



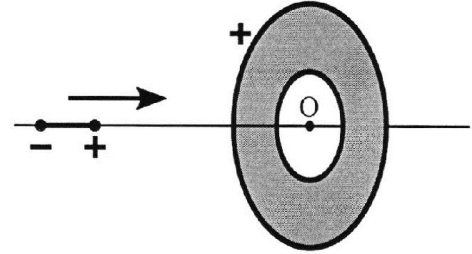
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

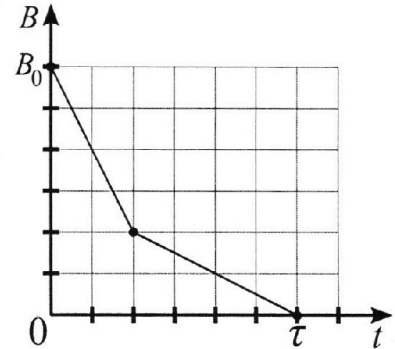
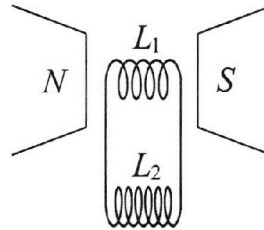


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $2V_0$.



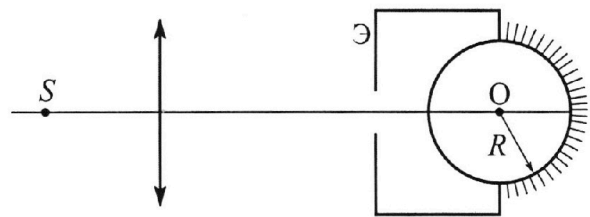
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 4L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,5F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8F/3$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 2F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

О отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



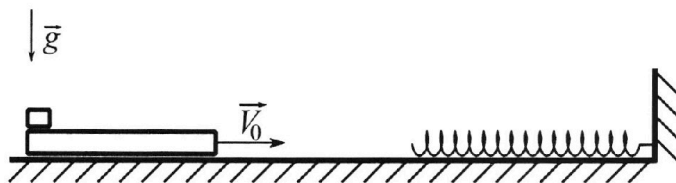
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 2$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 27$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

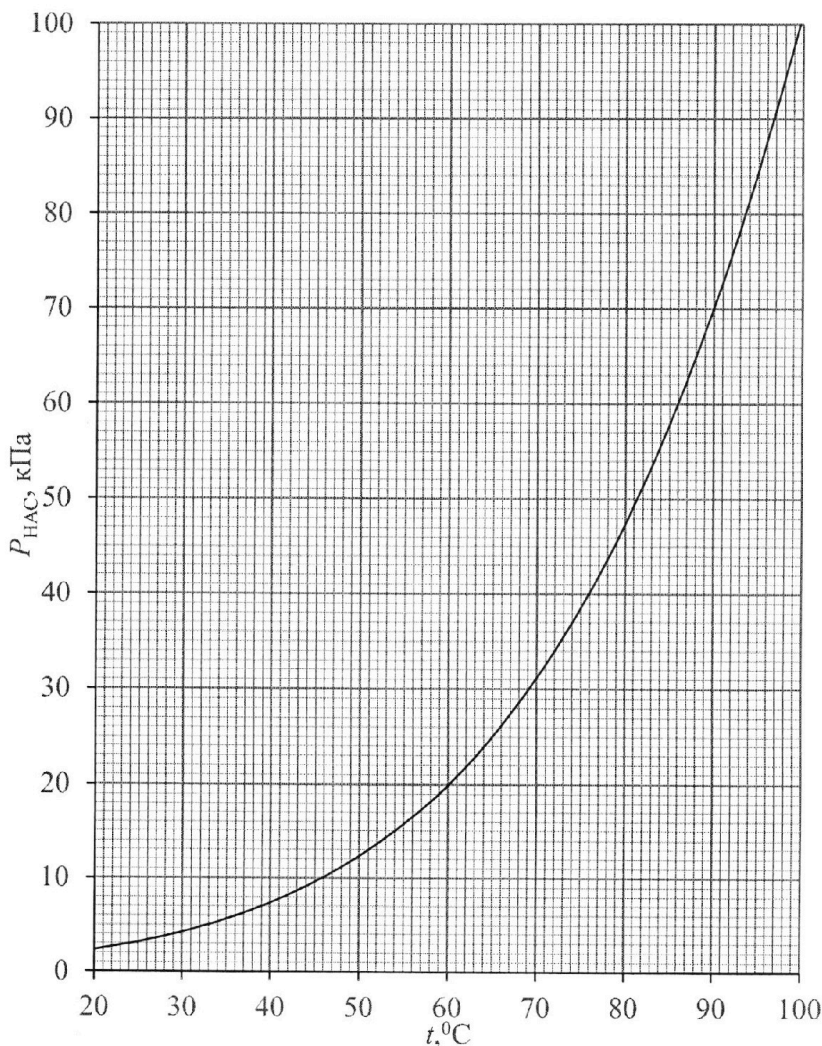


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 150$ кПа, температуре $t_0 = 86$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 2/3$ (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 46$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 86 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

О объёме жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = \frac{27}{2} \sqrt{\frac{22}{81}} = \frac{27}{2} \cdot \frac{\sqrt{22}}{9} = \boxed{\frac{3\sqrt{22}}{2} \text{ м/с}^2}$$

