Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

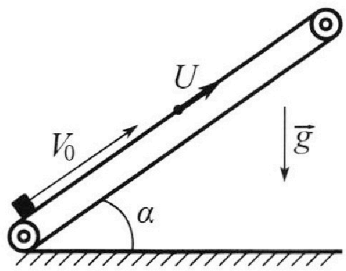
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча. $10\sqrt{2}$ м/с

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка? 16см,

Ус корение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



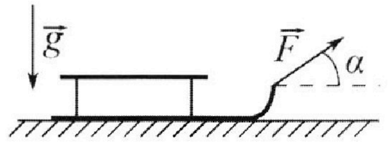
1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.). 1,96см

2) Через какое вр емя T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с? 0,5с; 1,5с

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

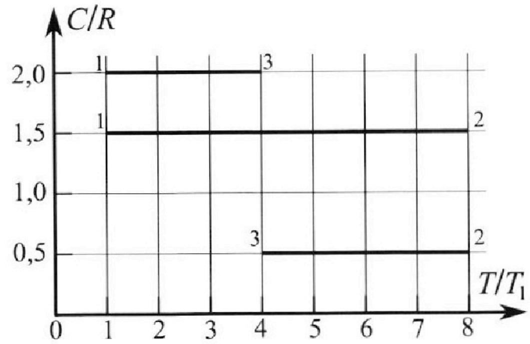
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

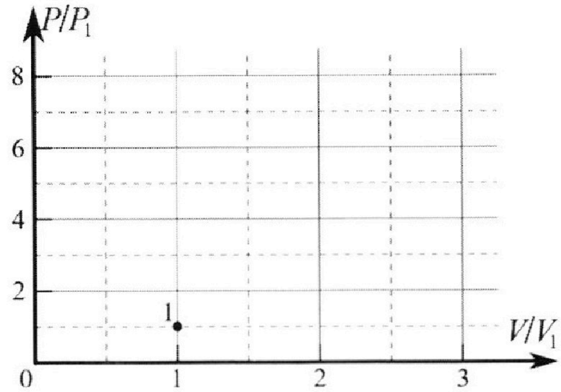
Вариант 10-02

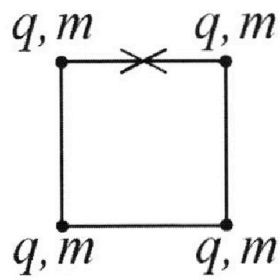
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
2) Найдите КПД η цикла.
3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.





5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.

1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Эл ектрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

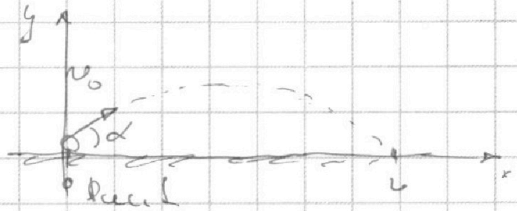
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) На рисунке 1 представлена траектория движения мяча.



По 2-му з-ну Ньютона:

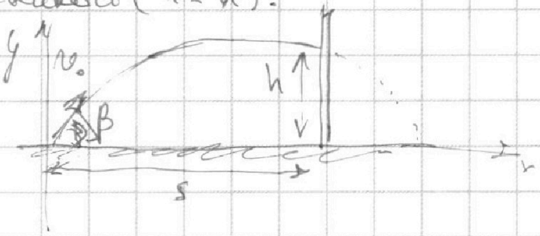
OY: ~~mg~~ $= ma_y \Rightarrow a_y = -g$. То есть мяч движется под ускорением g, направленным вниз.

OY: $v_0 \sin\alpha = g\frac{t}{2} \to t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$, где t - время полёта.

OX: $L = v_0 \cos\alpha\, t = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{20м \cdot 10 м/с^2}{\sin(2\cdot 45°)}} = \sqrt{200}\ м/с = 10\sqrt{2}\ м/с.$$

2) h - высота соударения со стенкой ($h \le H$).



