



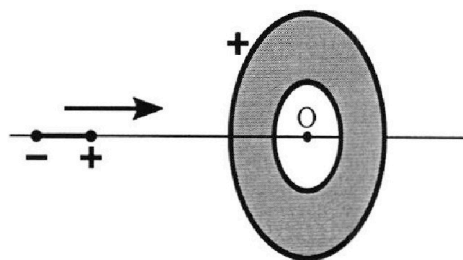
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



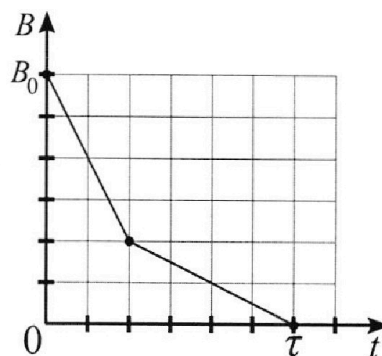
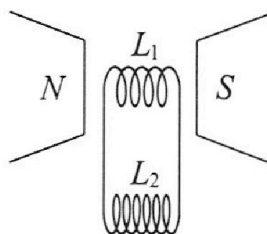
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполью сообщают начальную скорость $2V_0$.



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

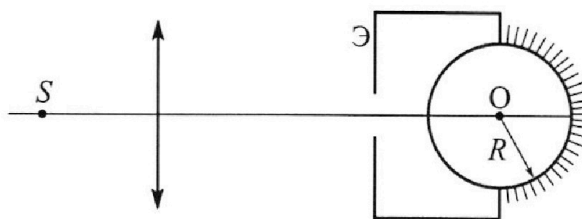
4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



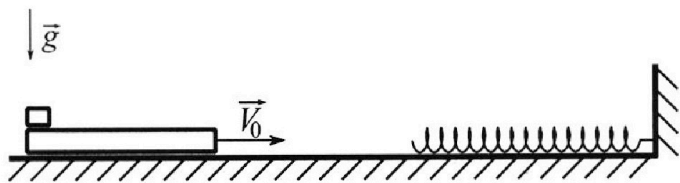
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