Ответ:

$$\Delta x_1 = \mu g \cdot \frac{M+m}{k} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \arccos\left(\frac{\mu g}{\omega_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}\right) = \frac{1}{6} \text{ с}$$

$$a_2 = \frac{k}{M} \sqrt{\omega_0^2 \frac{M}{k} \left(1 - \left(\frac{\mu g}{\omega_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)^2\right) + \left(\frac{\mu m g}{k}\right)^2} = \frac{3\sqrt{22}}{2} \text{ м/с}^2$$

$$a_2 = \frac{k}{M} \sqrt{U_0^2 \frac{M}{k} \left(1 - \left(\frac{\mu g}{U_0}\right)^2 \frac{M+m}{k}\right) + \left(\frac{\mu M g}{k}\right)^2} = \frac{27}{2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot \frac{2}{27} \left(1 - \left(\frac{0.3 \cdot 10}{2}\right)^2 \cdot \frac{27}{27}\right) + \left(\frac{0.3 \cdot 2 \cdot 10}{27}\right)^2}$$

$$a_2 = \frac{27}{2} \sqrt{\frac{8}{27} \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \frac{4}{81}} = \frac{27}{2} \sqrt{\frac{2}{9} + \frac{4}{81}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta x_1 = \mu g \cdot \frac{M+m}{k} = \left(0.3 \cdot 10 \right) \cdot \frac{2+1}{27} = \frac{9}{27} = \left[\frac{1}{3} \text{ м} \right]$$

2) Вернёмся к $\sin(\omega t_1) = \frac{\mu g}{\omega_0} \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}}$

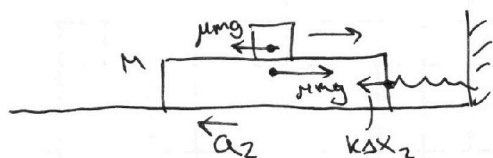
$$\sqrt{\frac{k}{M+m}} t_1 = \arcsin\left(\frac{\mu g}{\omega_0} \cdot \sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \arcsin\left(\frac{\mu g}{\omega_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}\right)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2+1}{27}} \cdot \arcsin\left(\frac{0.3 \cdot 10}{2} \cdot \sqrt{\frac{2+1}{27}}\right)^{1/3}$$

$$t_1 = \frac{1}{3} \text{ с} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \text{ с} \cdot \frac{\pi}{6} \approx \left[\frac{1}{6} \text{ с} \right]$$

3) После начала отн. движ. статич. трение только увел., поэтому неох. сила трения для поддерж. и вост. совм. движ. должна быть тоже больше. Но у Фор есть порог, который уже был преодолен, поэтому динамич. движ. до макс. и статич. и возврата происходит при движ. отн. доски вправо трение. $\Rightarrow$ сила тр. μmg , действ. на доску будет направ. влево



$$M a_2 = k \Delta x_2 - \mu m g$$

$$M \ddot{\Delta x}_2 = -k \Delta x_2 + \mu m g$$

уравне колеб.

$$\ddot{\Delta x}_2 + \left(\frac{k}{M}\right) \left(\Delta x_2 - \frac{\mu m g}{k}\right) = 0$$

$$\Delta x_2 = \frac{\mu m g}{k} + B \sin(\omega t) + C \cos(\omega t)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1
Дано:

$$\begin{aligned} M &= 2 \text{ кг} \\ m &= 1 \text{ кг} \\ v_0 &= 2 \text{ м/с} \\ k &= 27 \text{ Н/м} \\ \mu &= 0,3 \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \\ \pi &\approx 3 \end{aligned}$$

$$\Delta x_1 = ?$$

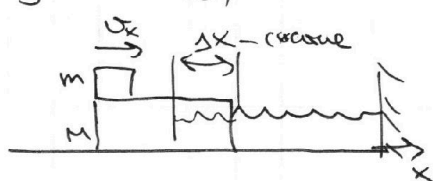
$$t_1 = ?$$

$$a_1 = ?$$

$$a_2$$

Решение:

1) До начала относ. движ. бруска и доски система представляет собой пружину. мажорит с жесткостью k и массой $M+m$ (так они движ. вместе)



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

$$\Delta x = A \sin(\omega_0 t)$$

$$\dot{\Delta x} = v_x$$

$$A \omega_0 \cos(\omega_0 t) = v_x \rightarrow \text{в мом. врем. } t=0$$

$$\dot{v}_x = a_x$$

$$A \sqrt{\frac{k}{M+m}} \cdot 1 = v_0$$

$$a_x = -A \omega_0^2 \sin(\omega_0 t)$$

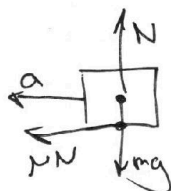
$$A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

в моме a направ. вверх

$$a = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \frac{k}{M+m} \sin(\omega_0 t)$$

$$a = v_0 \sqrt{\frac{k}{M+m}} \sin(\omega_0 t)$$

Примем укл. γ ~~бруска~~ бруска и доски одинак.



II за две гр. см. кот. отр. гв:

$$\mu N = ma, \quad N = mg$$

$$\mu mg = m v_0 \sqrt{\frac{k}{M+m}} \sin(\omega_0 t_1)$$

$$\sin(\omega_0 t_1) = \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}} = \mu g \cdot \frac{M+m}{k}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
24 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_{n1} \left(1 + \frac{p_{cbo}}{p_{no}} \right) = p_o$$

$$p_{n1} \left(1 + \frac{p_o - p_{no}}{p_{no}} \right) = p_o$$

$$p_{n1} \cdot \frac{p_o}{p_{no}} = p_o$$

$$\underline{p_{n1} = p_{no}} - \text{всегда до конг.}$$

и) т.е. конг. кажется когда

p_{no} сравняется с $p_{nac}(t^*)$

$$p_{nac}(t^*) = p_{no} = 40 \text{ кПа}$$

$$\boxed{t^* = 76^\circ\text{C}}$$

(из графика)

5) газовый пар будет оставаться насыщен., при температуре $t = 46^\circ\text{C}$

у него будет давление $p_z = p_{nac}(t) = 10 \text{ кПа}$ (из графика)

