активные процессы происходят медленно  $\Rightarrow$  наступает в равновесии в любой момент  $\infty$   
 $\Rightarrow$  давление влажного воздуха постоянное  
 равно  $p_0$

$$p_{VB}(t) = p_{VB}(t) + p_n(t), p_n(t) = \varphi \cdot p_{RH}(t)$$

Когда начастая конденсация  $p_n = p_{RH}$   
 $p_0 = p_{VB}(t^*) + p_n(t^*)$ ,  $V_{VB} = \text{const}$  в начале конденсации  $t^*$  то же.

$$\frac{p_{VB} V_0}{p_{VB}(t^*) V^*} = \frac{V_{VB} R T_0}{V^* R T^*}$$

$$\frac{p_1 V_0}{p_n(t^*) V^*} = \frac{V_{VB} R T_0}{V^* R T^*}$$

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_n(t^*)} = \frac{V_0}{V^*} = \frac{T_0}{T^*} \quad (t^*)$$

$$\frac{p_1 V_0}{p_n(t^*) V^*} = \frac{T_0}{T^*}$$

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_n(t^*)} \cdot \frac{T_0}{T^*} = \frac{p_1 V_0}{p_n(t^*) V^*}$$

$$(p_0 - p_1) p_n(t^*) = (p_0 - p_n(t^*)) p_1$$

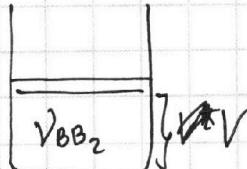
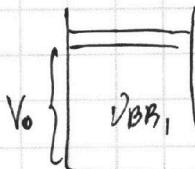
$$(p_0 - p_1) p_n(t^*) \leftarrow (p_0 - p_1) p_n(t^*) = p_0 \cdot p_1 - p_n(t^*) \cdot p_1$$

$$p_n(t^*) (p_0 - p_1 + p_1) = p_0 \cdot p_1$$

$p_n(t^*) = p_1 \Rightarrow$  конденсация начата

при  $t^*$

давление нал. паров равно  $p_1$   
 $\Rightarrow T^* = ? \Rightarrow$  конденсация начата при  $t^* = 97^\circ\text{C}$



$$\frac{p_0 V_0}{p_0 V} = \frac{V_{BB1}}{V_{BB2}} \cdot \frac{R T_0}{R T} \rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{V_{BB1}}{V_{BB2}} \cdot \frac{T_0}{T}$$

$$\frac{p_0 V}{V} = \frac{V_{BB2}}{V_{BB1}} \cdot \frac{R T}{R T_0}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$V_{BB_1} = V_{CB} + V_{T_1}$$

$$V_{BB_2} = V_{CB} + V_{T_2}$$

$$p_1 V_0 = V_{T_1} RT_0 \rightarrow V_{T_1} = \frac{p_1 V_0}{RT_0}$$

$$p_n(t)V = V_{T_2} RT \rightarrow V_{T_2} = \frac{p_n(t)V}{RT}$$

По заданному опр.:  $p_n(t) = 5 \text{ кПа}$

$$p_{\text{разр}} V_0 = V_{CB} RT_0 \Rightarrow (p_0 - p_1) V_0 = V_{CB} RT_0$$

$$V_{CB} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{RT_0}$$

$$V_{BB_1} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{RT_0} + \frac{p_1 V_0}{RT_0} = \frac{p_0 V_0}{RT_0}$$

$$V_{BB_2} = \frac{(p_0 - p_1) V_0}{RT_0} + \frac{p_n(t)V}{RT}$$

$$\frac{V_{BB_2}}{V_{BB_1}} = \frac{\frac{(p_0 - p_1) V_0}{RT_0}}{\frac{p_0 V_0}{RT_0}} + \frac{\frac{p_n(t)V}{RT}}{\frac{p_0 V_0}{RT_0}} = \frac{p_0 - p_1}{p_0} + \frac{p_n(t)V}{p_0 V_0} \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{T} = \frac{V_{BB_1}}{V_{BB_2}} \cdot \frac{T_0}{T} \approx$$