OX: (τ - время до столкновения со стенкой)

$s = v_0 \cos\beta\, \tau \to \tau = \frac{s}{v_0 \cos\beta}$

OY: $h = v_0 \sin\beta\, \tau - \frac{g\tau^2}{2}$

$h = v_0 \sin\beta \cdot \frac{s}{v_0 \cos\beta} - g\cdot\frac{s^2}{2v_0^2 \cos^2\beta}$

$h = s\cdot tg\beta - \frac{gs^2}{2v_0^2 \cos^2\beta}$ $\qquad$ ($1 + tg^2\beta = \frac{1}{\cos^2\beta}$)

$h = s\cdot tg\beta - \frac{gs^2}{2v_0^2} - \frac{gs^2}{2v_0^2}\cdot tg^2\beta$

Рассмотрим случай $h = H$.

$tg^2\beta \cdot \frac{gs^2}{2v_0^2} - tg\beta\cdot s + H + \frac{gs^2}{2v_0^2} = 0$

Так как нам нужно наибольшее значение H, $D = 0$ (относительно $tg\beta$)

$D = s^2 - 4\left(H + \frac{gs^2}{2v_0^2}\right)\frac{gs^2}{2v_0^2} = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$s^2 - 4\left(h + \frac{gs^2}{2v_0^2}\right)\frac{gs^2}{2v_0^2} = 0$$

$$s^2 - \frac{4hgs^2}{2v_0^2} - \frac{4g^2s^4}{4v_0^4} = 0$$

$$s^2 - \frac{2hgs^2}{v_0^2} - \frac{g^2s^4}{v_0^4} = 0 \quad \Big|: s^2$$

~~Запишем в виде квадратного уравнения относительно s^2:~~

$$\cancel{\frac{s^4 g^2}{v_0^4}} \qquad 1 - \frac{2hg}{v_0^2} - \frac{g^2s^2}{v_0^4} = 0$$

$$s^2 = \left(1 - \frac{2hg}{v_0^2}\right)\cdot\frac{v_0^4}{g^2} = \frac{v_0^4}{g^2} - \frac{2hv_0^2}{g}$$

$$s = \sqrt{\frac{v_0^4}{g^2} - \frac{2hv_0^2}{g}} = \sqrt{\frac{(10\sqrt{2}\ м/с)^4}{(10\ м/с^2)^2} - \frac{2\cdot 3{,}6\ м\cdot(10\sqrt{2}\ м/с)^2}{10\ м/с^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{40000}{100} - \frac{2\cdot 3{,}6\cdot 200}{10}}\ м = \sqrt{400-144}\ м = 16\ м.$$

Ответ: 1) $10\sqrt{2}$ м/с; 2) 16 м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим первый отрезок (рис.1).

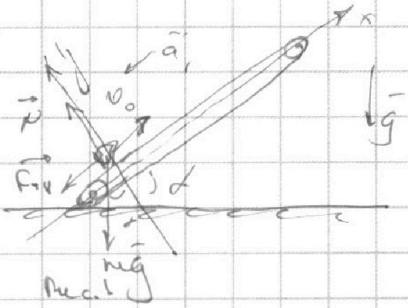


Рис.1

Второй закон Ньютона:

$\vec{N} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} = m\vec{a}$,

OY: $N - mg\cdot\cos\alpha = 0$

$N = mg\cos\alpha$

Во время движения $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

OX: $-F_{тр} - mg\cdot\sin\alpha = -ma_1$

$\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma_1$

$a_1 = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 10\,м/с^2\cdot(0,5\cdot0,8+0,6) = 10\,м/с^2$

Найдём, через какое время коробка остановится:

OX: $v_0 - a_1 t_{ост} = 0$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0,6^2} = 0,8$

$t_{ост} = \frac{v_0}{a_1} = \frac{v_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$

$t_{ост} = \frac{6\,м/с}{10\,м/с^2\cdot(0,5\cdot0,8+0,6)} = \frac{6\,м/с}{10\,м/с^2\cdot 1} = 0,6\,с$

$t_{ост} < T$ => остановившись, тело начнёт двигаться вниз.