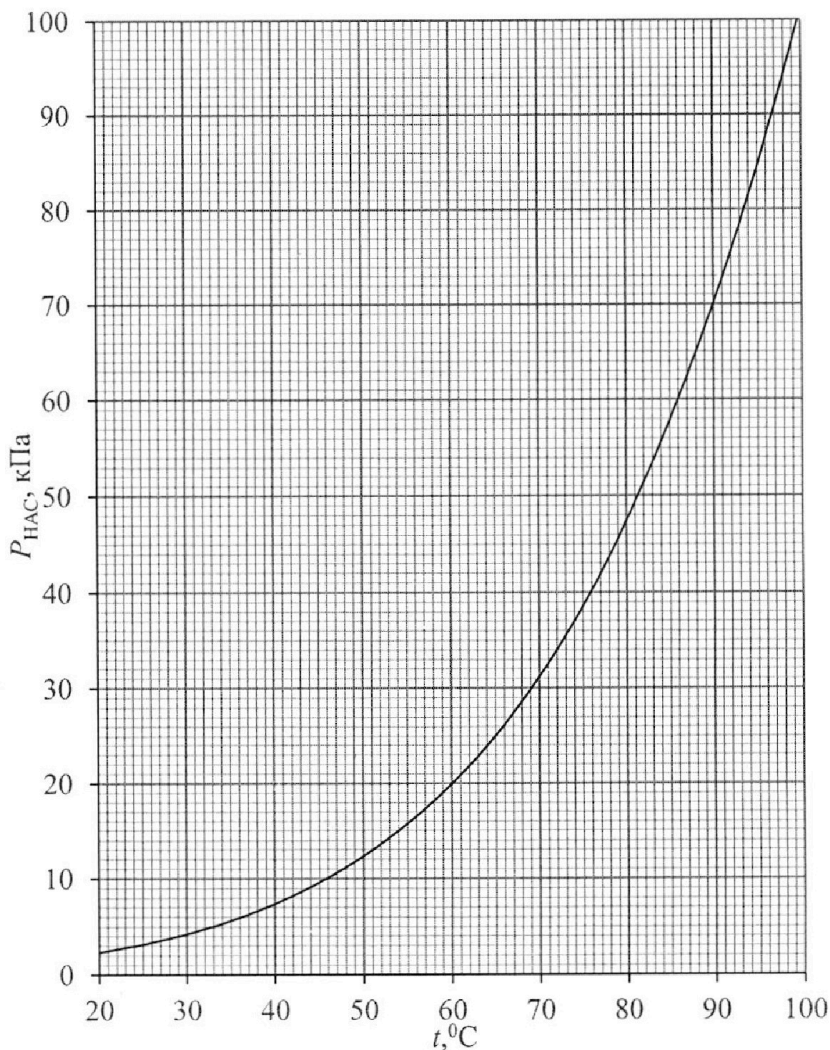


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 86 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

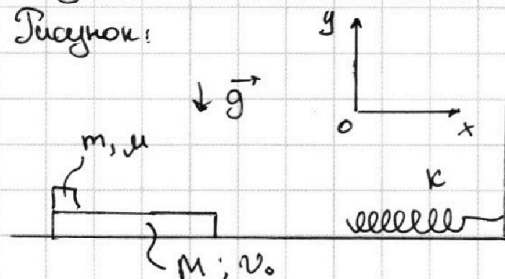
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Рисунок:



Дано:

$$M = 2 \text{ кг}; m = 1 \text{ кг}; \mu = 0.3; g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, k = 27 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Найти

$$l_{\text{норм}}; T_{\text{норм}}; a_{\text{норм}} (l \rightarrow \max)$$

l - сжатие пружины

T - время от начала сжатия

a - ускорение ^{индекс: δ - брусок} _{г - доска}

Решение:

1) Введем СК так, как показано на рисунке

2) Запишем II з-н Ньютона на брусок:

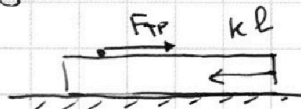
$$m a_{y\delta} = 0 = -mg + N$$

$$m a_{x\delta} = -F_{\text{тр}} - m \cdot k \cdot l. \text{ Брусок стремится сохранить изначальную скорость отн. до ИСО Земли.}$$

$$|F_{\text{тр}}| \leq \mu N$$

3) Запишем II з-н Ньютона на доску:

$$M a_{xg} = -k l + F_{\text{тр}}$$



Поскольку взаимодействие начнется, когда $a_{xg} \neq a_{x\delta}$

Найдем крайнее положение при ком. $a_{xg} = a_{x\delta} = a_0$

$$M a_0 = -k l_{\text{норм}} + (-m a_0)$$

$$(M + m) a_0 = -k l_{\text{норм}}$$

$$l_{\text{норм}} = -\frac{(M + m) a_0}{k}$$

получаем:

$$|l_{\text{норм}}| = \frac{M + m}{k} \mu g \Rightarrow \left\{ l_{\text{норм}} = \frac{(M + m) \mu g}{k} \right\} \frac{3 \cdot 3}{27} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

4) Если рассматривать систему брусок + доска как единое целое, то $F_{\text{тр}}$ - внутренняя сила и она не будет вносить вклад в изменение энергии системы. Тогда запишем ЗСЭ для системы (брусок + доска) и пружины:



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.к. $l \uparrow \Rightarrow a \uparrow \Rightarrow$ до момента макс. сжатия $F_{\text{упр}} = \mu mg$

Тогда, пишем ещё одно уравнение гарм. колебаний:

$$l(t) = l_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + B_1$$

$$\dot{l}(t) = -\omega_1 l_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$\ddot{l}(t) = -\omega_1^2 l_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