$$\frac{V}{T_0} = \frac{V_{BB_1}}{V_{BB_2}} \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{T_0} = \left(1 - \frac{p_1}{p_0} + \frac{p_n(t)V}{p_0 V_0} \cdot \frac{T_0}{T}\right) \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{T_0} = \left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right) \frac{T}{T_0} + \frac{p_n(t)}{p_0} \cdot \frac{V}{T_0}$$

$$\frac{V}{T_0} \left(1 - \frac{p_n(t)}{p_0}\right) = \left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right) \frac{T}{T_0}$$

$$\boxed{\frac{V}{T_0} = \frac{\left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right) \frac{T}{T_0}}{\left(1 - \frac{p_n(t)}{p_0}\right)}}$$

$$T = 33 + 273 = 306 \text{ K}$$

$$T_0 = 97 + 273 = 370 \text{ K}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{V}{10} = \left(1 - \frac{91}{3} \cdot \frac{1}{105}\right) \cdot \frac{306}{370} = \frac{\frac{306}{370}}{1 - \frac{91}{3} \cdot \frac{1}{105}} = \frac{\frac{306}{370} \cdot \frac{105}{105}}{1 - \frac{91}{3} \cdot \frac{1}{105}} = \frac{306 \cdot 105}{370 \cdot 105} = \frac{306}{370}$$

$$= \frac{306}{370} - \frac{91 \cdot 17}{35 \cdot 185} = \frac{306}{370} - \frac{153}{185} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{V}{10} = \left(1 - \frac{91}{105}\right) \cdot \frac{306}{370} = \frac{306}{370} - \frac{91 \cdot 306}{105 \cdot 370} = \frac{306}{370} - \frac{153}{21} = \frac{20}{21}$$

$$= \frac{306}{370} \cdot \frac{21}{21} - \frac{153}{21} = \frac{306}{370} - \frac{153}{21} = \frac{306}{370} - \frac{153}{21}$$

$$\frac{V}{10} = \frac{(1 - \frac{91}{105}) \cdot \frac{306}{370}}{1 - \frac{5}{105}} = \frac{\frac{306}{370} \cdot \frac{20}{21}}{1 - \frac{5}{105}} = \frac{\frac{306}{370} \cdot \frac{20}{21}}{\frac{100}{105}} = \frac{\frac{306}{370} \cdot \frac{20}{21}}{\frac{20}{21}} = \frac{306}{370} = \frac{3 \cdot 153}{2 \cdot 370}$$

$$\boxed{\frac{V}{10} = \frac{306}{370} = \frac{153}{185}}$$

Ответ: 1) 306 г

2) 97 °C

3)  $\frac{459}{740}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Чиска} = \pi \sigma k \sqrt{\frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + x^2}}}$$

$$r_2^2 x^2 = y \rightarrow dy = 2r_2 x dx$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{r_2^2 + y^2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dy}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \int y^{-\frac{1}{2}} dy = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (\sqrt{y_2} - \sqrt{y_1})$$

$$\text{Чиска} = \pi \sigma k \left( \sqrt{y_2} - \sqrt{y_1} \right)$$

$$\pi \sigma k^2 = q_1 \left( \varphi \left( -\frac{x}{r_2} \right) - \varphi \left( \frac{x}{r_2} \right) \right)$$

$$\text{Чиска} = \pi \sigma k \left( \sqrt{r_2^2 + x^2} - \sqrt{r_2^2 - \frac{x^2}{r_2^2}} \right)$$

$$\varphi \left( -\frac{x}{r_2} \right) = \varphi \left( \frac{x}{r_2} \right)$$



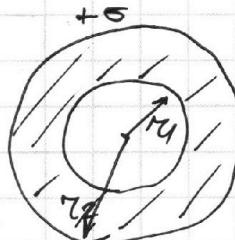
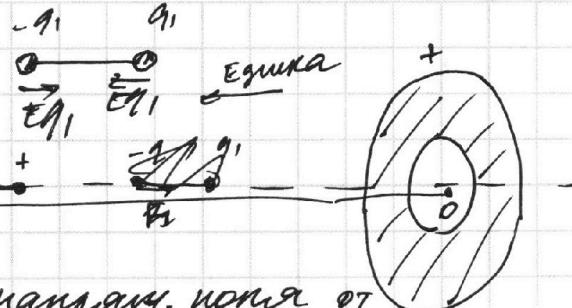
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