Тогда $S = S_1 + S_2$, где S_1 – путь до остановки,
S_2 – путь после остановки

При скольжении вниз (рис. 2).
(предполагаем, что тело поедет вниз).

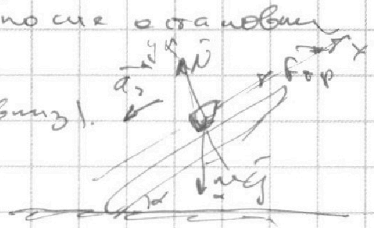


Рис.2

Второй з-н Ньютона:

$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_2$

OY: $N = mg\cos\alpha$, во время движения $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

OX: $F_{тр} - mg\cdot\sin\alpha = -ma_2$

$\mu \cancel{m}g\cos\alpha - \cancel{m}g\sin\alpha = -\cancel{m}a_2$

$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 10\,м/с^2\cdot(0{,}6 - 0{,}5\cdot 0{,}8) = 2\,м/с^2 > 0 \Rightarrow$ наше предположение верно и тело движется вниз.

OX: $S_2 = \frac{a_2(T - t_{ост})^2}{2} = \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)(T - t_{ост})^2}{2}$

При движении вверх:

$S_1 = \frac{v_0^2}{2a_р} = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$

$S = S_1 + S_2 = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} + \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)(T - t_{ост})^2}{2}$

$S = \frac{36\,м^2/с^2}{2\cdot 10\,м/с^2\cdot(0{,}5\cdot 0{,}8 + 0{,}6)} + \frac{10\,м/с^2\cdot(0{,}6 - 0{,}5\cdot 0{,}8)}{2}(1с - 0{,}6с)^2 =$

$S = 1{,}8м + 0{,}16м = 1{,}96м$.

3) Рассмотрим второй опыт.

Переходим в СО, движущуюся со скоростью u вверх под углом α к горизонту (СО поверхности ленты транспортера) (рис. 4)

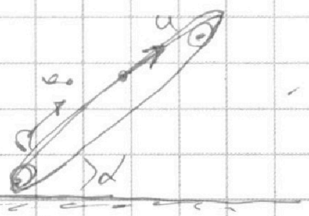


рис. 3.

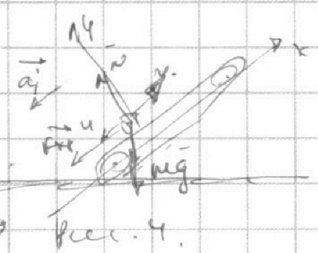


рис. 4.

Тогда наша задача становится аналогичной первой. $v_0' = v_0 - u$.

Скорость коробки $v = 1\,м/с$ достигается в 2-х случаях — подъёме и спуске.

В нашей СО и в проекции на ось x это соответствует скоростям $v_{1x}' = v - u = 0\,м/с$ и $v_{2x}' = -v - u = -2\,м/с$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2-й з-н Ньютона:

Oy: $N - mg\cos\alpha = 0$

Ox: $-F_{тр} - mg\sin\alpha = -ma_1'$

$\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma_1'$

$a_1' = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 10\,м/с^2 \cdot (0,5 \cdot 0,6 + 0,6) \approx 10\,м/с^2 = a_1$.

Ox: $(v_0 - u) - a_1' T_{1,1} = v_{1x}$

$$T_{1,1} = \frac{(v_0 - u) - v_{1x}}{a_1'} = \frac{6\,м/с - 1\,м/с - 0\,м/с}{10\,м/с^2} = \underline{0,5\,с}.$$

Это же и является временем остановки.

Дальше тело будет ускоряться под уже найденным ускорением a_2.

