



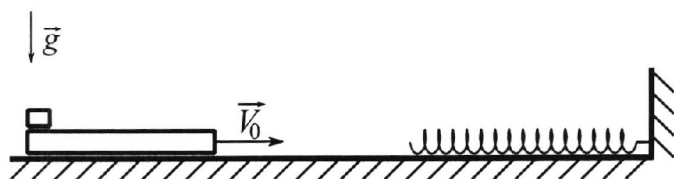
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

## Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.



1. Длинная доска массой  $M = 2$  кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой  $m = 1$  кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью  $V_0 = 2$  м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости  $k = 27$  Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске  $\mu = 0,3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Число «пи» в расчётах можете считать равным  $\pi \approx 3$ . Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

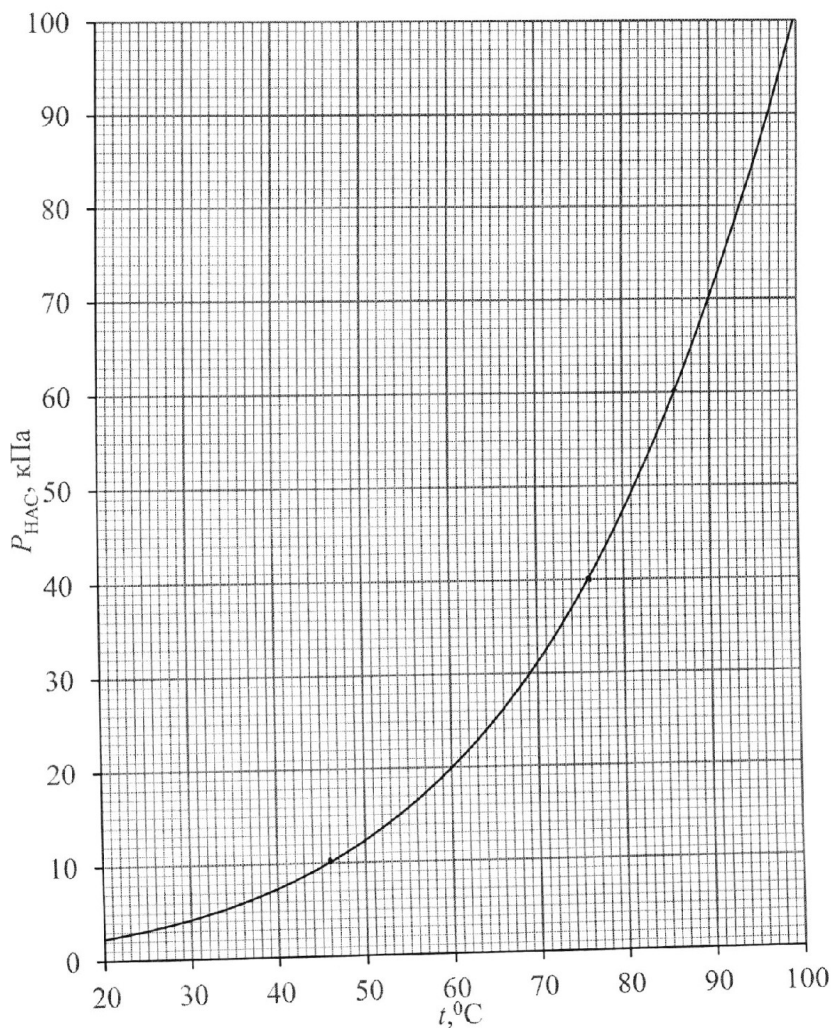


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении  $p_0 = 150$  кПа, температуре  $t_0 = 86$  °С и относительной влажности  $\phi_0 = 2/3$  (66,7%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры  $t = 46$  °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара  $P_1$  при 86 °С.
- 2) Найти температуру  $t^*$ , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра  $V/V_0$  в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом га за можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





