



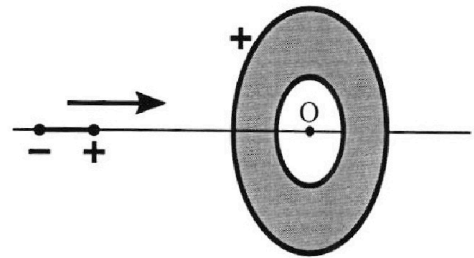
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

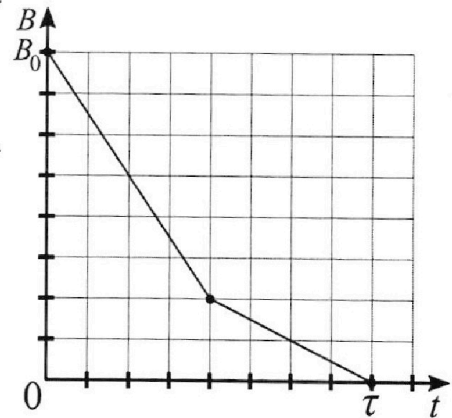
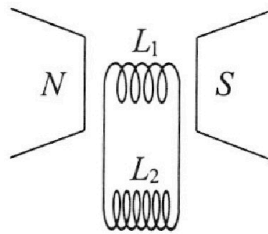


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



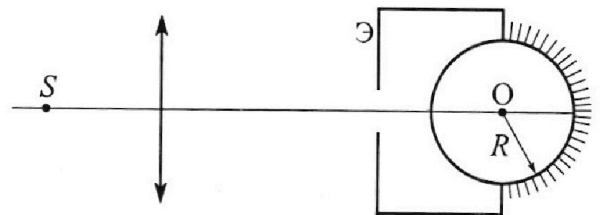
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



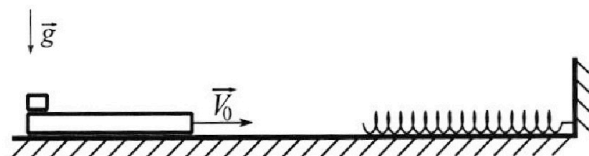
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

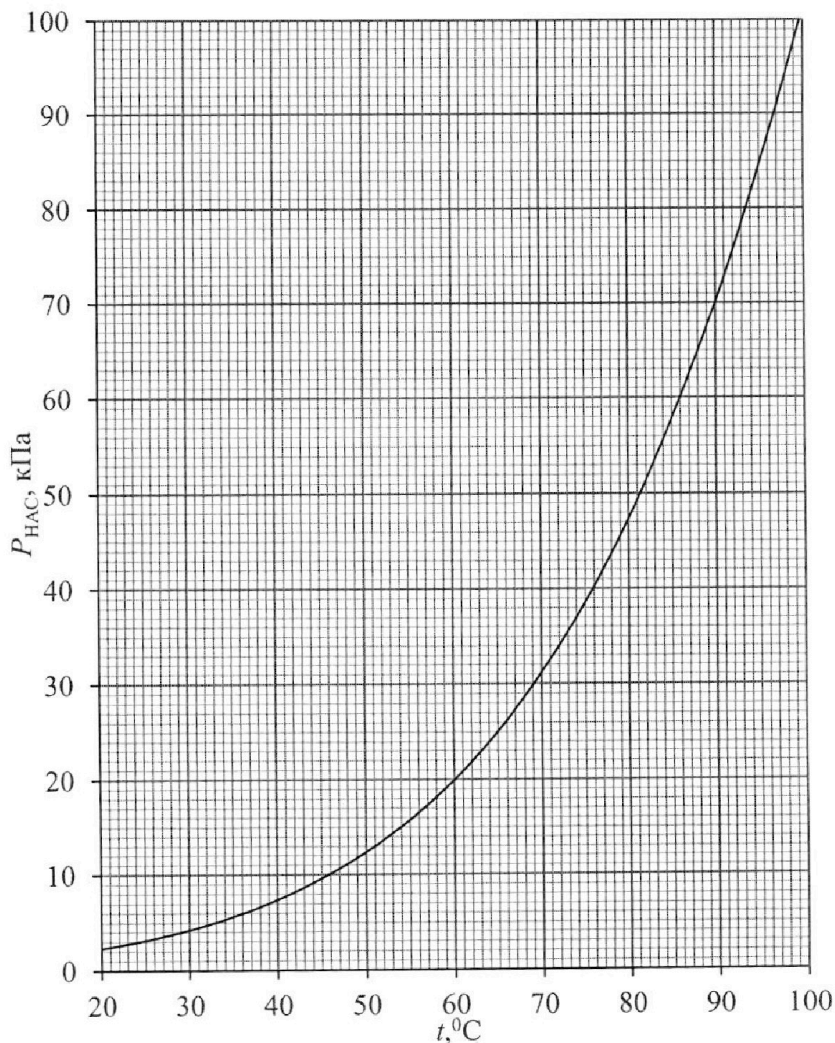


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.