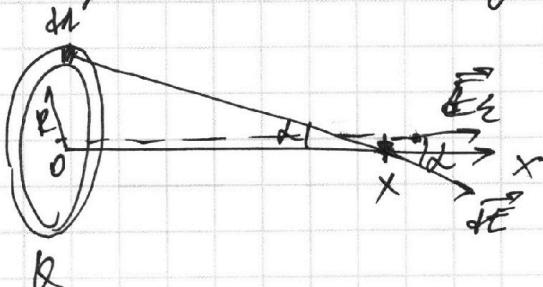
$$\begin{aligned} V_0 \\ V_1 = \frac{3}{2} V_0 \\ \hline V_2 - ? \\ \frac{V_{\max}}{V_{\min}} - ? \end{aligned}$$



Определить напрям. поляя от диска. Их симметрия одна направлена вдоль X

лучь радиус отверстия  $-r_1$ , а диска  $r_2$  всегда разобщен диск на конуса.

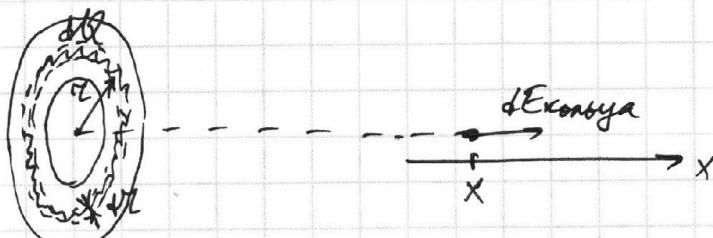
Напр. поляя от конуса



$$E_z = E_{zx} = \epsilon_0 dE \cos \alpha$$

$$dE = \frac{k dq}{R^2 + x^2}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$E_z = \epsilon_0 \frac{k dq x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{k q x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$$dE_{\text{конуса}} = \frac{k dq x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad dq = \sigma \cdot ds = 2\pi R \sigma x \cdot dx \quad \sigma = 2\pi (R + x)^2 - 2\pi R^2 = 2\pi x \sigma$$

$$dE_{\text{конуса}} = \frac{K \pi \sigma x^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_{\text{конуса}} = \epsilon_0 dE_{\text{конуса}} = \frac{2\pi K \sigma x}{1} \int_{r_1}^{r_2} \frac{x dx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$y^2 + x^2 = y \\ dy = d(y^2 + x^2) = 2y dx \rightarrow y dx = \frac{dy}{2}$$

$$\int \frac{x dx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \int \frac{\frac{dy}{2}}{y^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2} \int y^{-\frac{1}{2}} dy = \frac{1}{2} \left( \frac{y^{-\frac{1}{2}}}{1-\frac{1}{2}} + C \right) =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.











СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot \sqrt{\frac{1}{y_2}} + C$$

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{r dr}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{1}{2} \int_{y_1}^{y_2} y^{-\frac{1}{2}} dy = \frac{1}{2} \cdot (-2) \left( \frac{1}{\sqrt{y_2}} - \frac{1}{\sqrt{y_1}} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{y_1}} - \frac{1}{\sqrt{y_2}}$$

$$y_1 = r_1^2 + x^2$$

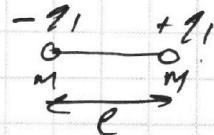
$$y_2 = r_2^2 + x^2$$

$E_{pot} = \text{затраты} \left( \frac{1}{\sqrt{y_1}} - \frac{1}{\sqrt{y_2}} \right)$   
найдем потенциал от диска.  
Потенциал от конуса

$$U = \frac{1}{2} + U = \frac{KQ}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{KQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