Тогда у оставш. сух. в-ка: $p_{cв2} = p_o - p_z$

Вспомогательная влажность (ϕ) - она важна и после конг. (график)

$$\frac{V_o}{V} = \frac{T_o p_{cв2}}{T p_{cbo}} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{V_o} = \frac{T}{T_o} \cdot \frac{p_{cbo}}{p_{cв2}}} = \boxed{\frac{T}{T_o} \cdot \frac{p_o - p_1}{p_o - p_z}}$$

$$\frac{V}{V_o} = \frac{46 + 273}{86 + 273} \cdot \frac{100 - 40}{100 - 10} = \frac{319}{359} \cdot \frac{11}{14} = \boxed{\frac{319 \cdot 11}{359 \cdot 14}}$$

~~$\frac{319 \cdot 11}{359 \cdot 14} \approx \frac{88}{126} = \frac{44}{63}$~~

$\approx \frac{319}{359} \cdot \frac{11}{14} = \frac{88}{126} = \frac{44}{63}$

Ответ: $p_1 = p_o \cdot p_{n1}(t_o) = 40 \text{ кПа}$

$$t^* = 76^\circ\text{C}$$

$$\frac{V}{V_o} = \frac{T}{T_o} \cdot \frac{p_o - p_1}{p_o - p_z} = \frac{319}{359} \cdot \frac{11}{14} \approx \frac{44}{63}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Дано:

$$t_0 = 86^\circ\text{C}$$

$$p_0 = 150 \text{ кПа}$$

$$\varphi_0 = \frac{2}{3}$$

$$t = 46^\circ\text{C}$$

$$\text{так } p_{\text{нас}}(t)$$

$$p_1 = ?$$

$$t^* = ?$$

$$\frac{V}{V_0} = ?$$

Решение:

$$1) \varphi_0 = \frac{p_n}{p_{n,0}} = \frac{p_1}{p_{n,0}(t_0)}$$

$$p_1 = \varphi_0 \cdot p_{n,0}(t_0) = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ кПа} = 40 \text{ кПа}$$

2) когда газ насыщенно окл. ~~давление б. сумм.~~
 когда не меняется, т.е. он как-то не меняется.
 напишем $\rightarrow p_{n,0} + p_{b,0} = p_0$, $p_{n,1} + p_{b,1} = p_0$
 Две сук. в-ва друг другу:

$$\left. \begin{aligned} p_{b,0} V_0 &= \nu_{b,0} R T_0 \\ p_{b,1} V_1 &= \nu_{b,1} R T_1 \end{aligned} \right\} \nu_{b,0} = \text{const}$$

$$\frac{p_{b,0} V_0}{p_{b,1} V_1} = \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow \frac{V_0}{V_1} = \frac{T_0 p_{b,1}}{T_1 p_{b,0}} (*)$$

Две пара до кр. наг:

$$\left. \begin{aligned} p_{n,0} V_0 &= \nu_{n,0} R T_0 \\ p_{n,1} V_1 &= \nu_{n,1} R T_1 \end{aligned} \right\} \nu_{n,0} = \text{const}$$

$$\frac{p_{n,0} V_0}{p_{n,1} V_1} = \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow \frac{p_{n,0}}{p_{n,1}} \cdot \frac{T_0 p_{b,1}}{T_1 p_{b,0}} = \frac{T_0}{T_1}$$

$$\frac{p_{n,0}}{p_{n,1}} = \frac{p_{b,0}}{p_{b,1}} \Rightarrow p_{b,1} = p_{b,0} \cdot \frac{p_{n,1}}{p_{n,0}}$$

$$3) \text{Т.о. } p_{n,1} + p_{b,1} = p_0 \Rightarrow p_{n,1} + p_{b,0} \cdot \frac{p_{n,1}}{p_{n,0}} = p_0$$



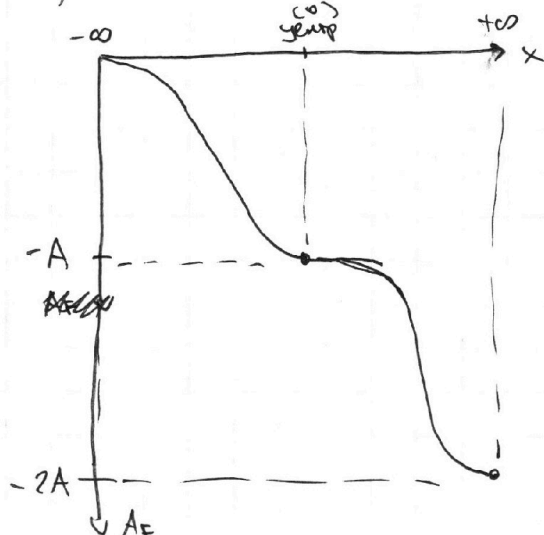
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) (см. рис A_F :



ЗСД где φ — мин с $U_{\min}$ нодх:

$$E_{\min \text{ нодх}} = 2A$$

$$\frac{mU_0^2}{2} = 2A$$

$$mU_0^2 = 4A \rightarrow 2A = \frac{mU_0^2}{2}$$

ЗСД где ~~нашего~~ ~~своего~~ ~~своего~~ с $2U_0$: (т.е. U_0 — кин. энерг.)

$$E_{\text{кин. нодх}} + A_F = E_{\text{кин.}}$$

$$\frac{m(2U_0)^2}{2} + A_F = \frac{mU^2}{2}$$

$$4mU_0^2 + 2A_F = mU^2$$

$$16A + 2A_F = mU^2$$

$\rightarrow$ Вспомогательная, U_0
max U на $-\infty$,
min — на $+\infty$,
(т.е. $A_F \downarrow$)
монот.