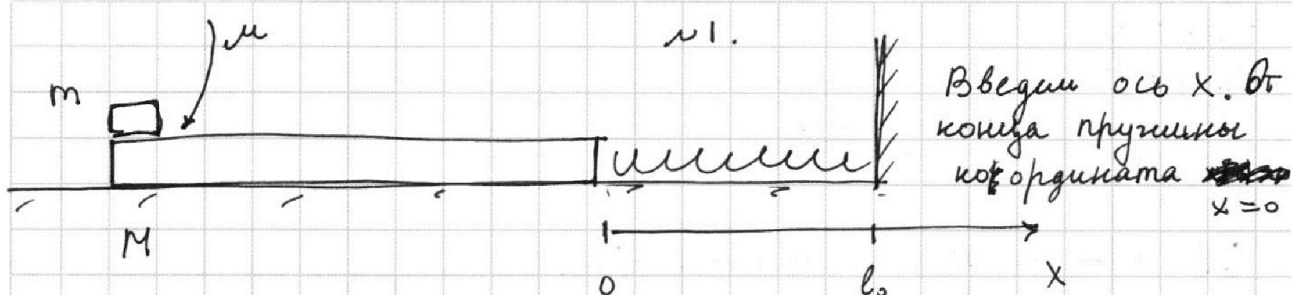


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

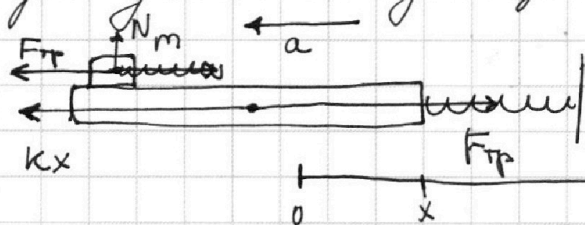
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



До того, как начнется проскальзывание, брусок и доска движутся как одно целое тело ~~как одно целое тело~~



II з. Ньют:

для доски: $kx - F_{Tp} = Ma$

для бруска: $F_{Tp} = ma$

$kx = (m+M)a \Rightarrow \underline{kx = 3ma} \quad (1)$

1) В тот момент, когда начнется отн. движение:

$F_{Tp}^{(max)} = ma_{кр}$

$F_{Tp}^{(max)} = \mu N$, где $N = mg \Rightarrow ma_{кр} = \mu mg$

$a_{кр} = \mu g \quad (2)$

Ур-ие (2) в (1): $kx_{кр} = 3ma_{кр}$

$kx_{кр} = 3\mu mg \Rightarrow$

Ответ:

$x_{кр} = \frac{3\mu mg}{k} = \frac{1}{4} \mu$

2) III. и ось x ^{направлена} вправо, то $a = -\ddot{x} \quad (3)$

$(3) \rightarrow (1): kx = -3m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{3m}x = 0$ - ур-ие колебаний

Решение в виде:

$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = v_0$$

$$\Rightarrow 0 = A$$

$$x(0) = A$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(0) = B\omega \Rightarrow B\omega = v_0, \text{ где } \omega^2 = \frac{\kappa}{3m}$$

$$B = v_0 \sqrt{\frac{3m}{\kappa}}$$

Получаем $x(t)$:

$$x(t) = v_0 \sqrt{\frac{3m}{\kappa}} \cdot \sin(\omega t)$$

Когда начинается ~~проскальзывание~~ отн. движение $x(t) = x_{\text{кр}}$

$$\frac{3mg}{\kappa} = v_0 \sqrt{\frac{3m}{\kappa}} \sin(\omega \tau), \text{ где } \tau - \text{ищомое вр.}$$

$$\frac{1}{4} = 1 \cdot \sqrt{\frac{3}{36}} \sin(\omega \tau)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\omega \tau) \Rightarrow \sin(\omega \tau) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Ответ:}$$

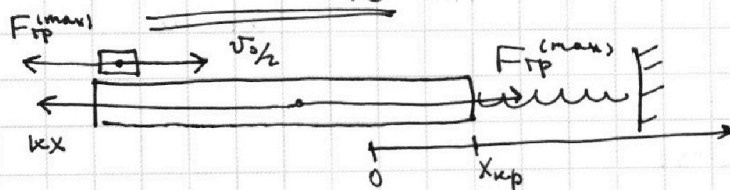
$$\omega \tau = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \tau = \frac{\pi}{6} \cdot \sqrt{\frac{3m}{\kappa}} = \frac{\sqrt{3}}{12} \text{ с}$$