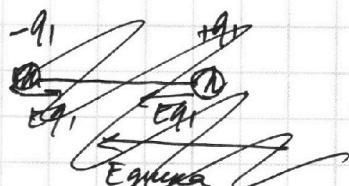
$$\rightarrow U = \text{затраты конуса} = \frac{KQ}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{K \cdot 2\pi \sigma r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} =$$

$$= 2\pi k \sigma \int \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$



Если соединить диски вдоль стороны  $\Sigma$ :  
то:

$$q(-\infty) 0 + \frac{2\pi \sigma R^2}{2} = \frac{2\pi \sigma \text{затрат}^2}{2} + q_1 U(-\frac{L}{2}) - q_1 U(\frac{L}{2})$$



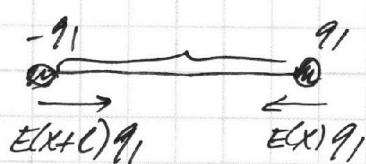
поэтому потенциал у.м.:

$$Равн. = 0 = 2m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_C - \vec{v}_{Co} = \vec{v}_B = \text{const}$$

$\Rightarrow$  скорость движется с постоянной скоростью

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} a t^2$$





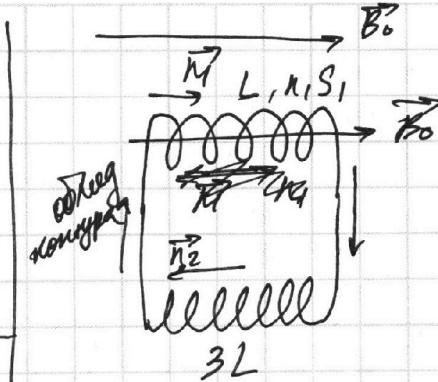
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} L &= L \\ h & \\ S_1 & \\ B_0 & \\ L_2 = 3L & \\ I(0) = 0 & \\ T & \\ I_0 - ? & \\ \eta_1 - ? & \end{aligned}$$



Чтобы определить направление тока  
через катушку, нужно  
это изображение.

$$E_1 + E_2 = 0$$

$$E_1 = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad E_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{\text{одн}} + \Phi_{\text{внеш}}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{\text{одн}} + \Phi_{\text{внеш}}$$

А направление обхода контура  
задает направл. нормали  
к нему

Опред. напр. нормали по правилу буравчика

$$\Phi_{\text{одн}} = LI$$

$$\Phi_{\text{одн}} = BLI$$

$$\Phi_{\text{внеш}} = +B(t)S_1h$$

$$\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 = 0$$

$$LI + BLI + S_1h \dot{B} = 0$$

$$\int_0^t \frac{dI}{dt} dt = S_1h \frac{dB}{dt}$$

$$4L \frac{dI}{dt} = -S_1h \frac{dB}{dt}$$

$$dI_1 = Idt$$

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = I \cdot R = \frac{dI}{dt} R$$

$$|d\Phi| = dI \cdot R$$

Внешнее  
поле меряется наружу  
из катушки

$\Rightarrow$  в ней возникает ЭДС индукции,  
которая стремится  
"поддержать" внешнее  
поле  $\Rightarrow \vec{B}_i \uparrow \uparrow B_0 \Rightarrow \Phi_{\text{одн}} > 0$   
 $\Rightarrow$  направление инд. тока

должно идти по обходу

А  $\vec{B}_0$  в катушке, наоборот  
возникает ЭДС индукции,  
противоположной внешней

Инд. ток  $\Rightarrow \vec{B}_{i2} \uparrow \downarrow \vec{B}_0 \Rightarrow \Phi_{\text{одн}} < 0$

$$\int_0^t 4L \frac{dI}{dt} dt = - \int S_1h \frac{dB}{dt}$$

$$4L I_1 = B_0 S_1 h \rightarrow I_1 = \frac{B_0 S_1 h}{4L}$$

$$I = -\frac{S_1 h}{4L} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$4L \int_0^t I dt = -S_1 h \int_{B_0}^{B(t)} dB$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