Обер: $U_y = U_0 \frac{\sqrt{14}}{2}$

$$U_{\max} - U_{\min} = (2 - \sqrt{3})U_0$$

3) где $U_{\text{центр}}$: $A_F = -A$

$$mU_y^2 = 16A - 2A = 14A$$

$$U_y^2 = 7 \cdot \frac{mU_0^2}{2}$$

$$U_y = U_0 \sqrt{\frac{7}{2}}$$

где $-\infty$: $U = 2U_0 = U_{\max}$

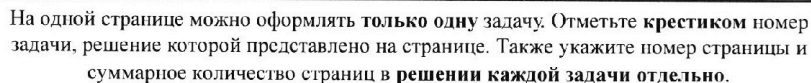
где $+\infty$: $A_F = -2A$

$$mU_{\min}^2 = 16A - 4A = 12A$$

$$U_{\min}^2 = 3U_0^2$$

$$U_{\min} = U_0 \sqrt{3}$$

$$U_{\max} - U_{\min} = (2 - \sqrt{3})U_0$$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NOB

Dano.

$$U_{\text{inner}} = 0$$

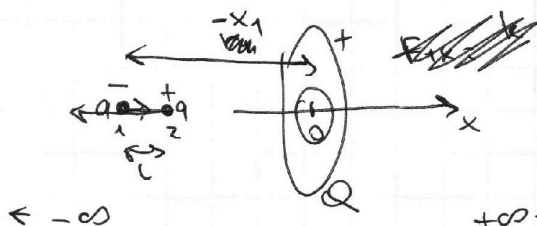
$$V_1 = 250$$

$$U_H = ?$$

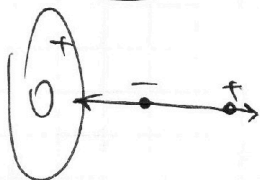
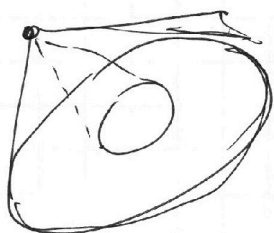
$U_{\max} - U_{\min} \approx ?$

Reverse.

1) Изменен, но Σ сила, действ. со стор. помощи на дитомъ вездѣ напр. вѣло, ~~и т.д.~~ ~~и т.д.~~ ~~и т.д.~~



континенту вблизи оси Ox или
эпиз. и-гу зарядов и показан
можно считать через телесный
+ос $\rightarrow$ угол, под которым видно кольцо
из точки заряда: $E_L = k\sigma\Omega$



Две группы, которые расн. только
 $\Omega \uparrow \Rightarrow F \uparrow \Rightarrow F \uparrow$

В случае, когда дуполь слева
сила напр. вверх. В случае, когда
дуполь справа — сила напр. вверх

Единств. играй, когда F отрицается
— центр поппа, так все свои игры
где $\oplus$ и где $\ominus$ равны.

Прямая — конструктивная сим. ос. м-та колеса, по ~~к-рой~~ передаточной силы при движении из ∞ к центру и при движении из центра в ∞ — равны (прямая и по закону тоже)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

4) Т-0.

$$q = \frac{n s_1}{s_L} \cdot \frac{2}{3} B_0 \tau$$

Ответ:

$$I_0 = \frac{n s_1 B_0}{s_L}$$

$$q = \frac{n s_1}{s_L} \cdot \frac{2}{3} B_0 \tau$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично изобр. должно попасть в журнал на вы. нов. в

$$C = R = \frac{F}{6}$$

$$\frac{30n}{30n-33} = \frac{F}{6}$$

$$30n = 30n - 33$$

$$0 \cdot n = 33$$

$$n \in \emptyset$$

$$C = 2R = \frac{F}{3}$$

$$\frac{30n}{30n-33} = \frac{F}{3}$$

$$15n = 30n - 33$$

$$15n = 33$$

$$\boxed{n = \frac{11}{5}}$$

Ответ: $R = \frac{F}{3} \rightarrow \begin{cases} n = \frac{270}{220} \\ n = \frac{270}{221} \end{cases}$

$$R = \frac{F}{6} \rightarrow n = \frac{11}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

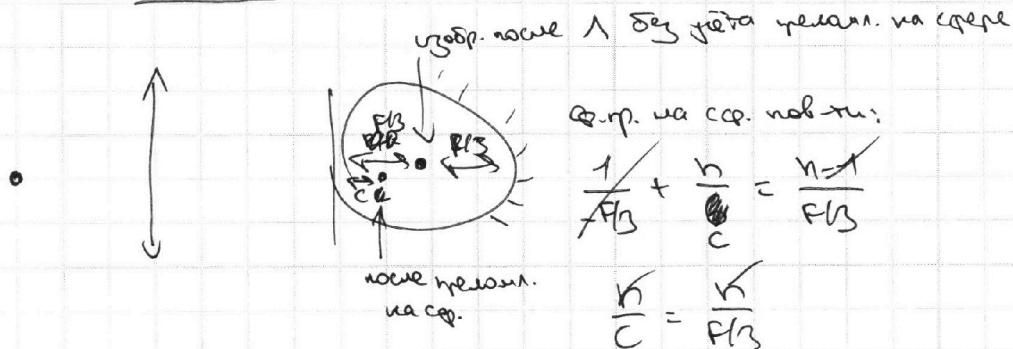
СТРАНИЦА

5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

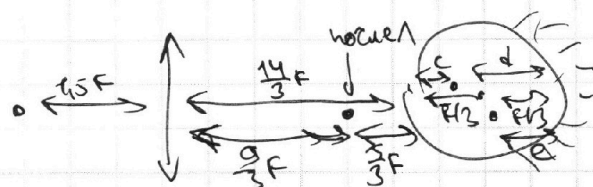
3) Теперь, когда мы знаем R , можем немн. считать n