3) Скорость доски и бруска в момент ^{начала} проскальзывания:

$$\dot{x}(t) = v_0 \sqrt{\frac{3m}{\kappa}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{3m}} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\text{Получим } \cos(\omega \tau) = \frac{1}{2}, \text{ т.е. } \sin(\omega \tau) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{x}(\tau) = \frac{v_0}{2}$$



Теперь брусок скользит и действует на доску с силой $F_{\text{тр}}^{(max)} = \mu mg$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем II з. Нютона для доски:

$$-kx + F_{\text{тр}}^{(\max)} = 2m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{2m}x = \frac{\mu g}{2}$$

Пытаемся ~~найти~~ $x(t) = x_1(t) + F$, где $F = \text{const.}$

$$\ddot{x}_1 + \frac{k}{2m}x_1 + \frac{k}{2m}F = \frac{\mu g}{2}$$

Значит F такое, что: $\frac{k}{2m}F = \frac{\mu g}{2}$

$$F = \frac{\mu mg}{k}$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{k}{2m}x_1 = 0$$

Ур-ие колебаний

Решение в виде:

$$x_1(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$x_1(0) = x_{\text{up}}$$

$$\dot{x}_1(0) = \frac{v_0}{2}$$

Найдем A и B :

$$x_1(0) = A$$

$$x_{\text{up}} = x_1(0) + F$$

$$\Rightarrow A = x_{\text{up}} - F = \frac{3\mu mg}{k} - \frac{\mu mg}{k}$$

$$A = \frac{2\mu mg}{k}$$

$$\dot{x}_1(t) = -A\omega \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t)$$

$$\cancel{x_1(0)} \quad x_1(0) = \frac{v_0}{2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$\dot{x}_1(0) = \dot{x}(0) = B\omega$$

Получаем:

$$x_1(t) = \frac{2\mu mg}{k} \cos(\omega t) + \frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \sin(\omega t)$$

$$x(t) = \frac{\mu mg}{k} (1 + 2 \cos(\omega t)) + \frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \sin(\omega t)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем $\dot{x}(t)$ и $\ddot{x}(t)$:

$$\dot{x}(t) = -\frac{2\mu mg}{k} \cdot \sqrt{\frac{k}{2m}} \sin(\omega t) + \frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cdot \sqrt{\frac{k}{2m}} \cos(\omega t).$$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{2\mu mg}{k} \cdot \frac{k}{2m} \cdot \frac{\cos(\omega t)}{\omega} \cdot \frac{v_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{2m}} \sin(\omega t).$$

Максимальное сжатие при $\dot{x}(T_{\max}) = 0$ ← время до остановки доски

$$2\mu g \sqrt{\frac{m}{2k}} \sin(\omega T_{\max}) = \frac{v_0}{2} \cos(\omega T_{\max})$$

$$\operatorname{ctg}(\omega T_{\max}) = \frac{4\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 10}{1} \sqrt{\frac{1}{42}} = \frac{12}{6 \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\omega T_{\max}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Подставим данное выражение в $\ddot{x}(t)$, где

$$\cos(\omega T_{\max}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\sin(\omega T_{\max}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

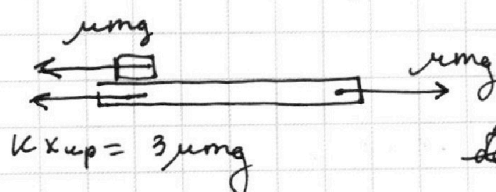
$$\ddot{x}(t) = -\mu g \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{v_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\ddot{x}(T_{\max}) = -\left(0,3 \cdot 10 \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{36}{6 \cdot 1}}\right) \frac{m}{c^2} - \left(\frac{6}{\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{6}}\right) \frac{m}{c^2} = -\frac{9}{\sqrt{6}} \frac{m}{c^2}$$

Ответ: $\ddot{x} = -\frac{3}{2} \sqrt{6} \frac{m}{c^2} \rightarrow$ по модулю: $a_{\max} = \frac{3}{2} \sqrt{6} \frac{m}{c^2}$

Этот ответ справедлив только если вертик. брусок не успеет остановиться за это время.