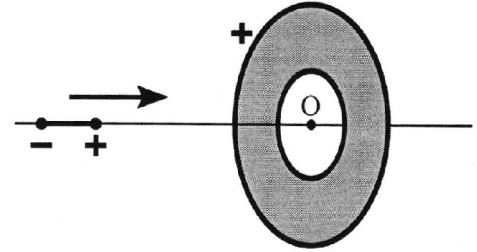
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

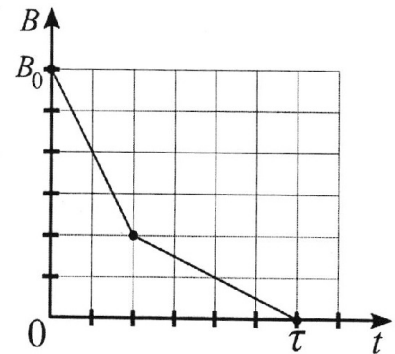
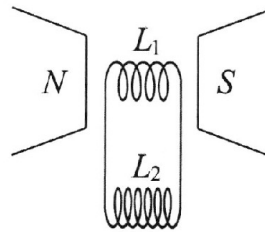


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке  $O$ . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна  $V_0$ . Диполью сообщают начальную скорость  $2V_0$ .



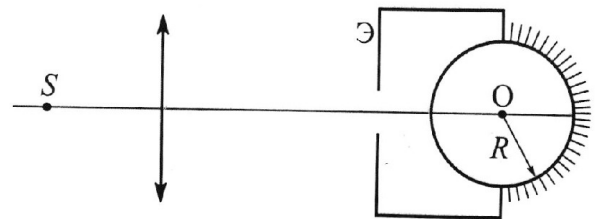
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью  $L_1 = L$  с числом витков  $n$  и площадью каждого витка  $S_1$  находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью  $L_2 = 4L$  находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени  $\tau$ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток  $I_0$  через катушку  $L_1$  в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку  $L_1$  за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  расположены центр  $O$  прозрачного шара и точечный источник  $S$ , удаленный от линзы на расстояние  $a = 1,5F$  (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран  $\mathcal{E}$  с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно  $b = 8F/3$ , то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус  $R$  шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на  $\Delta = 2F$ , изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран  $\mathcal{E}$  обеспечивает малость углов  $\alpha$  лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения  $\sin \alpha \approx \alpha$ .



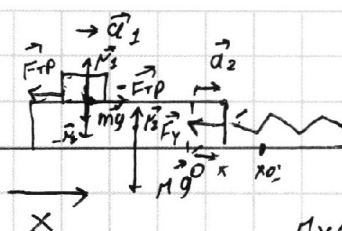
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a_1; a_2$  -  
ускорения  
бруска и доски.



$F_{тр}$  - замедляет брусок  
и разгоняет доску.  
Направление  $Ox$  вправо.

Пусть  $X=0$  совпадает с  
нерастянутой пружиной.

И з м.  
т.о.  $\vec{a}_1 m = \vec{F}_{E1} = m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$   
 $\vec{a}_2 M = \vec{F}_{E2} = M\vec{g} + \vec{F}_y + -\vec{F}_{тр}$

$Ox: a_1 m = -F_{тр}$

$Oy: N_1 = mg$

\* ↑

$N_2 = Mg + N_1 = (m+M)g;$

$a_2 M = -F_y + F_{тр};$

т.о.  $F_{тр} = M N_1 = M mg;$

$a_2 = \ddot{x}; F_y = kx;$

$\ddot{x} M = -kx + Mmg \quad kx_0 = Mmg;$

$\ddot{x} + \frac{k}{M} x - \frac{Mmg}{M} = 0;$

у р. колебаний.  $x_0 = \frac{1}{3} m;$   
↑ (брусок и доска  
скользят)

(1)  $\ddot{x} + \frac{k}{M} (x - x_0) = 0$

4 \*  $F_{тр} \leq Mmg$  пока не началось относительное  
движение бруска и доски. в этом случае  $\vec{a}_{отн} = \vec{0};$

т.о.  $a_2 = a_1;$

$\frac{m}{M} = \frac{-F_{тр}}{-F_y + F_{тр}};$

$M F_{тр} = m F_y - m F_{тр}$

$F_{тр} = \frac{m F_y}{M+m} \leq Mmg$

$F_y = k \Delta x';$

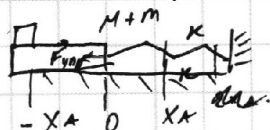
$\Delta x'$  - укл.  
пружин.