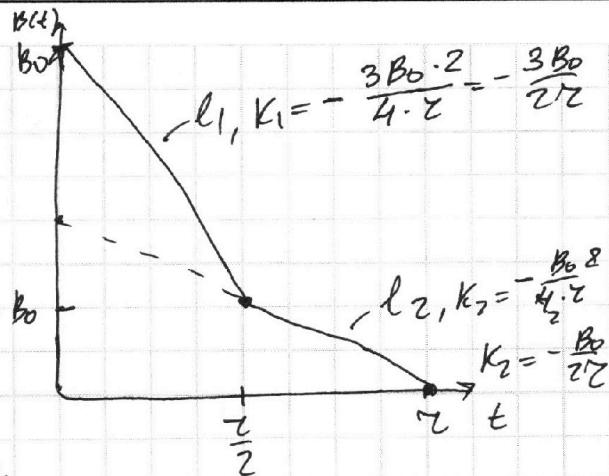
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I(t) = -\frac{S_1 h}{4L} (B(t) - B_0)$$

Указ

$$B(t) = \begin{cases} B_0 & t < 0 \\ B_0 + \frac{3B_0}{2}t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ B_0 & t > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$l_1: B_0 = B(t) = -\frac{3B_0}{2\pi} \cdot t + B_0$$

$$l_2: B(t) = -\frac{B_0}{2\pi} \cdot t + \frac{B_0}{2}$$

$$\int -\frac{3B_0}{2\pi} \cdot t + B_0, t \leq \frac{\pi}{2}$$

$$B(t) = \begin{cases} -\frac{3B_0}{2\pi} \cdot t + \frac{B_0}{2}, & t \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{B_0}{2}, & t > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$q_1 = \int I dt = -\frac{S_1 h}{4L} \int (B(t) - B_0) dt = -\frac{S_1 h}{4L} \left[ \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (B(t) - B_0) dt - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} B_0 dt \right]$$

$$C = \int_{0}^{\infty} B(t) dt = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left( -\frac{3B_0}{2\pi} t + B_0 \right) dt + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \left( -\frac{B_0}{2\pi} t + \frac{B_0}{2} \right) dt =$$

$$= -\frac{3B_0}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 2} + B_0 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{B_0}{2\pi} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 2} + \frac{B_0}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = B_0 \pi \left( -\frac{3}{16} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} + \frac{1}{2} \right) = \frac{B_0 \pi}{2}$$

$$q_1 = -\frac{S_1 h}{4L} \left[ \frac{B_0 \pi}{2} - B_0 \pi \right] = \frac{S_1 h}{4L} \cdot \frac{B_0 \pi}{2}$$

$$q_1 = \frac{B_0 \pi h S_1}{8L}$$

Ответ: 1)  $\frac{B_0 S_1 h}{4L}$   
2)  $\frac{B_0 \pi h S_1}{8L}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 f_2 &= \frac{R}{n-1} \cdot \left( \frac{2R}{n} - \frac{RF}{(n-1)F+2R} \right) \\
 &= \frac{2R}{n} - \frac{RF}{(n-1)F+2R} + \frac{RF}{n-1} = \\
 &= \frac{2R^2}{n(n-1)} + \frac{R^2 F}{(n-1)^2 F + 2RF(n-1)} \\
 f_2 &= \frac{Rd_1}{d_1} \cdot \frac{R \cdot (n-1)}{2d_1(n-1)+R} = \frac{Rd_1}{2d_1(n-1)+R} = (2n-1) + \frac{R}{d_1} \\
 f_2 &= \frac{R}{2n-1} + R \quad d_1 = R \left( \frac{R}{n} - \frac{F}{(n-1)F+2R} \right) = R \left( \frac{(2n-1)F+2R-F}{(n-1)F+2R} \right) = \\
 &= R \cdot \frac{2nF + 2R - F}{n(n-1)F + 2R} \\
 \text{т.к. сдвигание происходит при любом шаге,}\\
 \text{тогда получим } n = 1 \\
 f_2 &= \frac{R}{1-1} + R \quad f_2 = \frac{Rd_1}{0-R} = -d_1 \\
 d_1 &= \frac{RF}{R} - \frac{RF}{2R} = \frac{RF}{2} - \frac{F}{2} \\
 \frac{F}{2} - 2R &= 2R - \frac{F}{2} \rightarrow F = 4R = \boxed{R = \frac{F}{4}}
 \end{aligned}$$