Действительно, сила на брусок и доску в момент $x = x_{\text{кр}}$:



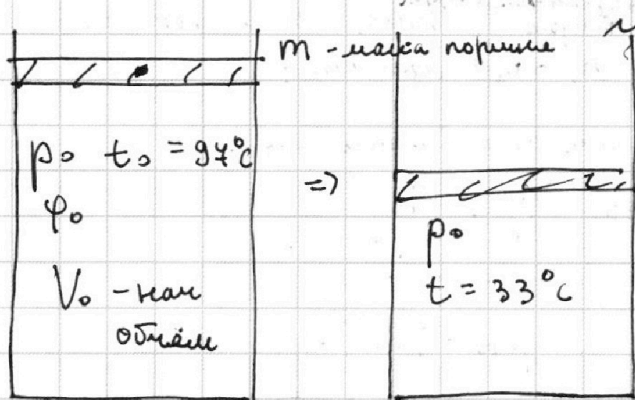
Силы равны, но при дальнейшем сжатии пружины сила kx будет увеличиваться $\Rightarrow$ доска остановится быстрее, чем брусок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



П.и. газ находится по поршню, то с то процесс происходит при $p_0 = \text{const.}$

1) Ур-ие Менг.-ки:

~~$p_1 V_1 = \nu R T_1$~~

~~$p_1 + p_{\text{нп}} = p_0$~~

где $p_{\text{нп}}$ - давл. пара при $T_0 = 340\text{K}$

Найдем давление $p_{\text{нп}}$ насыщенного пара при $T_0 = 340\text{K}$. из графика: $p_{\text{нп}}^{(0)} = 9\text{кПа}$

Известно П.и. влажность $\varphi = \frac{1}{3}$, то

~~$p_{\text{нп}}^{(0)} = \frac{p_{\text{нп}}^{(0)}}{\varphi} = \frac{p_{\text{нп}}^{(0)}}{\frac{1}{3}} \approx 30,33\text{кПа}$~~

$p_1 = p_0 - p_{\text{нп}}^{(0)}$

$p_1 \approx 44,66\text{кПа}$

2) По тому, как пар расширяется:

Ответ:

~~$p_0 V_0 = \nu R T_0$~~

~~$p_{\text{нп}}^{(0)} V_{\text{нп}} = \nu_{\text{нп}} R T_0$~~

~~$\frac{p_1}{p_{\text{нп}}} = \frac{\nu}{\nu_{\text{нп}}} \approx \frac{44}{30}$~~

~~$p_0 V = (\nu + \nu_{\text{нп}}) R T_0$ - при $T_0 = 340\text{K}$.~~

~~- где ν - возд, $\nu_{\text{нп}}$ - пара.~~

В произвольный момент T :

~~$p V = \nu R T$~~

~~$p_{\text{нп}} V = \nu_{\text{нп}} R T$~~

~~$\frac{p}{p_{\text{нп}}} = \frac{\nu}{\nu_{\text{нп}}}$~~

~~$\frac{p_1}{p_{\text{нп}}} = \frac{p_1}{p_{\text{нп}}^{(0)}} \quad (1)$~~

~~$p_0 = p + p_{\text{нп}} \quad (2)$~~

П.и. $p =$
 $= \text{const.}$
 любой момент



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Ур-ие Менг.-ки для пара в нач. момент и произвольный:

~~$p_0 V_0 = \gamma R T_0$~~ $p_0 V_0 = \gamma R T_0$ - нач. для смеси возг.

для смеси возг. в пр-ий момент

$$p_0 V' = \gamma R T'$$

$$\Rightarrow \frac{V_0}{V'} = \frac{T_0}{T'}$$

для пара в произв. момент

$$p_n V' = \gamma R T'$$

$$p_0 V' = \gamma R T'$$

$$p_n V' = \gamma R T'$$

для возг. в произвольный момент

$$p_n^{(0)} V_0 = \gamma R T_0 - \text{для пара в нач. момент}$$

$$\frac{p_n^{(0)}}{p_n} \cdot \frac{V_0}{V'} = \frac{T_0}{T'}$$

$$p_n^{(0)} = p_n(T)$$

Получаем, что ~~$p(T)$~~ $p(T) = \text{const} = 30,33 \text{ кПа}$.

Найдём из графика точку, где $p_n^{(0)}$ - значение для насыщ. пара.

$$\text{Ответ: } t^* \approx 69^\circ \text{C}$$

3) И.и. $p_0 = p_n(T) + p(T)$, где $p(T)$ - давл. возг. в произвольный момент

$$p_n(T) = p_n^{(0)} = \text{const}$$

$$p(T) = p_0 - p_n^{(0)} = p_s = \text{const}$$

аналогично до

Далее пар будет конденсироваться (после t^*):

~~$p_n(t^*) = 5 \text{ кПа}$~~ $p_n(t^*) = 5 \text{ кПа}$ - давл. нас. пара при $t = 33^\circ \text{C}$

$p(t) V = \gamma R T$ - где $T = 306 \text{ К}$ - Менг.-ки в конеч. момент для возг.