Ox: $-a_2 \cdot (T_{1,2} - T_{1,1}) = v_{2x}$

$$T_{1,2} = \frac{v_{2x}}{-a_2} + T_{1,1} = \frac{-2\,м/с}{-2\,м/с^2} + 0,5\,с = \underline{1,5\,с}.$$

Если в ЛСО скорость пороши — ноль, то в нашей СО:

$\underline{v_3 = -u}$. => это произойдёт после остановки.

Тогда $L = S_1' - S_2'$. Здесь S_1' — расстояние до места остановки, S_2' — расстояние от места остановки до необходимого нам момента.

$S_1' = \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1}$ $\quad S_2' = \frac{v^2}{2a_2}$

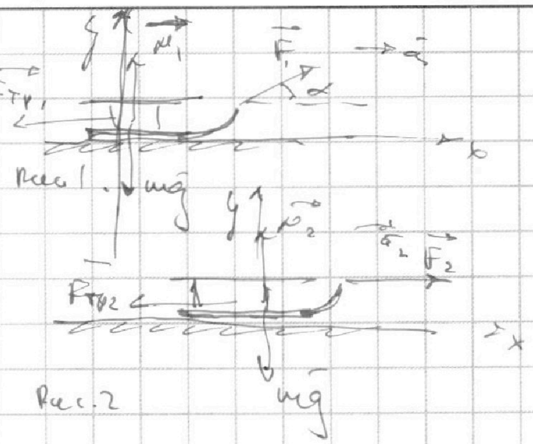
$$L = S_1' - S_2' = \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1} - \frac{v^2}{2a_2} = \frac{(6\,м/с - 1\,м/с)^2}{2 \cdot 10\,м/с^2} - \frac{(1\,м/с)^2}{2 \cdot 2\,м/с^2} = 1,25\,м - 0,25\,м = 1\,м$$

Ответ: 1) $S =$ 1,96 м; 2) $T_1 = 0,5\,с$ или $T_1 = 1,5\,с$ 3) $L = 1\,м$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Запишем 2-й з-н Ньютона в первом случае (рис. 1)

$$\vec F_1 + \vec N_1 + m\vec g + \vec F_{тр1} = m\vec a_1$$

Во втором случае (рис. 2)

$$\vec F_2 + \vec N_2 + m\vec g + \vec F_{тр2} = m\vec a_2$$

Для 1-го случая:

OY: $N_1 + F\cdot\sin\alpha - mg = 0$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$.

В движении $F_{тр1} = \mu N_1 = \mu(mg - F\sin\alpha)$.

$A_{тр1}$ – работа силы трения. Пусть L – путь, пройденный во время разгона (по условию одинаковы).

$A_{тр1} = -\mu(mg - F\cdot\sin\alpha)L$

Запишем закон сохр. энергии:

$$F\cdot\cos\alpha\cdot L - \mu(mg - F\cdot\sin\alpha)L = K \quad (1)$$

Для второго случая:

OY: $N_2 - mg = 0 \Rightarrow N_2 = mg$

Во время движения $F_{тр2} = \mu N_2 = \mu mg$.

$A_{тр2} = -\mu mgL$.

ЗСЭ:

$$F\cdot L - \mu mgL = K. \quad (2)$$

Из (1): $FL(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mgL = K$ (1*)

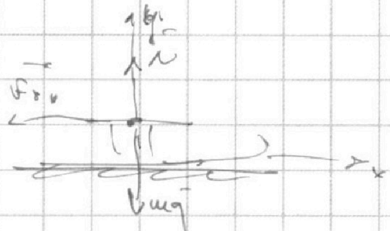
(2) − (1*): $\cancel{F}\cancel{L} = \cancel{F}\cancel{L}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \Rightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \longrightarrow \mu = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.



Для торможения:

OY: $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$

$F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

Закон сохранения энергии:

$K - \mu mgS = 0$.