~ моменту начала скольжения

$\frac{F_y m}{M+m} = Mmg \Rightarrow \Delta x' = \left( \frac{M(M+m)g}{k} \right) = \frac{1}{3} m = 0,33m$

2) Пока брусок и доска движутся в tandem ( $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$ );

и их можно рассм. как единое тело с массой  $(m+M)$  колебл.  
на пружине



$(M+m)a + kx = 0$

$(M+m)\ddot{x} + kx = 0;$

$x = x_A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right)$

т.к.  $x=0$  - нуль  
пружин.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по аналогии.

$$V = X_A \omega \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} \cdot t\right)$$

$$V(0) = V_0 = X_A \cdot \sqrt{\frac{k}{M+m}};$$

$$X_A = V_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}};$$

$$X_A = 2 \text{ м/с} \cdot \sqrt{\frac{3 \text{ кг}}{24 \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}}} = \frac{2}{3} \text{ м};$$

$$X_A > \Delta x'$$

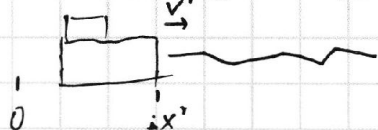
Найдём  $t$ , при котором  $X = \Delta x'$ ;

$$X = V_0 \sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right) = \Delta x' = \frac{M(M+m)g}{k}$$

$$\sin\left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} t\right) = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \frac{Mg}{V_0} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$t = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \arcsin\left(\sqrt{\frac{M+m}{k}} \cdot \frac{Mg}{V_0}\right)$$

$$= \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M+m}{k}} = \frac{\pi}{18} \text{ с} \approx \frac{1}{6} \text{ с} = 0,167 \text{ с.}$$



После прохождения  $\Delta x'$   $F_{\text{гр}} = Mg$ .

и реализуем т.о. вводим про (1).

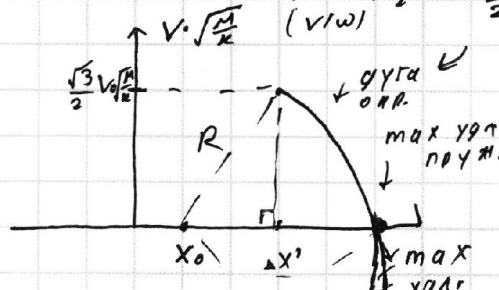
найдем  $V'$   
в момент  $t$ .

$$x - x_0 = X_A' \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{M}};$$

$$V = X_A' \cdot \cos(\omega t + \varphi) \omega;$$

$$V' = V_0 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} V_0; \quad a = -X_A' \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

в этих координатах  $(\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{M}{k}}) (X - X_0)$  окружности



$$\text{т.о. найдем } R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} V_0 \sqrt{\frac{M}{k}}\right)^2 + (\Delta x' - X_0)^2};$$

т.о. ответом будет:

$$R + X_0 - X_0 = X_A' \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow a = -\omega^2 R;$$

$$a = -X_A' \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Delta x' - X_0 = \frac{Mg}{k} \Rightarrow a = -\frac{k}{M} \cdot \sqrt{\frac{3}{4} V_0^2 \frac{M}{k} + \frac{M^2 M^2 g^2}{k^2}} =$$

$$= -\sqrt{\frac{3}{4} V_0^2 \frac{k}{M} + M^2 g^2} \Rightarrow \text{онно макс. б.л.б.б.}$$

$$|a| = \sqrt{\frac{3 V_0^2 k}{4 M} + M^2 g^2} = \sqrt{90} \cdot \sqrt{3 + \frac{2}{3}} \text{ м/с}^2$$

$$= \sqrt{30} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{330} \text{ м/с}^2$$