Подставим начальные условия ($t=0$):

$$\ddot{l}(t=0) = \mu g = -\omega_1^2 l_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$\dot{l}(t=0) = -\omega_1 l_1 \sin\left(\omega_1 t + \varphi_1\right) = -\omega_1 l_1 \sin\left(\omega_1 t + \varphi_1\right) \Rightarrow$$

$$-\sqrt{\frac{k}{m+m}} v_0 \left(t + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\omega_1 l_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{l}(t=0)}{\ddot{l}(t=0)} = \frac{1}{\omega_1} \tan(\omega_1 t + \varphi_1) = \frac{+v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}}{\mu g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = +\sqrt{\frac{k}{m}} \frac{v_0}{\mu g} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{81}{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{-2}{3} = +\sqrt{\frac{81}{2}} \frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan = \frac{\sin}{\cos} \Rightarrow \tan^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2} \Rightarrow \cos^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \quad \sin^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = -\sqrt{\frac{k}{m}} l_1 \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow l_1 = -v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$l(t) \rightarrow \max \Rightarrow \cos(\omega_1 t + \varphi_1) = -1 \Rightarrow \ddot{l}(t) = -\omega_1^2 l_1 \Rightarrow$$

$$\ddot{l}(t) = -\frac{k}{m} \left(-v_0 \frac{\sqrt{33}}{6} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}\right) = v_0 \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{\sqrt{33}}{6} = v_0 \sqrt{\frac{81 \cdot 33}{2 \cdot 36}}$$

$$\ddot{l}(t) = 2 \sqrt{\frac{81 \cdot 11}{2 \cdot 36}} = \frac{m}{c^2} = \frac{2 \cdot 9}{6} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}} \frac{m}{c^2} = 3 \sqrt{\frac{11}{2}} \frac{m}{c^2}$$

$$\text{Ответ: } l_{\text{норм}} = \frac{1}{3} m; T_{\text{норм}} \approx 1.5 c; a = 3 \sqrt{\frac{11}{2}} \frac{m}{c^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Внешняя к 3-му блоку две доски во внешнем торе, как $a_{xg} = a_{x\delta}$:

$$M a_{\delta} = -k l - m a \Rightarrow (M+m) a = -k l \quad a = + \ddot{l} \quad \text{т.к. } l \text{ сонаправ. с } OX$$

$$(M+m) \ddot{l} = -k l \Rightarrow \text{можно рассматривать это движение как гарм. колебание}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{M+m} - \text{не круговая частота, а прогибывание}$$

$$l = l_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + B \quad l(0) = 0 = B \Rightarrow B = 0$$

$$\dot{l} = -\omega l_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \dot{l}(t=0) = -\omega l_0 = v_0 \Rightarrow l_0 = -\frac{v_0}{\omega}$$

$$\ddot{l} = -\omega^2 l_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \ddot{l}(t=0) = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Полным образом, получаем:

$$l(t) = \frac{v_0}{-\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\frac{v_0}{\sqrt{\frac{k}{M+m}}} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Найдем $T_{\text{крим}}$ при котором $l(T) = l_{\text{крим}}$

$$\frac{(M+m) \mu g}{k} = -\frac{v_0}{\sqrt{\frac{k}{M+m}}} \cos(\omega T + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\cos(\omega T + \frac{\pi}{2}) = -\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} \frac{\mu g}{v_0} \Rightarrow \omega T + \frac{\pi}{2} = \arccos\left(-\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} \frac{\mu g}{v_0}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega T = \arcsin\left(\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} \frac{\mu g}{v_0}\right) \Rightarrow T = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \arcsin\left(\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} \frac{\mu g}{v_0}\right)$$

Подставив числа, получаем: $T = \sqrt{\frac{27}{3} c^2} \arcsin\left(\sqrt{\frac{3}{27}} \frac{3}{2}\right) =$
 $= T = 3c \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2} c \approx 1.5 c = T_{\text{крим}}$