Для $R = F/3$:



$$C = F/3 \text{ (такие!)}$$

переведем на $\Delta = 2F$: $b' = \frac{8}{3}F + 2F = \frac{14}{3}F$



Ф.р. для сф. пов-ти:

$$\frac{1}{\frac{14}{3}F} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/3}$$

$$\frac{3}{14F} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/3}$$

$$\frac{n}{C} = \frac{15n-18}{5F}$$

$$C = \frac{5F}{n} (15n-18)$$

$$d = 4R - C = \frac{2F}{3} - \frac{5F}{n} (15n-18) =$$

$$= \frac{2F}{3} - 25F + \frac{90F}{n} = \left(-\frac{73}{3} + \frac{90}{n} \right) F$$

Ф.сф. з-на:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{2}{R} = \frac{6}{F}$$

$$\frac{1}{e} = \frac{6}{F} - \frac{1}{F(-\frac{73}{3} + \frac{90}{n})}$$

~~и $e+C=2R$ (тк на сф. пов-ти когда сф. центр совпадает со сфер. центром)~~

и узобр. с должно попасть в узобр. $C \rightarrow$ это м.б. только в 2-х случаях



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

когда с попарает в центр шара либо когда с попарает на
вн. пов-ть шара

①

$$C = \cancel{R} R = \frac{F}{3}$$

$$\cancel{5F} \frac{5F}{n} (15n - 18) = \frac{F}{3}$$

$$75n - 90 = \frac{n}{3}$$

$$75n - \frac{n}{3} = 90 \quad | \cdot 3$$

$$\cancel{224} 224n = 270$$

$$n = \frac{270}{224}$$

②

$$C = 2R = \frac{2F}{3}$$

$$\cancel{5F} \frac{5F}{n} (15n - 18) = \frac{2F}{3}$$

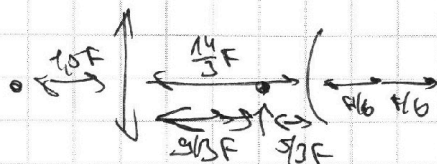
$$75n - 90 = \frac{2}{3}n$$

$$223n = 270$$

$$n = \frac{270}{223}$$

Это верно, т.к. если удар. нах-в какой-то
точке, а падает в другой, то мы мож.
поменять их местами и ничего не изменится
 $\Rightarrow$ пусть $\text{лет} \rightarrow \text{шар} \rightarrow \text{ср. пов.}$
и $\text{лет} \rightarrow \text{шар} \rightarrow \text{ср. пов-ть} \rightarrow \text{ср. з-ло}$
и удар. силы совпадет, если их. $\Rightarrow$ ш. верно

6) Для $R = F/6$:



м-р. ср. пов:

$$\frac{1}{5F} + \frac{n}{C} = \frac{n-1}{F/6}$$

$$\frac{2}{5F} + \frac{n}{C} = \frac{30n-30}{5F}$$

$$\frac{n}{C} = \frac{30n-33}{5F}$$

$$C = \frac{5Fn}{30n-33}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

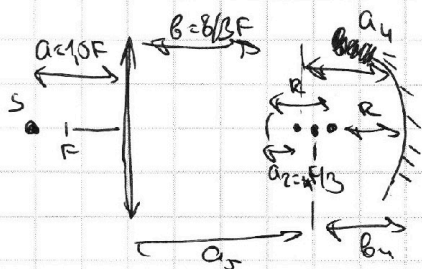
СТРАНИЦА

4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~5) Суммарное количество страниц~~

4) Так изображение совп. с изображением при любом n , то давайте для простоты возьмем $n=1$ (предполагая, что шар как бы нет)



$$a_2 = 2R - \frac{F}{3}$$

$$a_2 \cos 30^\circ = a_1$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{b_2} = \frac{2}{R} - \frac{1}{2R - \frac{F}{3}} = \frac{4R - \frac{2F}{3} - R}{R(2R - \frac{F}{3})}$$

$$b_2 = \frac{R(2R - \frac{F}{3})}{3R - \frac{2F}{3}}$$

$$a_5 = \frac{8}{3}F + 2R - b_2 = \frac{8}{3}F + 2R - \frac{R(2R - \frac{F}{3})}{3R - \frac{2F}{3}} = \frac{8FR + 6R^2 - \frac{16}{9}F^2 - \frac{4FR}{3}}{3R - \frac{2F}{3}} - 2R^2 + \frac{FR}{3}$$

$$a_5 = \frac{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2}{3R - \frac{2F}{3}}$$

т.е. т.е. ($b_5 = a_1 = 1/3 F$, так как изображение совп. с изобр. -)

$$\frac{1}{a_5} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{3R - \frac{2F}{3}}{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2} + \frac{2}{3F} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{3R - \frac{2F}{3}}{7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2} = \frac{1}{3F}$$

$$9FR - 2F^2 = 7FR + 4R^2 - \frac{16}{9}F^2$$

$$4R^2 - 2FR + \frac{2}{9}F^2 = 0$$

$$D_1 = \frac{16}{9}F^2 - \frac{8}{9}F^2 = \frac{F^2}{9}$$

$$R = \frac{F \pm \frac{F}{3}}{4}$$

$$\begin{cases} R = \frac{4F}{3} \\ R = \frac{2F}{6} \end{cases}$$

Оба корня подходят

$R = F/3$ даёт наименьшее изображение в центре шара, которое нех. само в себе у сф. з-ла

$R = 4F/3$ даёт изобр. в нап-ти шара, но. же само в себе нех. само в себе



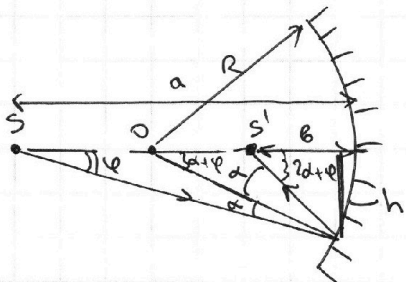
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Выведите формулу сфер. 3-ла: (ответ в паракс. прил.)