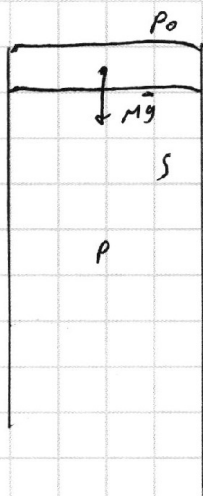


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Δ начальный момент:

• В цилиндре сухой воздух и пар;

• пар с атм. влажностью  $\varphi_0 = \frac{2}{3}$  при температуре  $t_0$ .  
т.о.  $P_1 = P_{\text{нас}} \cdot \varphi_0$  (т.к. влажного воздуха совп. с его упругостью  $P_1 = P_{\text{нас}}(t_0) \cdot \varphi_0$ )

↑ найдем из графика  $P_{\text{нас}}(t)$

$$P_{\text{нас}}(t_0) = 60 \text{ кПа};$$

$$P_1 = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ кПа} = \underline{40 \text{ кПа.}}$$

• Теперь Δ процесс оставания (медленный)

поршень массивный не закреплён  $\Rightarrow P = \text{const.}$  ( $P = P_0 + \frac{Mg}{S}$ )  
из ур. Менделеева-Клапейрона.

$$PV = \nu RT;$$

$$\frac{T}{V} = \text{const.}$$

$$\text{т.к. } P = \text{const.} \quad P_1 = \text{const.}$$

$$\text{т.к. } P = \text{пкт.} \quad \frac{T}{V} = T_1 = \text{const.}$$

||

в момент

$$\frac{P_1}{P_{\text{нас}}(t^*)} = \varphi = 1 \quad \text{мы получили конденсат.}$$

↓ найдем  $t^*$  по графику:

$$P_{\text{нас}}(t^*) = P_1 = 40 \text{ кПа} \quad \text{после этого момента } P_n \leq P_{\text{нас}}(t).$$

$$t^* = \underline{17.6^\circ \text{C}}$$

в конце

$$P_{c'} + P_n = P_0; \quad P = \text{const.} \quad P_{c'} \cdot V_0 = \nu R T \quad P_n = P_{\text{нас}}(t)$$

в начале.

$$P_0 = P_{\text{нас}}(t^*) + (P_0 - P_1) \frac{V_0 T}{V T_0} \quad P_{c'} \cdot V_0 = \nu R T_0 \quad P_n = P_1;$$

$$P_{\text{нас}}(t) = 10 \text{ кПа}$$

$$\frac{(P_0 - P_{\text{нас}}(t)) \cdot T_0}{(P_0 - P_1) \cdot T} = \frac{V_0}{V};$$

$$\frac{P_{c'}}{P_0} \cdot \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0};$$

$$P_{c'} = \frac{V_0 \cdot T}{V \cdot T_0} \cdot (P_0 - P_1)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \left( \frac{P_0 - P_{\text{нас}}(t)}{P_0 - P_1} \right)^{-1} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_0 - P_1}{P_0 - P_{\text{нас}}(t)} = \frac{293,15 + 46}{293,15 + 86} \cdot \frac{P_0 - P_1}{150 \text{ кПа} - 40 \text{ кПа}} =$$

$$= \frac{21}{14} \cdot \frac{34}{98} = \frac{21 \cdot 17}{14 \cdot 49} = \frac{187}{266} \approx 0,7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Ещё раз. мы составили.

по принципу суперпозиции

$$W(x) = \varphi \varphi - q \varphi(x+l)$$

т.к.  $\sqrt{x^2 + R_2^2} \rightarrow \infty$

потом. (скорости  $W(0) = 0$ ;

$$\varphi \cdot \sqrt{x^2 + R_2^2} - \sqrt{x^2 + R_2^2} \approx$$

$$\approx x + \frac{R_2^2}{2x} - x - \frac{R_2^2}{2x} = 0.$$

т.о.  $W_{\text{к.к.}} = W_{\text{к.м.}} + W(x) - W_0$

знаюма  $x \rightarrow (x - \frac{l}{2})$ ;  $x \rightarrow x + \frac{l}{2}$ ; ↑ изм. энергии в поле.