$p_0 = p(t) + p_n(t)$ ~~$p_0 V_0 = \gamma R T_0$~~ $p_0 V_0 = \gamma R T_0$ - Менг.-ки в нач. момент для возг.

$$p(t) = 100 \text{ кПа}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи по комбинированной процессу

$$\frac{p(t) V}{p_0 V_0} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{T p_0}{T_0 p(t)} = \frac{306 \cdot 44,66}{340 \cdot 100} \approx \frac{3 \cdot 0,4}{3,4}$$

Ответ $\nearrow$

$$\approx \frac{231}{3,4} \approx \frac{2310}{34}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

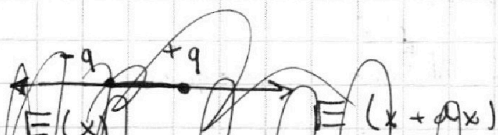
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.6.2) для второго случая:
 $m \cdot \frac{3}{2}$



Суммарная сила на диполь:

$$F = \frac{6q}{2\epsilon_0} \left(\frac{x+dx}{R^2 + x^2} - \frac{x}{R^2 + x^2} \right)$$

3.6.3) для первого случая:
 $m \cdot \frac{3}{2} = m \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$

Когда скорость минимальна $E(x) \cdot F$ на диполь равна 0 $\Rightarrow$
минимальная скорость достиг. в центре диска.

E на диполь: $E(x) - E(x+dx) \approx$ q - заряд диполя

$$E = \frac{6q}{2\epsilon_0} \cdot \left(\frac{dx}{\sqrt{R^2 + x^2}} - \frac{dx}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right)$$

1) Если две половинки пути диполя тормозит, значит из симметрии скорость в центре

на ∞ равна 0 (для 1 случая)

$$\frac{v_{\min}}{v_{\max}} = \frac{\frac{3}{4} \sqrt{0}}{\frac{3}{2} \sqrt{0}} = \frac{1}{2}$$

- т.к. на всем пути диполь тормозит.

Омбсн.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

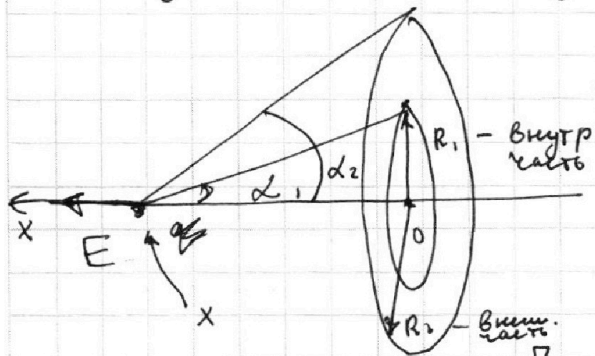
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем составляющую $E \perp$ оси:



Используя формулу для электрического поля

Две формулы справедливы:

$$dE = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot d\Omega - \text{где } d\Omega - \text{маленький угол}$$

$$E(x) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} (\Omega_2 - \Omega_1)$$

$$\Omega_2 = (1 - \cos \alpha_2) \cdot 2\pi$$

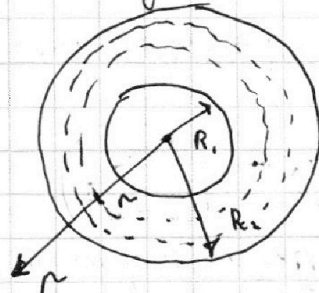
$$\Omega_1 = 2\pi (1 - \cos \alpha_1)$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{x}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} \quad \cos \alpha_2 = \frac{x}{\sqrt{R_2^2 + x^2}}$$

$$E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{x}{\sqrt{R_1^2 + x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R_2^2 + x^2}} \right)$$

1) Найдем потенциал в центре:



$$d\varphi = \frac{k dq}{r} \Rightarrow d\varphi = \frac{k \cdot 2\pi r \sigma dr}{r} \Rightarrow$$

$$dq = 2\pi r \sigma dr$$

$$\Rightarrow \int_0^{\varphi(0)} d\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} dr \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (R_2 - R_1)$$

потенциал в центре
сферы.