5) Когда груз начинает прогибываться относительно доски, упр-ние движение доски принимает следующий вид:

$$M a = -k l - \mu m g \Rightarrow M \ddot{l} + \mu m g = -k l \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{k}{M} - \text{та же частота, но прогиб}$$



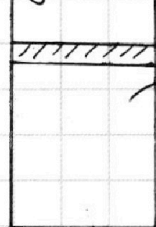
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

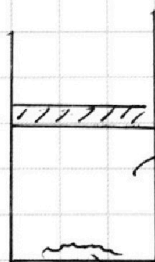
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2



$P_0 = 150 \text{ кПа}$
 $t_0 = 86^\circ\text{C}$
 $V_0 = \frac{2}{3} V$
 $P_1 = ?$
 V_0

t^*



$t = 46^\circ\text{C}$
 V

конденсат

Решение:

- 1) $P_0 = P_{\text{нар}} + P_{\text{воз}}$
- 2) В любой момент времени P - давление внутри поршня одинаково т.к. атмосферное давление постоянно, масса и площадь поршня не меняются.
- 3) Так как процесс происходит медленно $\Rightarrow$ пар находится в равновесии с жидкостью.
- 4) $\varphi = \frac{P_{\text{нар}}}{P_{\text{нас}}}$, из графика, данного в условии найдем давление насыщенного пара при $t_0 = 86^\circ\text{C}$ $P_{\text{нас}}(t_0) = 60 \text{ кПа}$
 $\Rightarrow P_{\text{нар}} = \varphi_0 \cdot P_{\text{нас}}(t_0) = 40 \text{ кПа} = P_{*1}$

- 5) Тогда $P_{\text{воз}} = P_0 - P_1 = 110 \text{ кПа} \Rightarrow P_{\text{воз}} V_0 = \nu_{\text{воз}} R T_0$
- 6) Пока пар не начал конденсироваться $P_{\text{нар}} V_0 = \nu_{\text{нар}} R T_0$
 $P_{\text{нар}} V = \nu_{\text{нар}} R T$
 $P_{\text{воз}} V = \nu_{\text{воз}} R T$, когда $P_{\text{нар}} = P_{\text{нас}}$ начнется конденсация
 $\Rightarrow$ можно считать, что $\frac{P_{\text{нар}}}{P_{\text{воз}}} = \text{const}$ (до конденсации)
 $P_{\text{нар}} + P_{\text{воз}} = P_0 = \text{const} \Rightarrow$ если $\frac{P_{\text{нар}}}{P_{\text{воз}}} = \text{const} \Rightarrow P_{\text{нар}} = \text{const}$ до конденсации

Таким образом найдем t^* - температуру при которой $P_{\text{нас}} = P_{\text{нар}}$.

Из графика $t^* = 76^\circ\text{C}$

- 7) После того как конденсация уже началась, то при дальнейшем охлаждении $P_{\text{нас}} \downarrow$, поршень сожмется и $P_{\text{воз}}$ начнет компенсировать "недостаток" $P_{\text{нас}}$.
- 8) Далее давление пара будет в точности равно давлению нас. пара при данной температуре.
- 9) При t^* , $P_{\text{нар}} = P_{\text{нас}}(t^*) = 10 \text{ кПа} \Rightarrow P_{\text{воз}} = P_0 - P_{\text{нар}}^* = 140 \text{ кПа}$

Из ур-ния состояния идеального газа, получим:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{воз}}(t_0) \cdot V_0 &= \nu_{\text{воз}} R (273\text{K} + t_0) \\ P_{\text{воз}}^* \cdot V &= \nu_{\text{воз}} R (273\text{K} + t^*) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{273\text{K} + t^*}{273\text{K} + t_0} \cdot \frac{P_{\text{воз}}}{P_{\text{воз}}^*}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставив числа, получаем:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{273 + 46}{273 + 86} \cdot \frac{110}{140} = \frac{319}{359} \cdot \frac{11}{14} \approx \frac{32}{36} \cdot \frac{11}{14} = \frac{8}{9} \cdot \frac{11}{14} = \frac{44}{63} = \frac{V}{V_0}$$

