



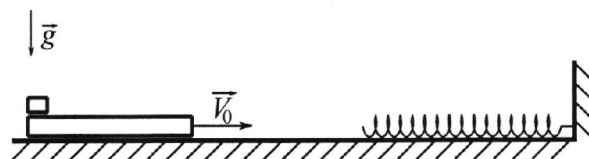
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. ^{брусок} Пружина и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

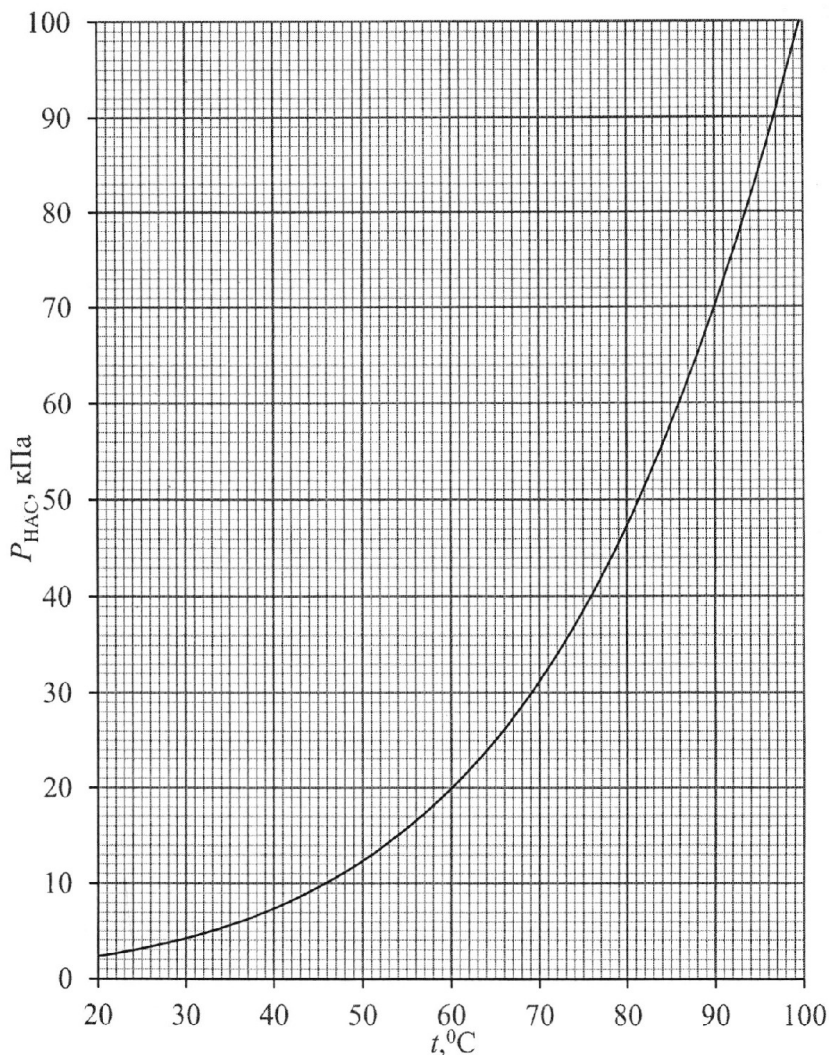


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





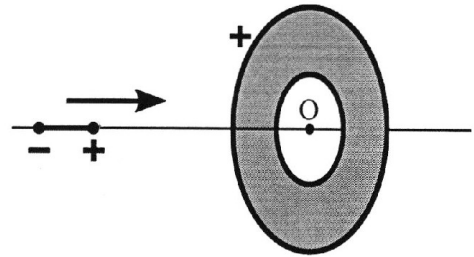
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

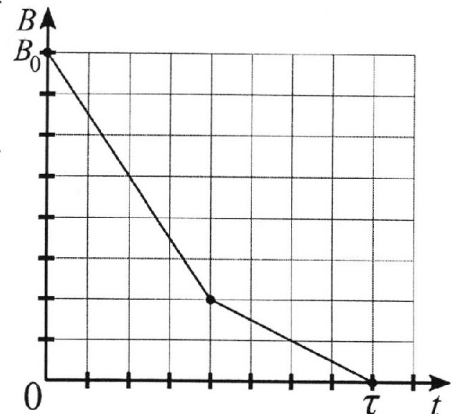
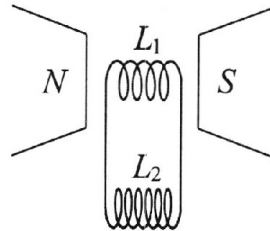