Знач. для первого случая:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \varphi_0 + \frac{m v^2}{2}, \text{ где } v \rightarrow 0$$

$$\varphi_0 = \frac{m v_0^2}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = I(B) \cdot dt.$$

$$dq = \frac{Sn}{3L} (B_0 - B) dt$$

Выразим $B(t)$ из графика:

Интервал от 0 до $\tau/2$:

$$B(t) = B_0 - \frac{3}{4} \frac{B_0}{\tau/2} t$$

$$B(0) = B_0$$

$$B(\tau/2) = \frac{B_0}{4}$$

$$B(t) = B_0 - \frac{3}{4} \frac{B_0}{\tau/2} t$$

$$B(t) = B_0 - \frac{3}{2} \frac{B_0}{\tau} t$$

Интервал от $\tau/2$ до τ :

$$B(t) = \frac{B_0}{2} - \frac{B_0}{4} \frac{t - \tau/2}{\tau/2}$$

$$B(t) = \frac{B_0}{2} - \frac{B_0}{2\tau} t$$

Найдем протекание зарядов:

• q_1 (от 0 до $\tau/2$)

$$dq_1 = \frac{Sn}{3L} (B_0 - B_0 + \frac{3}{2} \frac{B_0}{\tau} t) dt = \frac{Sn}{2L} \cdot \frac{B_0}{\tau} \cdot t dt$$

$$\int_0^{\tau/2} dq = \frac{Sn B_0}{2L\tau} \int_0^{\tau/2} t dt \Rightarrow q_1 = \frac{Sn B_0}{2L\tau} \cdot \frac{\tau^2}{24} = \frac{Sn B_0 \tau}{16L}$$

• q_2 (от $\tau/2$ до τ):

$$\int_{\tau/2}^{\tau} dq_2 = \frac{Sn}{3L} (B_0 - \frac{B_0}{2} + \frac{B_0}{2\tau} t) dt = \frac{Sn}{3L} \left(\frac{B_0}{2} \int_{\tau/2}^{\tau} dt + \frac{B_0}{2\tau} \int_{\tau/2}^{\tau} t dt \right)$$

$$q_2 = \frac{Sn}{3L} \left(\frac{B_0}{4} \tau + \frac{B_0}{2\tau} \left(\frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau^2}{8} \right) \right)$$

$$q_2 = \frac{Sn}{3L} \left(\frac{B_0 \tau}{4} + \frac{3 B_0 \tau}{16} \right)$$

$$q = q_1 + q_2 = \left(\frac{4}{16} + \frac{3}{16} \right) \frac{Sn B_0 \tau}{4L} \Rightarrow q = \frac{Sn B_0 \tau}{2L}$$

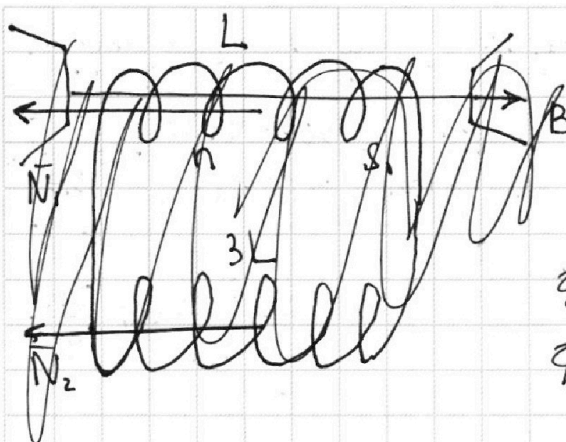


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

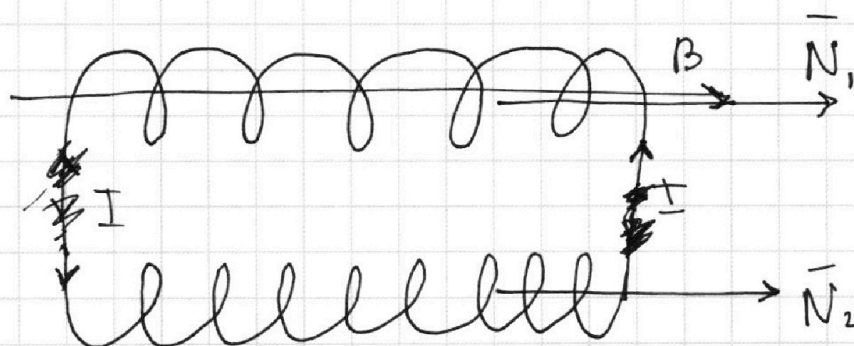


или л.ч.