(т.к. пр. отчёт от центра диполя).

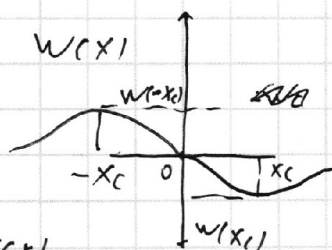
$$W(x_c) = \frac{q}{2\epsilon_0} \cdot \left( -\sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_2^2} + \sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_2^2} - \sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_1^2} + \sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_1^2} \right)$$

$$W(-x_c) = \frac{q}{2\epsilon_0} \left( -\sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_2^2} + \sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_2^2} - \sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_1^2} + \sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_1^2} \right)$$

заметим, что

$$W(x_c) = -W(-x_c) \text{ нечётная функция}$$

т.о.



↓  
 $W(x)$  также симметрична  
относ. (0) и ограничена

т.о.  $W(x_c)$  соответствует  
минимальной скорости.

д.  $W(-x_c)$  максимальной.  
т.к.  $V_k = 0$ , и  $V_0$  - мин. допустима

по условию.

$$\frac{m V_k^2}{2} = \frac{m V_H^2}{2} + W(x)$$

(3(7))

и

$V_2$  - мин. скорость (скорость запуска)

$$\frac{m V_2^2}{2} = \frac{m V_H^2}{2} + W(x_c)$$

$$\Rightarrow \frac{V_2^2}{2} = \frac{V_H^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}$$

$$V_H = 2 V_0$$

$$V_1 = \sqrt{3} V_0$$

$$V_2 = \sqrt{5} V_0$$

$$\frac{m V_2^2}{2} = \frac{m V_H^2}{2} + W(x_c)$$

$$\frac{V_2^2}{2} = \frac{V_H^2}{2} + \frac{V_0^2}{2}$$

$V_2$  - max скорость. " =  $W(x_c)$

$$V_2 - V_1 = \left| (\sqrt{5} - \sqrt{3}) V_0 \right|$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

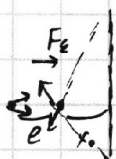
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi(x) = \int_{R_2}^{R_1} \frac{\rho \sigma dR}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \cdot \int_{R_2}^{R_1} \frac{dR^2}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \sqrt{x^2 + R^2} \Big|_{R_2}^{R_1}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot (\sqrt{x^2 + R_1^2} - \sqrt{x^2 + R_2^2})$$

$$F(x) = -q \text{ grad}(\varphi(x)) \cdot q = -\frac{q\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} \right) \quad R_2 > R_1$$



$x_0$  - расстояние  $q_0 + q$  шарика в положении.

где  $F_z = 0$  (это положение в котором  $v = \min$ ).

только  $F_z = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0} \cdot 2 \left( \frac{x_0 + l}{\sqrt{(x_0 + l)^2 + R_2^2}} - \frac{x_0 + l}{\sqrt{(x_0 + l)^2 + R_1^2}} - \frac{x_0}{\sqrt{x^2 + R_2^2}} + \frac{x_0}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} \right)$

решимый нит

Найдем  $\varphi(x) \cdot q = \varphi(x+l) \cdot q = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0} \left( -\sqrt{(x+l)^2 + R_2^2} + \sqrt{x^2 + R_2^2} - \sqrt{x^2 + R_1^2} + \sqrt{(x+l)^2 + R_1^2} \right)$

$l \ll R_1, R_2$

$\varphi(\infty) = 0$

по 3.7.  $-W(x) + W(\infty) = W_{\text{кн}} - W_{\text{к.к.}}$

$$\frac{m v_k^2}{2} = \frac{m v_n^2}{2} + W(x)$$

в центре отбрасыва  $x = -\frac{l}{2}$

$$W(x) = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0} \left( -\sqrt{\frac{l^2}{4} + R_2^2} + \sqrt{\frac{l^2}{4} + R_1^2} - \dots \right) = 0$$