$$h = b(2\alpha + \varphi)$$

$$h = R(\alpha + \varphi)$$

$$h = a \cdot \varphi \rightarrow R(\alpha + \varphi) = a\varphi$$

$$\varphi = \frac{R\alpha}{a-R}$$

$$a\varphi = b \cdot 2\alpha + b \cdot \varphi$$

$$(a-b)\varphi = b \cdot 2\alpha$$

$$(a-b) \cdot \frac{R\alpha}{a-R} = b \cdot 2\alpha$$

$$Ra - Rb = 2ba - 2bR$$

$$Ra + Rb = 2ba \quad | : Rab$$

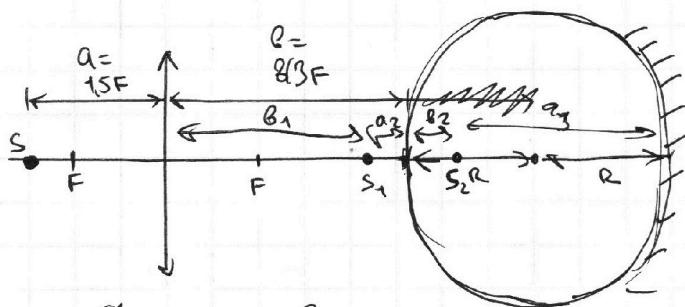
$$\left| \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R} \right|$$

опт. сила линз
используем D₃:

$$a \rightarrow \infty: \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

$$D_3 = \frac{2}{R}$$

3) Теперь к задаче:



ФТЛ:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{1.5F} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{2}{3F} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{b_1} = \frac{3}{3F} - \frac{2}{3F}$$

$$b_1 = 3F$$

$$a_2 = b - b_1 = \frac{8}{3}F - 3F = -\frac{F}{3}$$

Ф. Гр. на Св. Гов.

$$\frac{1}{a_2} + \frac{n}{b_2} = \frac{n-1}{R}$$

$$-\frac{3}{F} + \frac{n}{b_2} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow b_2 = \frac{n}{\frac{n-1}{R} + \frac{3}{F}}$$

~~Вывод: ...~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 7

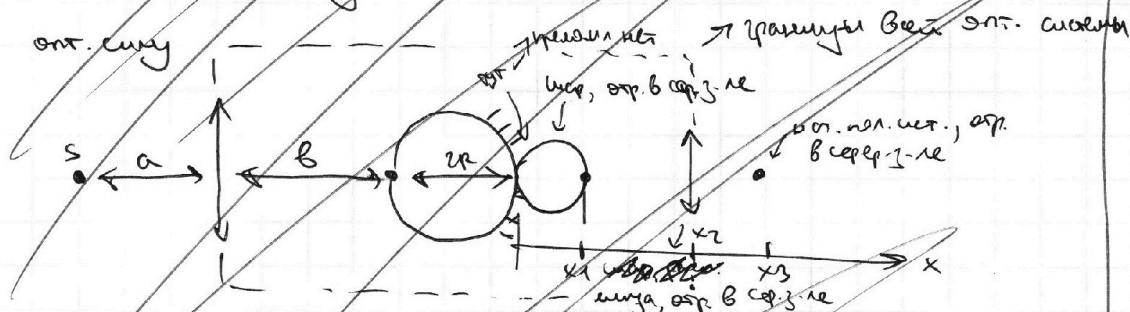
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Так как все зеркала параксимальны и система расположена на одной оси, мы можем представить ее для удобства как линза + шар, потом — линза + шар, ~~уже~~ трансформированные сфер. зеркалами, и далее сложить их опт. силы, получив общую опт. силу

$$D_3 = 2D - D_2 = 2D - \frac{n}{\frac{n-1}{2} + \frac{3}{R}} = 2D - \frac{(n-1)FR}{(n-1)F + 3R} = \frac{2RF(n-1) + 6R^2 - nFR}{(n-1)F + 3R}$$

$$D_3 = \frac{RF(n-2) + 6R^2}{(n-1)F + 3R} \quad \text{указ...}$$

4) Так как все зеркала параксимальны и система расположена на одной оси, мы можем представить ее для удобства как линза + шар, потом — линза + шар, ~~уже~~ трансформированные сфер. зеркалами, и далее сложить их опт. силы, получив общую опт. силу



Ф.сф.з.на:

$$\frac{1}{2R} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{x_1} = \frac{2}{R} - \frac{1}{2R}$$

$$\frac{1}{x_1} = \frac{3}{2R}$$

$$x_1 = \frac{2R}{3}$$

Новый
рад.шара

$$\frac{1}{2R+b} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{x_2} = \frac{2R(2R+b) - R}{R(2R+b)}$$

$$\frac{1}{x_2} = \frac{4R+2b-R}{R(2R+b)}$$

$$x_2 = \frac{R(2R+b)}{3R+2b}$$

$$\frac{1}{2R+a+b} + \frac{1}{x_3} = \frac{2}{R}$$

$$x_3 = \frac{R(2R+a+b)}{3R+2a+2b}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано:

$$a = 1.5F$$

$$\beta = \frac{8F}{3}$$

$$\Delta = 2F$$

$$R = ?$$

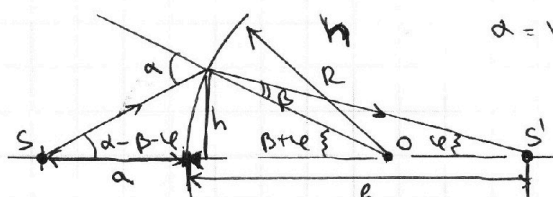
$$h = ?$$

Решение:

1) Выведем формулу преломления на сфере кривизны:

3-й Енелиуса: $n \sin \alpha = n' \sin \beta$, где $\alpha, \beta \ll 1$:

$$\alpha = n \beta \quad (\text{паракс. прикл.})$$



$$h = a \cdot (\alpha - \beta - \varphi) \quad (\text{tg вводим, по углу в паракс. прикл.})$$

$$h = R(\beta + \varphi)$$

$$h = b\varphi \quad \Rightarrow \quad b\varphi = R\beta + R\varphi$$

$$\varphi = \frac{R}{b-R} \beta$$

$$b\varphi = a\alpha - a\beta - a\varphi$$

$$(b+a)\varphi = a\alpha - a\beta$$

$$\frac{R}{b-R} (b+a) \beta = a\alpha - a\beta$$

$$\frac{R}{b-R} (b+a) \cdot n\beta = n\beta \cdot a - a\beta$$

$$\frac{R(b+a)}{b-R} = a(n-1)$$

$$Rb + Ra = (ab - aR)(n-1)$$

$$Rb + Ra = (ab - aR)n - ab + aR$$

$$Rb - ab(n-1) = -aR \cdot n \quad | :(-Rab)$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{R}(n-1) = -\frac{n}{b} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{R}}$$

опт. для такой системы
 в пр. сторону: $a = \infty$

$$D_1 = \frac{n}{F_1} = \frac{n-1}{R}$$

$$D_1 = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{R}$$

в opp. сторону: $b = \infty$

$$D_2: \frac{1}{F_2} = \frac{n-1}{R}$$

$$D_2 = \frac{n-1}{R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

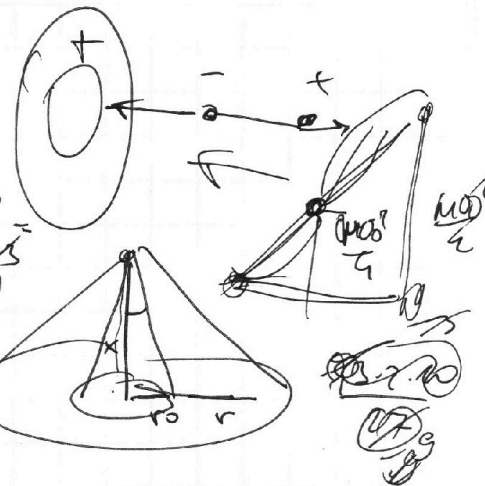
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

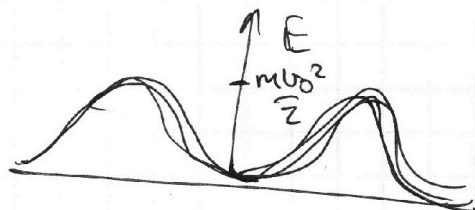
$$\begin{array}{r} 319 \\ -27 \\ \hline 99 \\ -99 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 29 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 359 \\ -28 \\ \hline 79 \\ -70 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ 25 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$B = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



$$(R^2 - x^2)(x + r^2)^{3/2} = (x^2 + r^2)(x + R^2)^{3/2}$$



$$\varphi = \frac{k \sigma \cdot 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$\varphi = \int \frac{k \sigma \cdot 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = k \sigma \pi \int \frac{d(r^2 + x^2)}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$\varphi = 2k \sigma \pi \sqrt{x^2 + r^2} \Big|_{r_1}^{r_2}$$

$$\varphi = 2k \sigma \pi (\sqrt{x^2 + r_2^2} - \sqrt{x^2 + r_1^2})$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2k \sigma \pi \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + r_2^2}} \cdot 2x - \frac{1}{\sqrt{x^2 + r_1^2}} \cdot 2x \right) = 2k \sigma \pi \cdot x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + r_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + r_1^2}} \right)$$

$$E_{\text{min}} = 2k \sigma \pi q l \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r_2^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_1^2}} \right)$$

$$E_{\text{min}}' = 2k \sigma \pi q l \left(\frac{\sqrt{x^2 + r_2^2} - x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + r_2^2}} \cdot 2x}{x^2 + r_2^2} - \frac{\sqrt{x^2 + r_1^2} - x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + r_1^2}} \cdot 2x}{x^2 + r_1^2} \right)$$

F/3
F/6

$$\frac{x^2 + r_2^2 - 2x^2}{(x^2 + r_2^2)^{3/2}} - \frac{x^2 + r_1^2 - 2x^2}{(x^2 + r_1^2)^{3/2}} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано:

$$U_{\min}^{(\text{неох})} = 0$$

$$U_1 = 250$$

$$U_y = ?$$

$$U_{\max} - U_{\min} = ?$$

Решение:

1) На ~~большом~~ удалении от ~~кольца~~ ^{кольца} энергия динора (эл.) равна 0, т.к. там пренебрежимо мало

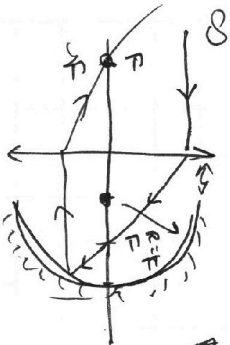
В центре ^{эл.} кольца энергия динора тоже равна 0:



+ и - заряды расп. симм. эл.

Кольца $\Rightarrow$ по модулю их энергия диноров, но они входят с разными знаками, поэтому уравниваются и дают 0

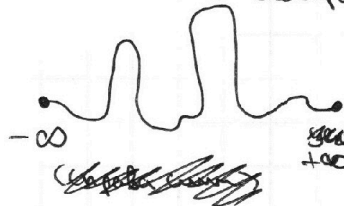
1A X A



$\pi/4$
 $\pi/2$
 $\pi/4$
 $\pi/6$

Созв., между этими двумя (с одн. стр.) точками - ∞ и центром кольца есть хотя бы один максимум энергии, т.к. $U_{\min}^{(\text{неох})} > 0$

Вспомогательный этот



В графическом смысле $U_{\min}^{(\text{неох})}$ динора это максимум

~~равна~~ ^{равна} пот. энергии динора (т.к. вся кин. энергия переходит)