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



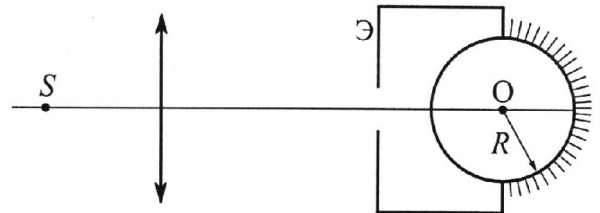
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



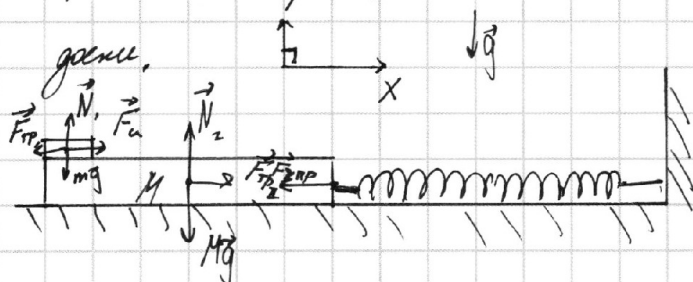
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Схема системы состоит с доской. П.к. после контакта с пружиной доска движется с ускорением, эта система не будет инерциальной. Возникнет сила инерции $\vec{F}_i = -m\vec{a}$, где a - ускорение



$$|\vec{F}_{tr}| = |\vec{F}_{tr}| \text{ по III з.П.}$$

По II закону Ньютона:

$$M\vec{a} = \vec{N}_2 + M\vec{g} + \vec{F}_{tr} + \vec{F}_{spr}$$

$$x: -M\vec{a} = -F_{tr} + Mg + kx \Rightarrow a = \frac{kx - \mu mg}{M}$$

Относительное движение бруса и доски начнется тогда, когда сила инерции будет равна по модулю силе трения скольжения бруса:

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg = ma \Rightarrow \mu g = a \Rightarrow \mu g = \frac{kx - \mu mg}{M} \Rightarrow x = \frac{\mu(M+1)g}{k}$$

Не учитывая потерь энергии при трении, из ЗСЭ найдем максимальное статическое удлинение A :

$$\frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

$$\mu mg = \frac{m}{M} (kx - \mu mg) \Rightarrow \Delta x = \frac{\mu Mg + \mu mg}{k} = \frac{(M+m)\mu g}{k} = \frac{1}{4} \text{ м}$$

В начале движения брус относительно доски движется ^{искусственно} совершает гармонические колебания как пружинный маятник. Найдем амплитуду X_{max} колебаний из ЗСЭ:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{kX^2}{2} \Rightarrow X = v_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ м}$$

$$X(t) = X \sin \omega t; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 2\sqrt{3} \text{ с}^{-1}; \quad \text{пусть } \tau - \text{временное время с начала движения пружины до начала максимального движения груза и доски, тогда:}$$

$$\Delta X = X \sin \omega \tau \Rightarrow \sin \omega \tau = \frac{\Delta X}{X} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \omega \tau = \frac{\pi}{3} \approx 1 \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ с}$$

Ускорение доски $a = -\frac{k\Delta X}{M} + \frac{1}{2}g \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ddot{X} = -\frac{kx}{M} + \frac{1}{2}g = -\frac{k}{M} \left(X - \frac{\mu Mg}{2k} \right) = -\frac{k}{M} X^* \Rightarrow X^* = X - \frac{\mu Mg}{2k}$$

$$\ddot{X}^* = \ddot{X}$$

$$\Rightarrow \ddot{X}^* + \frac{k}{M} X^* = 0 \quad \text{— мы хотим рассмотреть такую "мнимую" пружину, которая для нахождения$$

каждым образом v_0 доски в момент τ : $X_{\max} = X^* + \frac{\mu Mg}{2k}$

$$\frac{(M+m)v_0^2}{2} = \frac{k\Delta X^2}{2} + \frac{(M+m)v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \text{ м/с} = \dot{X}_0^*$$

где X^* — амплитуда колебаний "мнимого" маятника, из которого можно найти ускорение в момент макс. скорости.