Итоговый ответ:

$$P_i = 40 \text{ кПа} ; T^* = 76^\circ \text{C} ; \frac{V}{V_0} = \frac{44}{63}$$

Если записать ур-ние состояния уг. газа в начале и в конце, можем получить:

$$P_i V_0 = \nu_{\text{вс}} R T_0$$
$$(P_0 - P_i) V_0 = \nu_{\text{вс}} R T_0$$

$$P_i^* V = \nu_{\text{вс}}^* R T_i$$
$$(P_0 - P_i^*) V = \nu_{\text{вс}}^* R T_i$$

$$\frac{P_i V_0}{P_i^* V} = \frac{\nu_{\text{вс}} R T_0}{\nu_{\text{вс}}^* R T_i}$$

$$\frac{(P_0 - P_i) V_0}{(P_0 - P_i^*) V} = \frac{T_0}{T_i}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Тогда $U_{\max} = K_0$
 $U_{\min} = -K_0$ $K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$ ~~энергия на сжатие~~
кин. энергия деформации
гравит. с v_0 .

7) $K_0 = \frac{m v_0^2}{2}$

8) Из-за того $v \rightarrow \max - K \rightarrow \max$; $v \rightarrow \min - K \rightarrow \min$

Тогда:

$$K_{\max} = \frac{m v^2}{2} - U_{\max}^{\min} = \frac{(4+1) m v_0^2}{2} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{5} v_0$$

$$K_{\min} = \frac{m v^2}{2} - U_{\max} = \frac{(4-1) m v_0^2}{2} \Rightarrow \sqrt{3} v_0 = v_{\min}$$

$$\Rightarrow v_{\max} - v_{\min} = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) v_0$$

Ответ: $v_{\max} = 2 v_0$; $v_{\max} - v_{\min} = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) v_0$
в центре



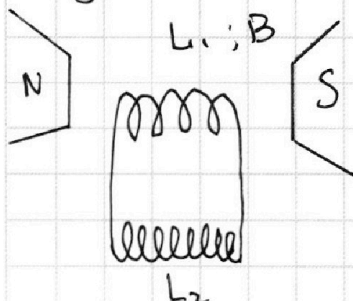
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



I) $L_1 = L$; n ; S_1
II) $L_2 = 4L$ ~~и т.д.~~
 B_0 ; T - дано

Решение:

$$1) \Phi_{\text{ind}} = L I \quad \Phi_{\text{out}} = n \cdot S_1 \cdot B(t) \quad \frac{d\Phi}{dt} = -\mathcal{E} = \frac{d(\Phi_{\text{ind}} + \Phi_{\text{out}})}{dt} = L \frac{dI}{dt} + n S_1 \frac{dB}{dt}$$

$\mathcal{E} = I r$, т.к. $r \rightarrow 0$, а I конечен $\Rightarrow \mathcal{E}_{\text{сумм}} = 0$ в любой момент времени.

$$2) \mathcal{E}_{\text{сумм}} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow \Phi_{\text{сумм}} = \text{const}$$

$$\Phi_{\text{сумм}} = n \cdot S_1 \cdot B_0 = n \cdot S_1 \cdot B(t) + I L_1 + I L_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n S_1 (B_0 - B(t)) = I (L_1 + L_2) \Rightarrow I (B(t) - B_0) = 0$$

$$\Rightarrow \text{когда поле выключено: } B(t) = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{n S_1 B_0}{L_1 + L_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I_0 = \frac{n S_1 B_0}{5L}}$$

$$3) dq = I dt, I = \frac{n S_1 (B_0 - B(t))}{5L} \Rightarrow q = \int I dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \frac{n S_1}{5L} \left(B_0 T - \int_0^T B(t) dt \right)$$