а именно E в центре и на этом макс. динора развернется

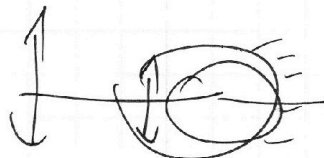
Поэтому т.к. $E_{\text{эл. в центре}} = 0$ (на ∞), то

$$E_{\max}^{\text{эл.}} = \frac{mU_0^2}{2}$$

ЗСЭ:

$$E_{\text{эл.}}^0 + E_{\text{кин.}} \cdot y = E_{\text{эл.}}^0 + E_{\text{кин.}}^{\infty}$$

$$\frac{mU_y^2}{2} = \frac{mU_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{U_y = U_0}$$



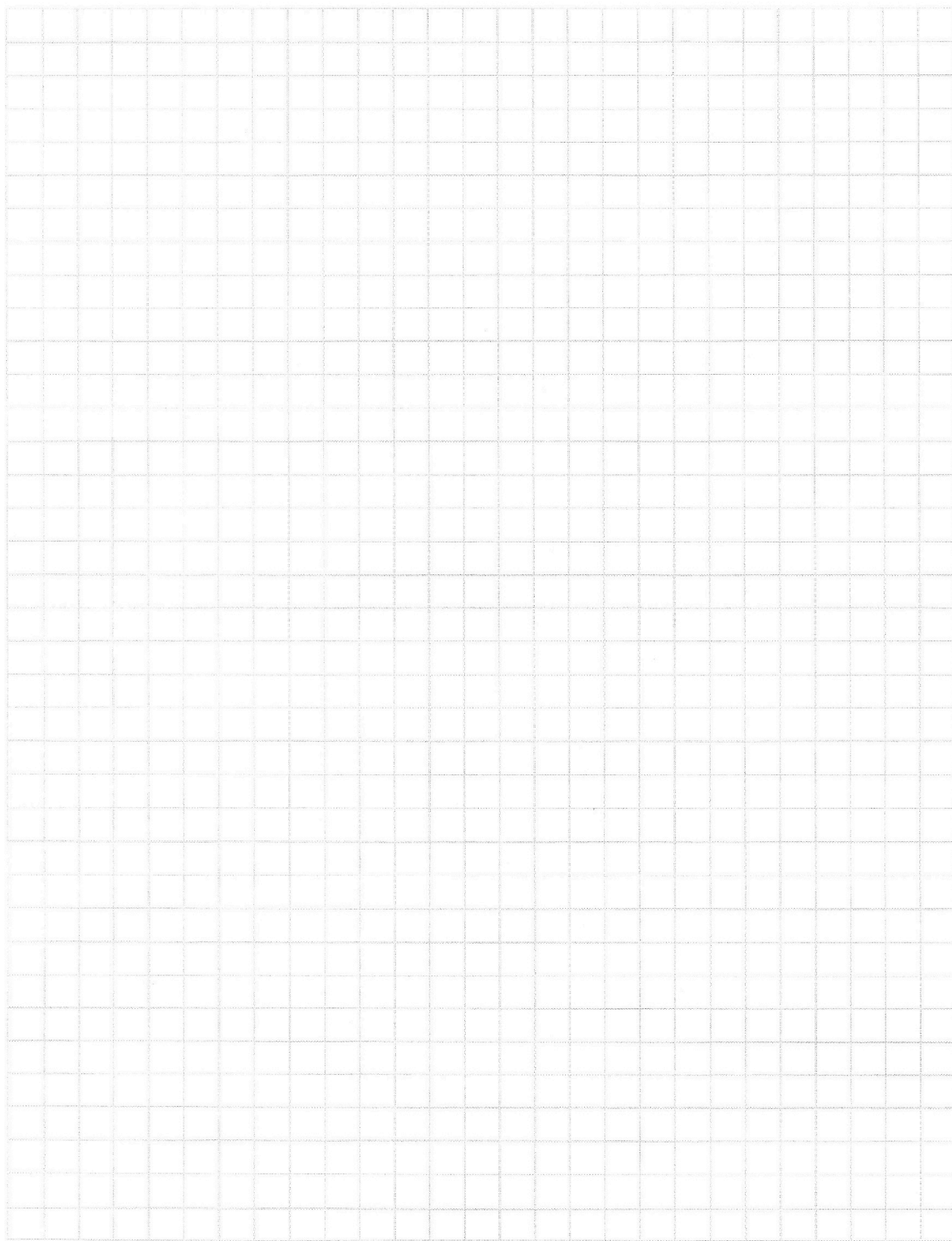


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





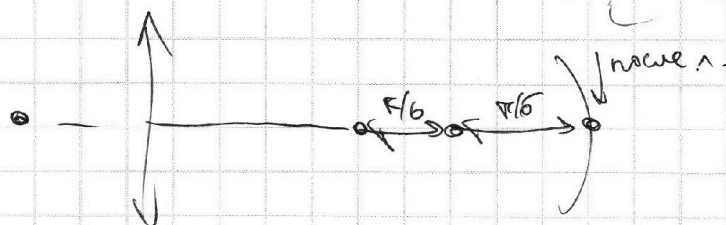
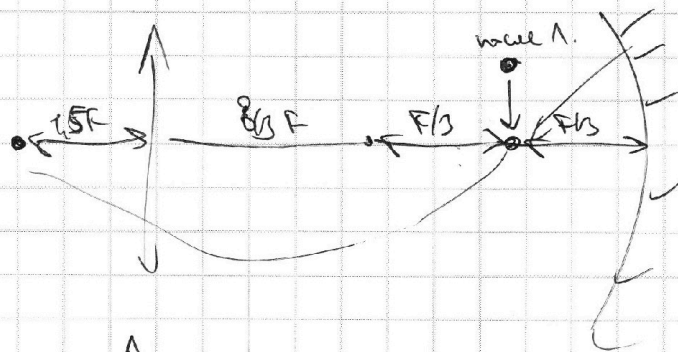
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ из __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