1) Выберем произвольное напр. тока. $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ нормаль. Выберем обход по току:

$$\Phi_1 = BS_1 n + IL \quad \mathcal{E}_1 = -\dot{B} S n - \dot{I} L$$

$$\Phi_2 = I \cdot 2L \Rightarrow \mathcal{E}_2 = -\dot{I} \cdot 2L$$



Затем обход:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \dot{I} R \rightarrow 0 - \text{т.к. } R=0$$

$$-\dot{B} S n - \dot{I} L - 2\dot{I} L = 0$$

$$\underline{3\dot{I}L = -\dot{B} S n} \Rightarrow 3L \cdot \frac{dI}{dt} = -S n \frac{dB}{dt}$$

$$3L \int_0^{I_0} dI = -S n \cdot \int_{B_0}^0 dB$$

Отвеч: $I_0 = \frac{BSn}{3L}$

2) Найдем $I(B)$:

$$3L \cdot \int_0^{I(B)} dI = -S n \int_{B_0}^B dB$$

$$3L I \neq S n (B_0 - B) \Rightarrow \underline{\underline{I(B) = \frac{S n}{3L} (B_0 - B)}}$$

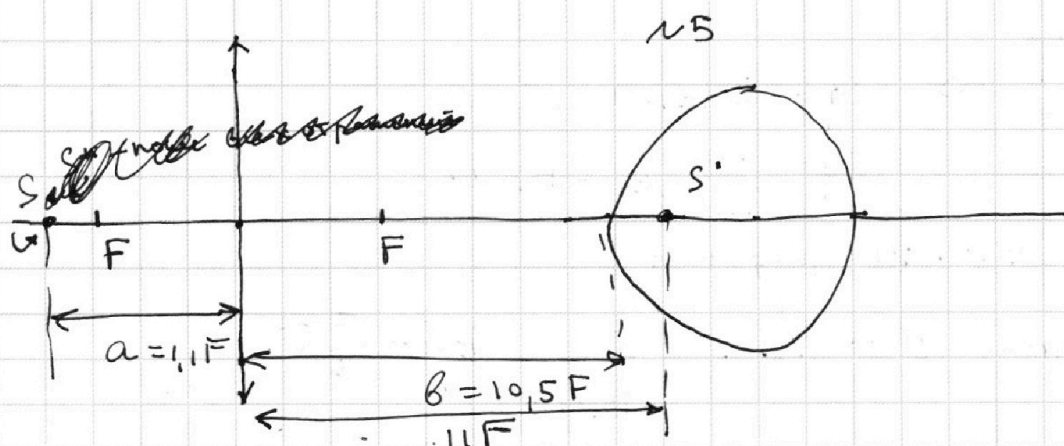


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

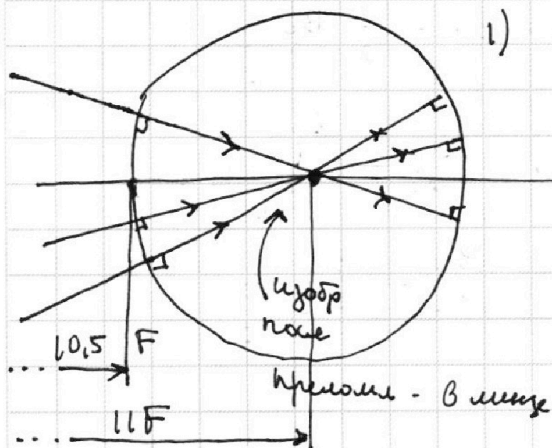
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Запишем ур-е тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F} \Rightarrow a' = \frac{aF}{a - F} = 11F - \text{расст. от линзы до изобр. (по мере сближения преломл. в линзе).}$$



1) Если расст. от до конечного изобр. не уменьшается, то изобр. S' после преломления в линзе должно находиться в центре шара.

Итак, если изобр. S' находится в центре шара.

то $S' \neq S$

Если луч падает перпенд.

пов-ти, то он не преломляется.

Далее, если изобр. в центре шара, то внешний луч отражается перпенд. зеркалу и пойдет по такой же траектории из шара в линзу, что и пришел. По принципу обратимости лучей изображение совпадет с источником. Отсюда:

$$R = 11F$$

$$R = b - a' = 11F - 10.5F = 0.5F$$

Ответ:

$$R = 0.5F$$

2) Можно представить, что после преломления в линзе получается источник на расст $a' = 11F$ от линзы и на ~~расст~~ расст. $l = b + a - a' = 5F$ от

ближней точки шара.

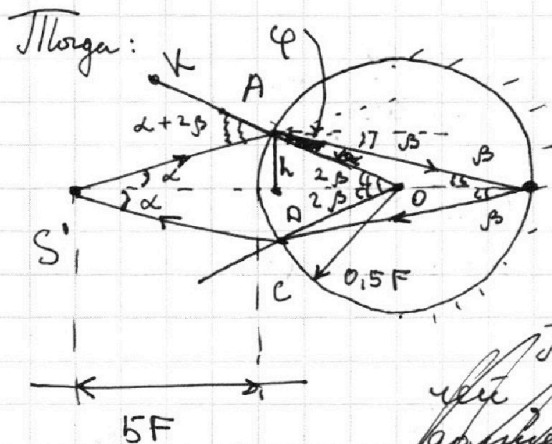


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По принципу обратимости луча после преломления и отражения озор. должно получиться в той же точке S' (чтобы после преломления в точке собралось в источнике S)

По принципу обратимости лучей, идущих из точки S' в точку A, они должны быть перпендикулярны к поверхности.