$\int_0^T B(t) dt$ - площадь под графиком $B(t)$ в интервале $t \in [0; T]$

$$\int_0^T B(t) dt = \frac{B_0 + \frac{B_0}{3}}{2} \cdot \frac{T}{3} + \frac{B_0}{3} \cdot \frac{2T}{3} \cdot \frac{1}{2} = B_0 T \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9} \right) = \frac{B_0 T}{3}$$

$$\text{Итого: } q = \frac{n S_1}{5L} \left(B_0 T - \frac{B_0 T}{3} \right) = \boxed{\frac{2}{15} \frac{n S_1 B_0 T}{L} = q_1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Итоговый ответ:

$$J_0 = \frac{n S_1 B_0}{5 L} ; \quad q_1 = \frac{2}{15} \frac{n S_1 B_0 T}{L_1}$$



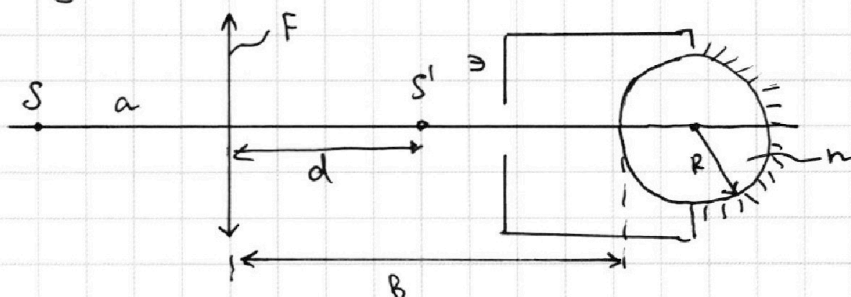
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



$$a = 1.5F = \frac{3}{2}F$$

$$b = \frac{8}{3}F$$

Решение:

1) Проверим, что если изображение совпадает с источником $\rightarrow$

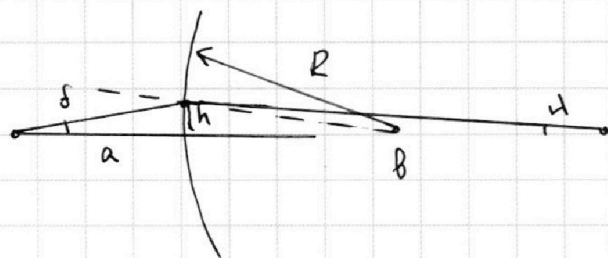
1) Рассмотрим элементы системы по отдельности:
линза формирует изображение источника, которое в свою очередь служит ~~для~~ источником для "шага".

2) Найдем d - расстояние до изображения S в линзе до центра линзы.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{2}{3F} = \frac{1}{3F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 3F \Rightarrow \text{объект}$$

3) Теперь рассмотрим оптическую систему "шаг":



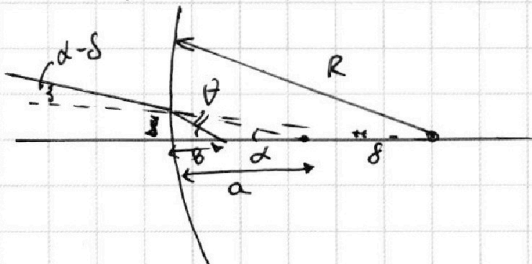
$$h = a \delta$$

$$\delta = n d$$

$$h = b d$$

$$a \delta = b d \Rightarrow b = \frac{na}{\text{где } n \text{ — коэффициент преломления}}$$

Если рассмотрим источник, находящийся 'внутри' шага:



$$a \alpha = h$$

$$\alpha - \delta = h \theta$$

$$\frac{h}{R} = \delta \Rightarrow \delta = \frac{a \alpha}{R}$$

$$h = b(\theta + \delta) = a \alpha$$

$$b \left(\frac{\alpha - \delta}{n} + \delta \right) = a \alpha$$

$$b \left(\alpha - (n+1) \delta \right) = n a \alpha$$

$$b \left(\alpha - (n+1) \frac{a \alpha}{R} \right) = n a \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b \cdot \left(1 - (h+1) \frac{a}{R}\right) = a$$