($-\mu mgS$ – работа силы трения).

$$S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \cdot \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}$$

Ответ: 1) $\mu = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; 2) $S = \dfrac{K\cdot\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Из графика: $C_{12} = 1,5\cdot R = \frac{3}{2}R$ $\quad T_1 = 200K$ (дано)

$C_{23} = 0,5\cdot R = \frac{1}{2}R$. $\quad T_2 = 8T_1$, $\quad T_3 = 4T_1$

$C_{13} = 2\cdot R$

$C = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T}$, где ν — кол-во вещества, Q — теплота, переданная газу.

$\Delta Q = \Delta U + A_{внеш}$

Для одноатомного идеального газа:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{\frac{3}{2}\nu R\Delta T}{\nu\Delta T} + \frac{A_{внеш}}{\nu\Delta T} = \frac{3}{2}R + \frac{A_{внеш}}{\nu\Delta T}$$

Для процесса 3-1:

$$C_{13} = \frac{3}{2}R + \frac{A_{внеш\,31}}{\nu\cdot(T_1 - T_3)}$$

$$A_{внеш\,31} = \left(C_{13} - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu(T_1 - T_3) = \left(\frac{4R}{2} - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu(T_1 - 4T_1) = -\nu R\cdot\frac{3}{2}T_1$$

$$A_{внеш\,31} = -\frac{8,31\frac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 1\,моль\cdot 3\cdot 200К}{2} \approx -2493\,Дж$$

Для процесса 2-3:

$$C_{23} = \frac{3}{2}R + \frac{A_{внеш\,23}}{\nu(T_3 - T_2)}$$

$$A_{внеш\,23} = \left(C_{23} - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu(T_3 - T_2) = \left(\frac{1}{2}R - \frac{3}{2}R\right)\nu(4T_1 - 8T_1) = \nu R\cdot 4T_1$$

На процессе 1-2 работа не совершалась ($C_{12} = \frac{3}{2}R$)

Найдем общие затраты теплоты (теплота подводится на участке 12)

$$\cancel{Q = C_{12}\nu(T_2 - T_1) + C_{23}\nu(T_3 - T_2) + C_{31}\nu(T_1 - T_3) =}$$

$$Q = C_{12}\nu(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R\cdot 7T_1 = \frac{21}{2}\nu R T_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\eta = \frac{A_{цикл\,31} + A_{цикл\,23}}{Q} \cdot 100\% = \frac{\nu R \cdot \frac{3}{2} T_1 + \nu R \cdot \frac{2}{2} T_1}{\frac{21}{2} \nu R T_1} \cdot 100\% = \frac{5}{21} \cdot 100\%$

3) Поскольку газ не совершает работу на участке 1-2, $V_2 = V_1 = V_{12}$

$p_1 V_{12} = \nu R T_1$ (1)

$p_2 V_{12} = \nu R T_2$ (2)

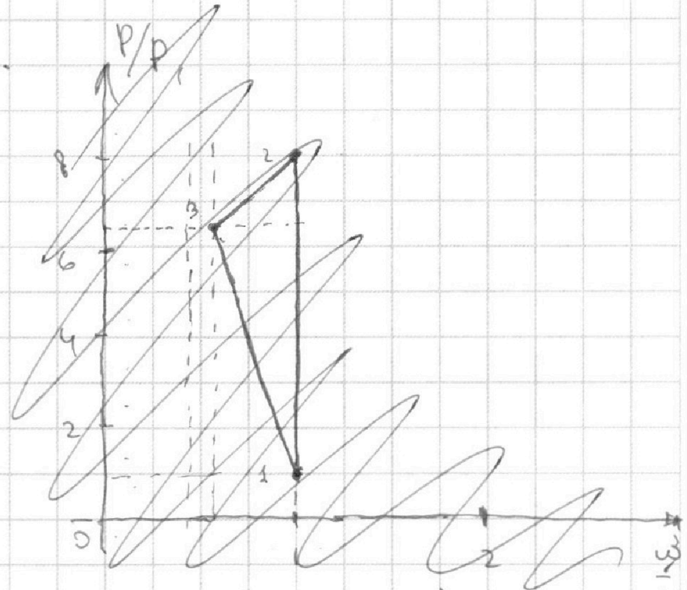
$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \to \underline{p_2 = 8p_1}$.