в момент $\tau \quad a = 3 \text{ м/с}^2 = \ddot{X}_0^*; \quad X_0^* = \Delta X - \frac{\mu Mg}{2k} = \frac{1}{6} \text{ м}$

$$\frac{M\dot{X}_0^2}{2} + \frac{kX_0^2}{2} = \frac{kX^2}{2} \Rightarrow X^* = \frac{\sqrt{6}}{12} \text{ м} \Rightarrow X_{\max} = X^* + \frac{\mu Mg}{2k} = \frac{1+\sqrt{6}}{12} \text{ м}$$

~~Ответ: 1) $\Delta X = \frac{1}{4} \text{ м}$; 2) $\tau = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ с}$; 3) $a_{\max} = \frac{3+3\sqrt{6}}{2} \text{ м/с}^2$~~

$$|a_{\max}| = |\ddot{X}^*| = \frac{k}{M} X^* = \frac{3+3\sqrt{6}}{2} \text{ м/с}^2$$

Ответ: 1) $\Delta X = \frac{1}{4} \text{ м}$; 2) $\tau = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ с}$; 3) $a_{\max} = \frac{3+3\sqrt{6}}{2} \text{ м/с}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Для насыщенного пара v, v' , м.е.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{v'}{v_1}$$

$$\frac{(p_1 + p_0) v}{(p_1 + p_0) v_0} = \frac{(v_1' + v_1)}{(v_1' + v_0)} \cdot \frac{RT_1}{RT_0}$$

Ответ: 1) $p_1 = \frac{91}{3} \text{ кПа}$; 2) $t^* = 60^\circ\text{C}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из графика находим, что давление насыщенного водяного пара при 97°C будет равно $p_{\text{но}} = 91 \text{ кПа} \Rightarrow p_1 = \varphi \cdot p_{\text{но}} = \frac{91}{3} \text{ кПа}$

По уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$(p_1 + p_0) V_0 = (V_1 + V_0) R T_0$$

Заметим, что сумма парциальных давлений водяного пара и воздуха всегда должна уравновешивать сумму атмосферного давления и избыточного давления, создаваемого всасом поршня, т.е. $p_1 + p_0 = \text{const}$.

Пусть абсолютная температура изменилась в k раз, тогда объем смеси также изменился в k раз, т.е. имеем:

$$p_1 V_0 = V_1 R T_0 \Rightarrow p_1^* V_0 \cdot k = V_1 R T_0 \cdot k \Rightarrow p_1^* V_0 = V_1 R T_0 = p_1 V_0 \Rightarrow p_1^* = p_1 = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_0 = \text{const}$$

Т.е., пока водяной пар не начал конденсироваться, его ^{парциальное} давление остается постоянным.

Это значит, что пар начнет конденсироваться при такой температуре t^* , при которой его парциальное давление p_1 сравняется с давлением насыщенного пара $p_{\text{н}}$ при температуре t^*

По графику видно, что $t^* \approx 60^\circ\text{C}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В катушке будет создаваться ЭДС индукции $|E_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = S \frac{dB}{dt} = nS|B|$, т.к. катушка L , намотанная в n витков на внешнем ^{магнитном} поле.

В катушке будет возникать Э. ток, изменение которого создаёт ЭДС самоиндукции $E_L = (L + 3L)I = 4LI$ в катушке, тогда $|E_i| = E_L$ (1)

Заметим, что т.к. индукция внешнего магнитного поля постоянно уменьшается, величина E_i будет иметь постоянный знак, $E_i < 0$

$$(1) \Rightarrow nS|B| = -nS\dot{B} = 4LI \Rightarrow \dot{I} = -\frac{nS\dot{B}}{4L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dI = -\frac{nS\dot{B}}{4L} \Rightarrow I_0 = \int_0^I dI = \int_{B_0}^0 -\frac{nS}{4L} dB = -\frac{nS}{4L} B \Big|_{B_0}^0 = \frac{nS B_0}{4L}$$

Пусть q - заряд, прошедший через катушку L , с момента начала выключения внешнего поля, а Q - заряд, прошедший за всё время выключения.

$$I = \dot{q} \Rightarrow I dt = dq \Rightarrow Q = \int_0^Q dq = \int_0^I I dt$$

$$\text{т.к. } I(t) = \int_0^{B(t)} dI = \int_{B_0}^{B(t)} -\frac{nS}{4L} dB = -\frac{nS}{4L} (B_0 - B(t)), \text{ то:}$$

$$Q = \frac{nS}{4L} \int_0^I B_0 - B(t) dt = \frac{nS B_0 I}{4L} - \frac{nS}{4L} \int_0^I B(t) dt$$