т.о.

$$\frac{m v_k^2}{2} = \frac{m v_n^2}{2} \rightarrow v_k = v_n = \sqrt{2V_0}$$

\* Если диполь протест => то он проходит положение с минимальной  $W(x)$ . Пусть этому положению точка соответствует  $x_c$  - координата центра диполя. =>  $W(x_c) = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0} \left( -\sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_2^2} + \sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_2^2} + \sqrt{(x_c + \frac{l}{2})^2 + R_1^2} - \sqrt{(x_c - \frac{l}{2})^2 + R_1^2} \right)$

и  $W(-x_c) = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0} \dots$

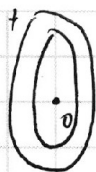


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

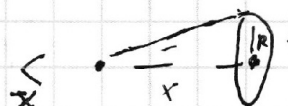
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть диск имеет поверхн. заряд  $\sigma$ ;  
разобьём диск на кольца.

с  $\lambda = \sigma \cdot R$  как бы равномерно  
потенциала от кольца по всей ос. ОА.



Все заряды  
находятся  
на одном  
расстоянии

проинтегрируем по  
всем колецкам

$$g(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \lambda}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$g(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_e}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$g(x) = \int_{R_1}^{R_2} \frac{R \sigma dR}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$\frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left[ \operatorname{arctanh}\left(\frac{R_2}{x}\right) - \operatorname{arctanh}\left(\frac{R_1}{x}\right) \right]$$

$$\frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left( \ln\left(\frac{R_2}{x} + \sqrt{\left(\frac{R_2}{x}\right)^2 + 1}\right) - \ln\left(\frac{R_1}{x} + \sqrt{\left(\frac{R_1}{x}\right)^2 + 1}\right) \right)$$

$$e^{2n} - 2 \frac{R}{x} e^n - 1 = 0;$$

$$e^n = \frac{R}{x} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{x}\right)^2 + 1}$$

$$n = \ln\left(\frac{R}{x} + \sqrt{\left(\frac{R}{x}\right)^2 + 1}\right)$$

$$g(x) = \frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + x^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + x^2}}\right)$$

Если заряд в центре.  $x \leq R_1; R_2$

$$\text{тогда: } \sqrt{R_2^2 + x^2} \approx \frac{x^2}{2R_2} + R_2$$

$$g(x) = \frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{2R_2 + \frac{x^2}{2R_2}}{2R_1 + \frac{x^2}{2R_1}}\right)$$

$$F_{\text{пл}} = \pm \operatorname{grad}(g) \cdot q = -q \cdot \frac{R \sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2R_2 + \frac{x^2}{2R_2}} \cdot \left( \frac{x/R_2}{2R_2 + \frac{x^2}{2R_2}} - \frac{x/R_1}{2R_1 + \frac{x^2}{2R_1}} \right)$$

$$= -\frac{q R \sigma}{2\epsilon_0}$$

(1) - в этом положении  
диполь имеет  
минимальную V.

т.е. до этого он  
замедлялся (+отталкивание  
силы R, тем притягивался  
- и т.

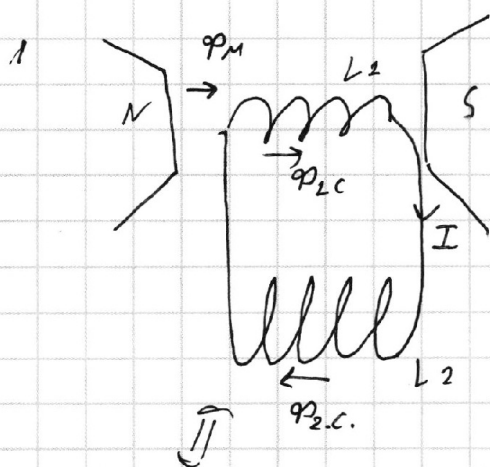


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\Phi_M$  - обозначим магнитный поток от магнита.