$p_3 V_3 = \nu R T_3$ (3)

(3):(1):

$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_{12}} = \frac{T_3}{T_1} = 4$

$p_3 V_3 = 4 p_1 V_{12}$



По графику: $p_1 V_{12} = p_1 V_1$
(pV – площадь от начала координат до точки).

$p_3 V_3 = 4 p_1 V_{12} = 4 p_1 V_1$

$p_3 = \frac{4 p_1 V_1}{V_3}$, на графике $p_3(V_3)$ – гипербола.

Площадь фигуры должна быть равна $A_{цикл} = A_{цикл\,31} + A_{цикл\,23} = \frac{5}{2}\nu R T_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1$

~~Пусть~~ Площадь фигуры из 2-х треугольников (для упрощения будем считать их треугольниками): $A_{цикл} = \frac{7p_1}{2}(V_{12} - V_3)$

$\cancel{\frac{5}{2} p_1 V_1 = 8 p_1 \frac{V_3}{2} \to V_3 = \frac{5}{8} V_1 = 0{,}625 V_1}$

$\cancel{p_3 = 4 p_1 \frac{V_1}{V_3} = 4 \cdot p_1 \cdot \frac{V_1}{\frac{5}{8} V_1} = \frac{32}{5} p_1 = 6{,}4 p_1}$

Ставим точку на графике.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$A_{внеш} = \frac{7}{2}p_1V_1 - \frac{7}{2}p_1V_3 = \frac{5}{2}p_1V_1$

$\cancel{\frac{3}{2}p_1V_1 = 4p_1V_3}$

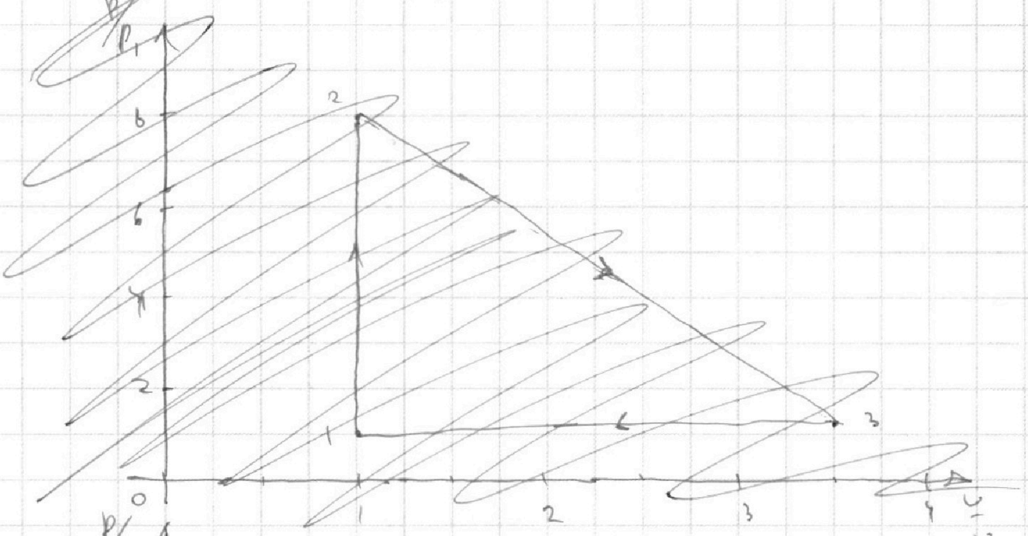
$\frac{7}{2}V_3 = V_1 \rightarrow V_3 = \frac{2}{7}V_1 \approx 0{,}29V_1$