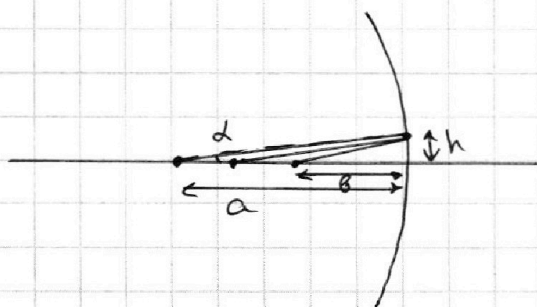
$$b \cdot (R - na - a) = Ra \Rightarrow b = \frac{Ra}{(R - na - a)}$$

$$b(\alpha + (h-1)s) = na \Rightarrow b\left(\alpha + (h-1)\frac{a}{R}\alpha\right) = na \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b\left(1 + (h-1)\frac{a}{R}\right) = a \Rightarrow$$

$$b = \frac{naR}{R + na - a} - \text{где первое упрощение}$$

Теперь рассмотрим на упрощение, которое создаст зейкаш:



$$\alpha a = h$$

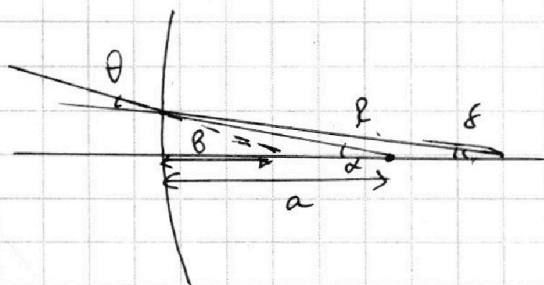
$$b\left(\alpha + 2\left(\frac{h}{R} - \alpha\right)\right) = h = \alpha a$$

$$b\left(\alpha + 2\frac{\alpha a}{R} - 2\alpha\right) = \alpha a$$

$$b\left(2\frac{a}{R} - 1\right) = a$$

$$b' = a' \left(\frac{R}{2a' - R} \right) - \text{упрощение, которое создаст зейкаш}$$

Теперь рассмотрим упрощение, которое создаст шар на выходе из себя:



$$\alpha a = h ; s = \frac{a}{R} \alpha$$

$$h(\alpha - s) = \theta$$

$$b(\theta + s) = a \alpha$$

$$b\left(n\alpha - n\frac{a}{R}\alpha + \frac{a}{R}\alpha\right) = a \alpha$$

$$b\left(n - n\frac{a}{R} + \frac{a}{R}\right) = a$$

$$b\left(\frac{nR - na + a}{R}\right) = a \Rightarrow b'' = \frac{a''R}{nR - na'' + a''} = \frac{a''R}{nR - (n-1)a''}$$

Теперь давайте сообразим всё вместе:

$$a = \frac{R}{2} \cdot \frac{F}{3} ; a' = 2R - b ; a'' = 2R - b' ; b'' = \left(\frac{3}{2} + \frac{F}{3} \right) \cdot \text{const}(n)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = \frac{n \frac{F}{3} R}{R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3}}$$

$$a' = 2R - \frac{n \frac{F}{3} R}{R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3}} = \frac{2R^2 + 2n \frac{F}{3} R - \frac{2}{3} FR - n \frac{F}{3} R}{R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3}} =$$

$$= \frac{2R^2 + n \frac{F}{3} R - \frac{2}{3} FR}{R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3}}$$

$$b' = a' \frac{R}{2a' - R} = \frac{2R^2 + n \frac{F}{3} R - \frac{2}{3} FR}{R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3}} \cdot \frac{R(R + n \frac{F}{3} - \frac{F}{3})}{4R^2 + \frac{2}{3} nFR - \frac{4}{3} FR - R^2 \frac{nFR + FR}{3}}$$