$\Phi_{1c}$  - поток от 1 катушки (собственный)  $\Phi_{2c}$  - аналогично.

$$\Phi_{1c} = L_1 I; \quad \Phi_{2c} = L_2 I$$

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \Phi = \Phi_M + \Phi_{1c}$$

$$= -\frac{\partial \Phi_M}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_{1c}}{\partial t}$$

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi_{2c}}{\partial t}; \quad \Phi = \Phi_{2c}$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0 \quad \text{по пр. Кирхгофа}$$

$$= -\frac{\partial \Phi_M}{\partial t} - L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = 0;$$

$$\Phi_M = B(t) n \cdot S_1;$$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = + \frac{dB(t)}{dt} n S_1 \quad | \cdot dt$$

$$(L_1 + L_2) dI = -dB(t) n S_1 \Rightarrow -(L_1 + L_2) \Delta I = \Delta B n S_1$$

$$- (I_0 - 0) (L_1 + L_2) = (0 - B_0) \cdot n \cdot S_1$$

$$I_0 = \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} = \left| \frac{B_0 n S_1}{5L} \right|$$

2) (1) участок  $k_2 = \frac{-dB(t)}{dt} = \frac{2}{3} B_0 / \frac{1}{3} T = \frac{2B_0}{T}$  из графика.

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = k_2 n S_1; \quad I_1 = \frac{k_2 n S_1}{L_1 + L_2} t \quad q_1 = \int_0^{\frac{1}{3}T} I_1 dt = \frac{k_2 n S_1}{5L} \cdot \frac{1}{18} T^2$$

Т.к. катушка сумм.  $q_2 = \int_0^{\frac{1}{3}T} (I_2 dt = \int_0^{\frac{1}{3}T} \frac{k_2 n S_1}{5L} dt = \frac{k_2 n S_1}{5L} \cdot \frac{1}{3} T = \frac{2B_0 n S_1}{15L}$

$$q_2 = q_1 + q_2 = \frac{2B_0 n S_1}{5L} \cdot \frac{1}{18} T + \frac{B_0 n S_1}{40L} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{18} T \right) = \frac{B_0 n S_1}{L} \cdot \left( \frac{1}{30} + \frac{1}{45} \right) = \frac{B_0 n S_1 T}{30L} + \frac{B_0 n S_1 T}{45L}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☒

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \text{ участок } k_1 = \frac{2B_0}{T}; \quad I = \frac{2B_0 n S_2}{T \cdot S L} \cdot t;$$

$$Q_2 = \int_{1/3T}^{1/3T} I dt = \frac{2B_0 n S_2}{T \cdot S L} \cdot \frac{1}{18} T^2; \quad I_k = \frac{2B_0 n S_2}{T \cdot S L}$$

$$(2) \text{ участок } k_2 = \frac{B_0}{2T};$$

$$Q_2 = \int_{1/3T}^{1/3T} \left( \frac{B_0 n S_2}{T \cdot S L} \cdot t + \frac{2B_0 n S_2}{T \cdot S L} \right) dt = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{T \cdot S} \cdot \frac{B_0 n S_2 T}{L} + \frac{B_0 n S_2 T}{L} \left( \frac{1}{20} - \frac{1}{180} \right)$$

$$Q_1 + Q_2 = \left( \frac{4}{180} + \frac{9}{180} - \frac{1}{180} + \frac{4}{45} \right) \frac{B_0 n S_2 T}{L} = \frac{7}{45} \frac{B_0 n S_2 T}{L}$$
$$\left( \frac{7}{9} \frac{B_0 n S_2 T}{L_1 + L_2} \right)$$

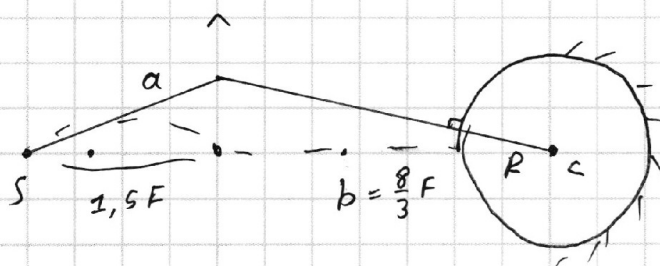


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Используем параксиальную приближение.