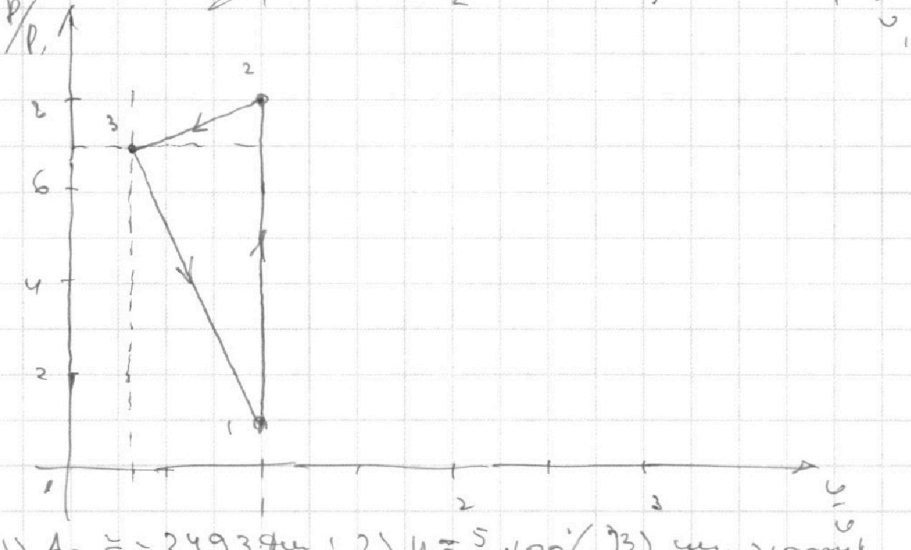
$\cancel{V_3 = \frac{3}{8}V_1}$

$p_3 = \frac{4p_1V_1}{\frac{2}{7}V_1} = \frac{14}{2}p_1 = 7p_1$

$\cancel{p_3 = \frac{4p_1V_1}{V_3} = 4p_1 \cdot \frac{V_1}{V_1} \cdot \frac{8}{3} = \frac{32}{3}p_1}$

Составим точки на график.





Ответ: 1) $A_{31} \approx -2493$ Дж ; 2) $\eta \approx \frac{5}{21} \cdot 100\%$; 3) см. график.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

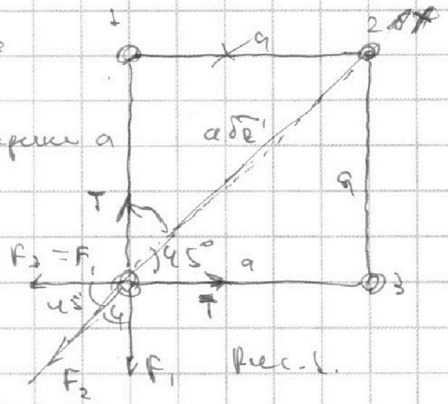
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) Рассмотрим силы, действующие на шарик №4 (рис. 1). Так как нити натянуты одинаково, все шарики имеют одинаковый заряд.

Для определённости будем считать, что $|q| = q$.



$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$ (F_1, F_2, F_3 - силы, действующие на шарик 4 соответственно от 1-го, 2-го и 3-го шарика).

$F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$

($F_1 = F_3$)

$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2a^2}$

В проекции на ось Ox:

$$2T\cdot\cos 45^\circ - F_2 - 2F_1\cdot\cos 45^\circ = 0$$

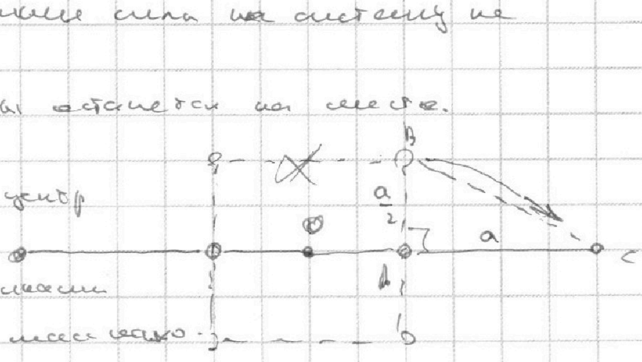
$$T\sqrt{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{2a^2} - \sqrt{2}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2} = 0$$

$$T\sqrt{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)$$

$$|q| = \frac{T\cdot\sqrt{2}\cdot 4\pi\varepsilon_0 a^2}{\frac{1}{2}+\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}\,T\cdot \cancel{4}\pi\varepsilon_0\cdot a^2}{1+2\sqrt{2}} = \frac{32-8\sqrt{2}}{7}\cdot T\cdot\pi\varepsilon_0 a^2$$