Ответ:  $R = \frac{F}{4}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

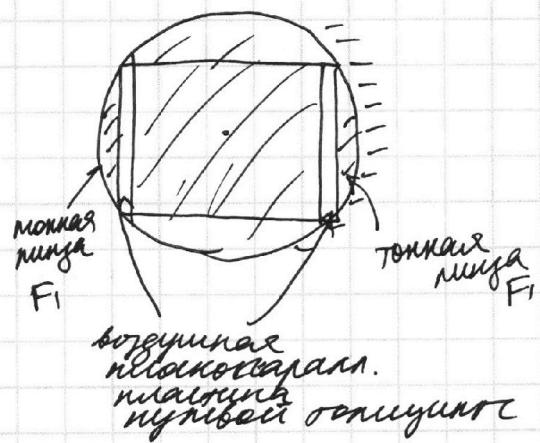
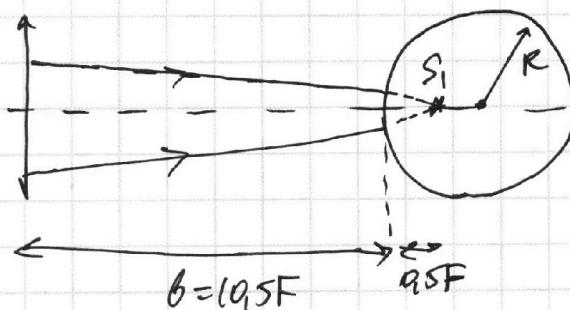
- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} a=1,1F \\ b=1,05F \\ R=? \\ \Delta=S_1,5F \end{array} \right\} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \rightarrow F = \frac{Fa}{a+b} = \frac{1,1F^2}{1,1F+F} = \frac{1,1F^2}{2,1F} = 1,1F$$

$h?$



$$D_1 = \left( \frac{n}{f} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{n-1}{R_1} > 0$$

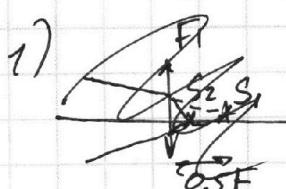
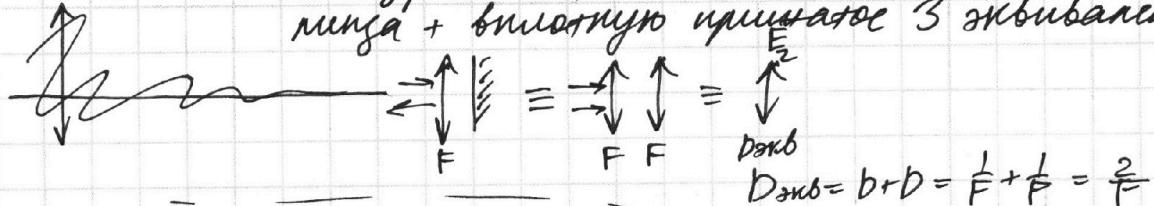
$$D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{n-1}{R_1} \Rightarrow f_1 = \frac{R_1}{n-1}$$

Следующий Зеркальный шар можно представить как следующую систему:

линза  $F_1$  + плоскогоризонтальная плоскость + линза  $F_1$  + зеркало горизонтальной к  $R_1$

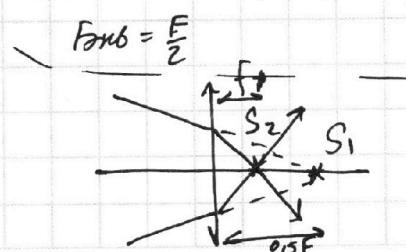
По принципу ображения световых лучей, для того, чтобы изображение в системе "линза-шар" совпадала с исх. источником, необходимо, чтобы изображение проходящего "зеркального шара" изображение совпадало с  $S_1$ .