Заметим, что $\int_0^I B(t) dt$ численно равен площади под графиком $B(t)$, тогда:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\int_0^T B(t) dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} B_0 \cdot \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} B_0 \cdot \frac{T}{2} + \frac{2}{8} B_0 \cdot \frac{T}{2} = \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} \right) B_0 T = \frac{3}{8} B_0 T$$

$$Q = \frac{n S_1}{4L} B_0 T \left(1 - \frac{3}{8} \right) = \frac{5 n S_1 B_0 T}{32 L}$$

$$\text{Answer: } I = \frac{n S_1 B_0}{4L}; \quad Q = \frac{5 n S_1 B_0 T}{32 L}$$



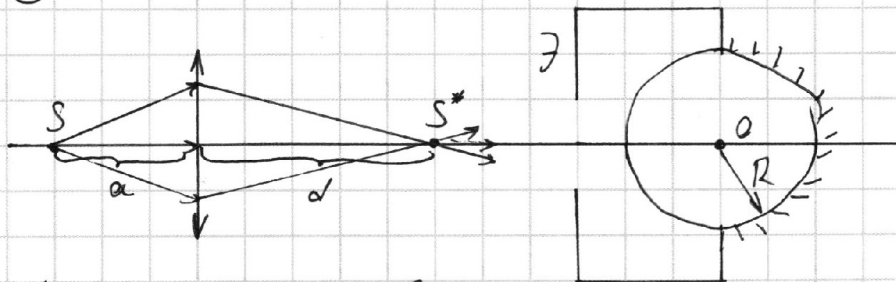
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

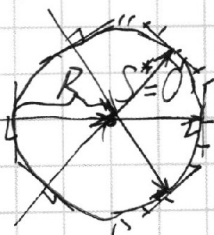
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем расстояние от центра линзы до объекта источника S
 S^*



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{d} \Rightarrow d = \frac{aF}{a-F} = 11F$$

Если шар расположен на расстоянии $b = 10,5F$ от центра линзы, то лучи не будут зависеть от показателя преломления шара. Такая ситуация возможна и только тогда, когда все лучи падают на шар перпендикулярно его поверхности, т.е. В этом случае S^* будет совпадать с O



лучи будут ~~идеально~~ падать на зеркало под углом 0° , то "развернут" на 180° , после чего они вновь пересекутся в S

$$b + R = 11F \Rightarrow R = 11F - 10,5F = \frac{1}{2}F$$

При малых углах падения света на шар справедливо следующее приближенное закона Снеллиуса: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\alpha}{\beta}$, т.к. $\sin \alpha \approx \alpha$, тогда:

$$\frac{\alpha}{\beta} \approx n, \text{ где } n - \text{показатель преломления шара}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

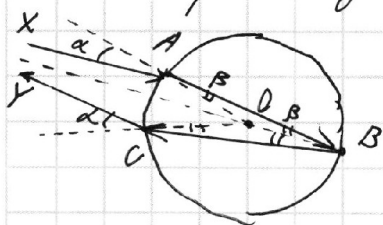
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

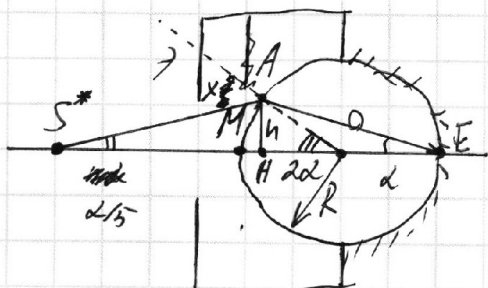
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ход луча через шар:



Заметим, что ход луча симметричен относительно прямой BO , а значит, что если $XA \neq YC$, то XA и YC пересекутся на прямой OB .

Чтобы ~~лучи~~ изображение совпало с действительным, каждый луч должен пересекать сам с собой в S^* , это означает, что все лучи, падающие на зеркало в одну единственную точку E - наиболее удаленную от центра линзы точку шара (здесь и далее речь идет о лучах, падающих на шар под малым углом).



$$S^*M = b + \Delta - d = 16F - HF = 5F$$

Пусть $\angle AEM = \alpha$, тогда $\angle AOM = 2\alpha$

$$d \approx \sin \alpha \approx \frac{h}{2R} = \frac{h}{F}; \quad \tan \alpha \approx \alpha, \text{ если } \alpha \ll 1$$

$$\angle ASH \approx \frac{h}{5F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ASH \approx \frac{\alpha}{5}$$

$$\angle OAS^* = \pi - 2\alpha - \frac{\alpha}{5}$$

$$x = \pi - \angle OAS^* = 2\alpha + \frac{\alpha}{5} = \frac{11}{5} \alpha$$

$$n = \frac{x}{\alpha} = \frac{11}{5}$$

$$\text{Ответ: } R = \frac{1}{2} F; \quad n = \frac{11}{5}$$