Из симметрии, преломленные лучи должны собираться в самой далекой точке изара.

$$\angle S'AR = \alpha + 2\beta \quad (\text{так как } \angle ABO = \beta, \text{ то } \angle AOD = 2\beta)$$

$$\angle OAB = \varphi$$

по закону Снеллиуса: $\sin(\alpha + 2\beta) = n \sin \varphi$
при малых углах:

$$\beta + \varphi = 2\beta \Rightarrow \varphi = \beta \quad (2) \quad \alpha + 2\beta = n \varphi \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{5F + \alpha x} \quad ; \quad \tan 2\beta = \frac{h}{R - \alpha x}$$

П.ч. углы малые, то

$$\alpha = \frac{h}{5F}$$

$$2\beta = \frac{h}{0.5F} \Rightarrow \beta F = 5\alpha F \quad (3)$$

$$(2) \rightarrow (1): \alpha + 2\beta = n\beta \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{2-n} \quad (4)$$

$$(4) \rightarrow (3): \frac{\alpha}{2-n} = 5\alpha \Rightarrow 1 = 10 - 5n$$

Ответ:

$$n = \frac{9}{5}$$

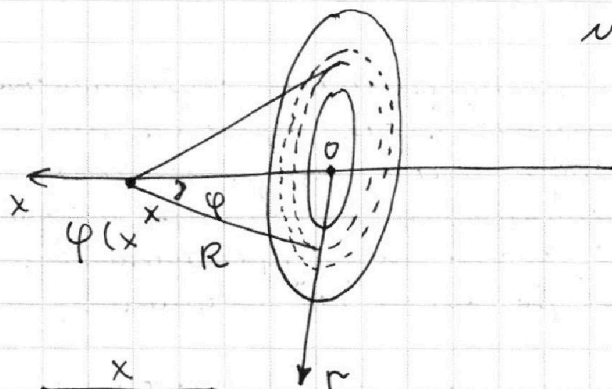


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

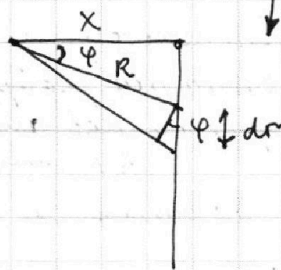


N 3.

$$d\varphi = \frac{k dq}{R^2} \cos \varphi$$

$$dq = \sigma \cdot dS$$

$$dS = 2\pi r dr$$



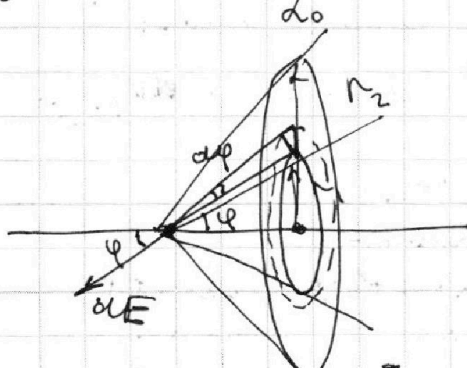
$$R d\varphi = dr \cos \varphi$$

$$r = R \sin \varphi$$

$$dq = \sigma \cdot 2\pi \cdot R \sin \varphi \cdot R d\varphi$$

$$d\varphi = \frac{k}{R^2} \cdot \sigma \cdot 2\pi R^2 \sin \varphi \cdot d\varphi$$

$$\int_0^\varphi d\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_{\cos \varphi}^1 \sin \varphi \cdot d\varphi = \left(\cos \varphi = t \right) = \left(-\sin \varphi \cdot d\varphi = dt \right) =$$



$$dE = \frac{k dq}{R^2} \cos \varphi$$

$$dq = \sigma \cdot 2\pi R \sin \varphi \cdot R d\varphi$$

$$dE = k \sigma \cdot 2\pi \cdot R \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$E_n =$$

$$\Omega_1 = (1 - \cos \alpha_1) \cdot 2\pi$$

$$\Omega_2 = (1 - \cos \alpha_2) \cdot 2\pi$$

$$dE = \frac{k dS \sigma}{R^2} \cos \varphi$$

$$dE = k \sigma \cdot d\Omega$$

$$\Omega_2 = \Omega_1 = \pi (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$dE = \frac{\sigma}{4\pi \epsilon_0} \cdot d\Omega$$