по формулам тонкой линзы.

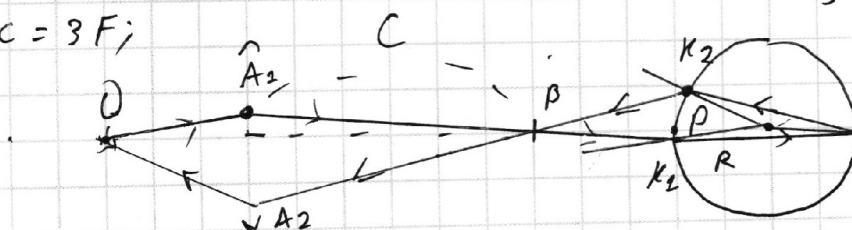
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{F}; \quad c = \frac{Fa}{a-F} = 3F; \quad \text{действительная и перевернутая}$$

• Если  $C$  совпадает с центром шара, то лучи не преломляются (они  $\perp$  поверхности). после пересечения в центре, эти лучи отражаются и идут по такому же пути обратно в источник. В этом пункте случай с преломл. лучей в шаре реализуем.

$$\Rightarrow C = b + R; \quad R = \frac{Fa}{a-F} - b = \left| \frac{1}{3} F \right|;$$

\* Теперь расстояние до шара  $b' = b + R = \frac{74F}{3}$

$$c = 3F;$$



Ход луча. точка  $B \sim C$ . Если луч проходит через (1)  $C$ , то и через (1)  $O$ .

Заметим, что  $\angle O A_1 B = \angle O A_2 B$

$$\angle L_1 Z T = \angle L_2 Z T$$

(радиус и угол падения равен углу отражения)

$$\gamma = 2\alpha; \quad \gamma \cdot R = (B - \gamma) \cdot BP \quad R = \frac{F}{3}$$

$$BP = b' - c = \frac{5}{3} F; \quad \Rightarrow B - \gamma = \frac{1}{5} \gamma$$

$$\angle B L_1 P = 2\alpha_1 - \angle L_1 Z B \text{ (синусов)}$$

угол. закон.

$$\text{Синусы: } L \cdot \sin \alpha = \frac{1}{n} \sin \beta \Rightarrow n = \frac{B}{L} = \left( \frac{74}{5} \right)$$

из формулы тонкой линзы и луча через  $CO$ .

$$PZ = R$$

$$R = \frac{F}{3}$$

$$\gamma = \frac{5}{6} B; \quad \alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{5}{12} B;$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

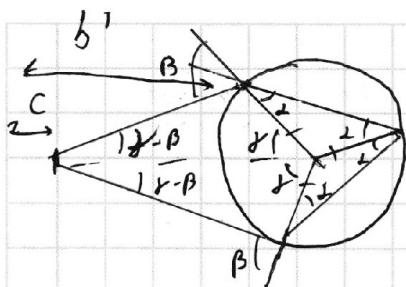
5  
☒

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\gamma = 2\alpha;$$

$$\sin(\beta) \cdot 1 = \sin(2\alpha) \cdot n;$$

$$(\gamma - \beta) \cdot (b' - c) = \gamma \cdot R \quad R = \frac{F}{2} = \frac{\alpha F}{\alpha - F} - b;$$

$$\gamma - \beta = \gamma \cdot \frac{F \alpha / (b - F) - b}{b - F - \frac{\alpha F}{\alpha - F}} = \frac{1}{5}$$

$$n = \frac{b}{2} = \frac{12}{5} = 2,4 \quad \gamma = \frac{5}{6} \beta$$

$$\alpha = \frac{5}{12} \beta;$$