С точки зрения расположения системы линза + вспомогательная приставка З избываетенно



$$-\frac{1}{0,5F} + \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_2}$$

$$f_1 = \left( \frac{1}{F_1} + \frac{2}{F} \right)^{-1}$$



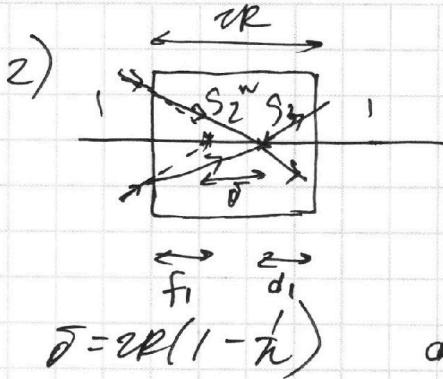
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

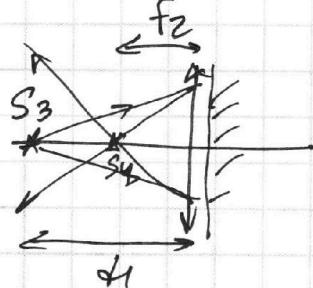
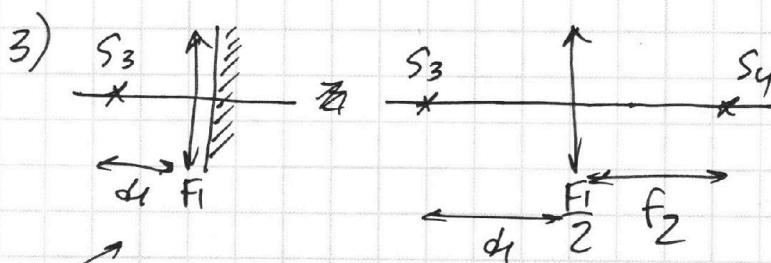
СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



отя амплитуда изобр в  
шахматн паралл. пластише  
увесисто соотношение:

$$\delta = \frac{f_1}{2R} (1 - \frac{d_1}{h})$$



при исполн. такой  
записки все наименее  
расстояние будут эквивалентны, но нужно отразить  
коэффициент отно. нагрузок

изобр S4-изобр. в шахмате совпадло с S1, изобр.  
изобр.  $d_1 > \frac{F_1}{F_2}$ , тогда изобр. отразится в нужную  
сторону<sup>2</sup>, тогда изобр. отразится в нужную

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{2}{F_1} \rightarrow f_2 = \left( \frac{2}{F_1} - \frac{1}{d_1} \right)^{-1} = \left( \frac{2d_1 - F_1}{F_1 d_1} \right)^{-1} = \frac{F_1 d_1}{2d_1 - F_1}$$

При совпадении  $S_1 \in S_4$ :  $0.5F = 2R - f_2$

$$f_1 = \left( \frac{F_1 - 0.5F}{F_1 F} \right)^{-1} = \frac{F_1 F}{F_1 + 0.5F}$$

$$d_1 = 2R - \frac{F_1 F}{F_1 + 0.5F} - 2R + 2R \cdot \frac{1}{h} = \frac{2R}{h} - \frac{F_1 F}{F_1 + 0.5F}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{d_1} \quad (f_2 = 2R - \frac{1}{2} F)$$

$$f_2 = \frac{\frac{R}{h-1} \cdot d_1}{\frac{R}{h-1} - \frac{R}{h}} = \frac{R d_1}{2 d_1 (h-1) - R}$$

$$d_1 = \frac{2R}{h} - \frac{\frac{R}{h-1} \cdot F}{F + \frac{2R}{h-1}} = \frac{2R}{h} - \frac{RF}{(h-1)F + 2R}$$