$$= \frac{(2R^2 + \frac{nFR}{3} - \frac{2}{3} FR) R}{3R^2 + \frac{nFR}{3} - FR}$$

$$a' = 2R - b' = \frac{6R^3 + \frac{2}{3} nFR^2 - 2FR^2 - 2R^3 - \frac{1}{3} nFR^2 + \frac{2}{3} FR^2}{3R^2 + \frac{nFR}{3} - FR} =$$

$$= \frac{4R^3 + \frac{nFR^2}{3} - \frac{4}{3} FR^2}{3R^2 + \frac{nFR}{3} - FR} = \frac{4R^2 + \frac{nFR}{3} - \frac{4}{3} FR}{3R + n \frac{F}{3} - F}$$

$$b'' = \frac{a' R}{nR - (n-1)a'} = \frac{(4R^2 + \frac{nFR}{3} - \frac{4}{3} FR) R}{nR(3R + n \frac{F}{3} - F) - (n-1)(4R^2 + \frac{nFR}{3} - \frac{4}{3} FR)} =$$

$$= \frac{4R^3 + \frac{nFR^2}{3} - \frac{4}{3} FR^2}{3nR^2 + n^2 \frac{FR}{3} - nFR - 4nR^2 + 4R^2 - \frac{n^2 FR}{3} + \frac{nFR}{3} + \frac{4}{3} nFR - \frac{4}{3} FR}$$

$$= \frac{4R^3 + \frac{nFR^2}{3} - \frac{4}{3} FR^2}{-nR^2 + nFR \frac{2}{3} - \frac{4}{3} FR + 4R^2}, \text{ если } b = \text{const} = K$$

$$4R^3 + \frac{nFR^2}{3} - \frac{4}{3} FR^2 = K (4R^2 - \frac{4}{3} FR + (FR \frac{2}{3} - R^2))$$

или умножим на n $\Rightarrow$

$$\frac{nFR^2}{3} = Kn (FR \frac{2}{3} - R^2) \Rightarrow \frac{FR}{3} = \frac{2FR}{3R} \quad R = \frac{F}{3} - \text{масса } R \text{ зависит от } n$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

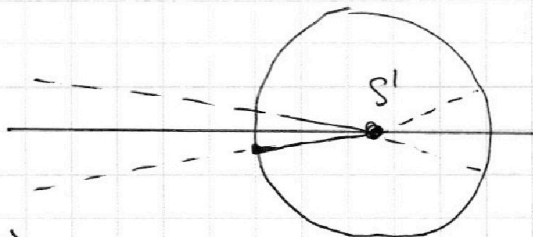
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \frac{F}{3}$$

Действительно, если $R = \frac{F}{3}$ то лучи, вышедшие в шар от S' ~~не~~ просто сначала выйдут $\uparrow \uparrow R \Rightarrow$ не преломится, а затем отразится от зеркала ~~и~~ не изменив свой угол, а потом выйдут дублированно отразившись от шара. а затем из того факта, что ход луча обратен, изображение системы снова содержится в центре.



Если подвинуть шар, то $b_1 = \frac{14}{3} F \Rightarrow a = \frac{5}{3} F$

Теперь подставим все в ~~несогласованную~~ формулы:

$$b = \frac{\frac{5}{3} n F \cdot \frac{1}{3} F}{\frac{F}{3} + n \frac{5}{3} F - \frac{5}{3} F} = \frac{5 n F^2}{\frac{5}{3} n F - \frac{4}{3} F}$$

$$a' = \frac{2}{3} F - \frac{5 n F}{\frac{5}{3} n - \frac{4}{3}} = \frac{\frac{15}{9} n F - \frac{8}{9} F - 5 n F}{\frac{5}{3} n - \frac{4}{3}} = \frac{-\frac{8}{9} - \frac{30}{9} n}{\frac{5}{3} n - \frac{4}{3}}$$

$$b' =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