3) Поскольку ~~тела~~ внешние силы на систему не действуют, центр масс системы останется на месте.

Поскольку квадрат симметричен, его центр масс находится в центре квадрата. Пример линией, образованная шариками тоже симметрична => её центр масс находится посередине.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Из теоремы Пифагора для $\triangle ABC$:

$$d = BC = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

2). Найдём K для шарика 1.

Запишем Закон сохранения энергии:

$$\cancel{\frac{kq^2}{a}} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} + \frac{kq^2}{a} = K + \cancel{\frac{kq^2}{a}} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} \quad \left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$$

$$K = -\frac{kq^2}{2a} - \frac{kq^2}{3a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$K = \frac{kq^2}{a}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|q|^2}{a}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Ответ: 1) $|q| = T\cdot\pi\varepsilon_0 a^2 \cdot \frac{32 - 8\sqrt{2}}{7}$

2) $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|q|^2}{a}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, где $|q| = \frac{32 - 8\sqrt{2}}{7}\cdot T\cdot\pi\varepsilon_0 a^2$.

3) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

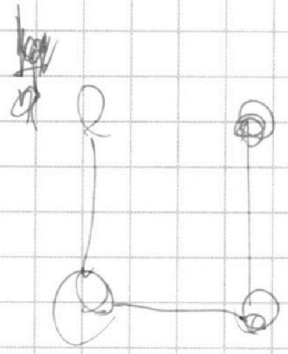
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

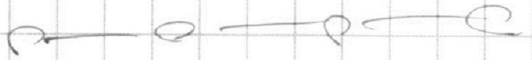
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Уже исправлен



$\frac{kq}{b} < \frac{kq}{a}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Тима Черновски.

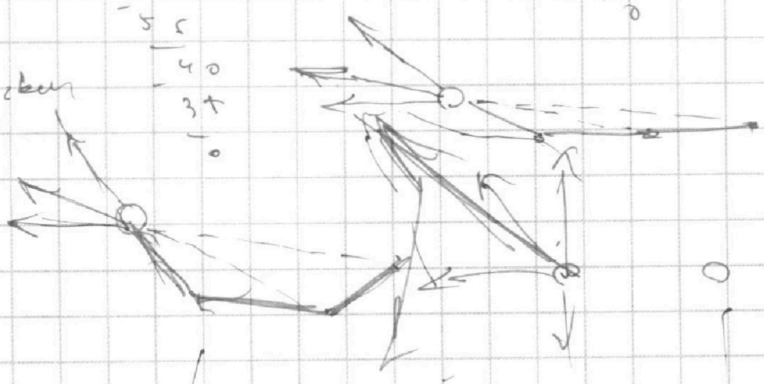
$7{,}2 \cdot 20 = 144{,}0$ $\qquad 400 - 144 = 256$

$\frac{6\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}\cdot 2} \cdot \frac{(1-2\sqrt{2})}{(1-2\sqrt{2})} = \frac{8\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{2}}{1-8} = \frac{32-8\sqrt{2}}{7}$

$\frac{8\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}} \cdot \frac{1-2\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}-32}{-7} = \frac{32-8\sqrt{2}}{7}.$

$2(4-12) = \frac{5}{2}$ $\qquad 50 : 6 \qquad 20 : 7 = 0{,}285$

$\frac{36}{240} = 1{,}5$



$k + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$

$k = \frac{kq^2}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right)$