



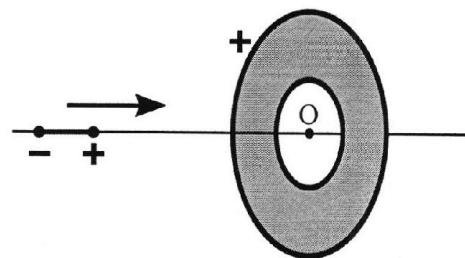
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025



Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

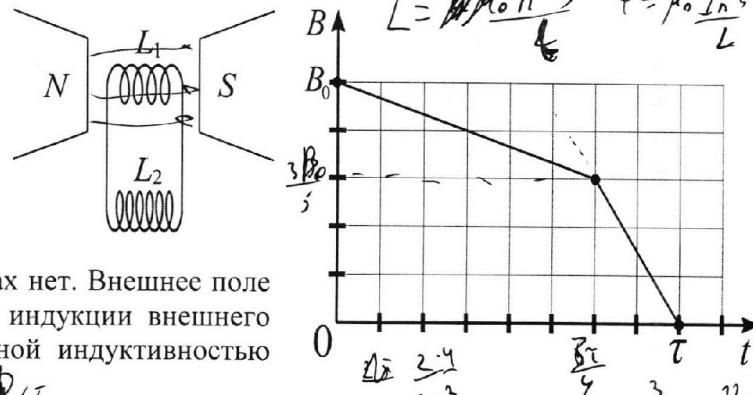
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Заряды диполя уменьшают по модулю в 3 раза и сообщают диполю начальную скорость V_0 .



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

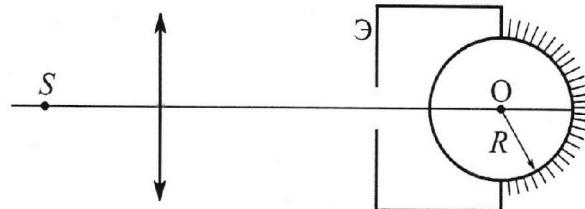
4. Катушка индуктивностью $L_1 = 5L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 8L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток I_0 через катушку L_2 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_2 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы расположены центр O прозрачного шара радиуса R и точечный источник S , удалённый от линзы на расстояние $a = 4,5R$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран \mathcal{E} с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8R$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти фокусное расстояние линзы F .

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы уменьшилось на $\Delta = 3R$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света о т наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран \mathcal{E} обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



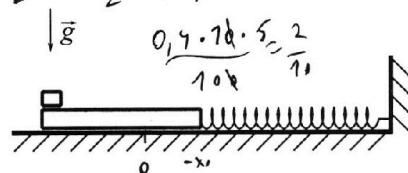
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

$$\frac{kx_1^2}{2} = \frac{M\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - A_{тр}$$



1. Длинную доску массой $M = 4$ кг удерживают на горизонтальной гладкой поверхности. На одном конце доски лежит небольшой брускок массой $m = 1$ кг, а в другой конец упирается легкая сжатая пружина жесткостью $k = 100$ Н/м, прикрепленная к стенке. Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,4$. Доску отпускают, она начинает движение, а брускок начинает двигаться относительно доски. Начальное сжатие пружины подобрано так, что в момент, когда ускорение доски почти достигает нуля первый раз, относительное движение бруска по доске прекращается. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найдите сжатие пружины в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения. $\ddot{x} = (\frac{k\Delta x_0 - \mu mg}{M}) - \frac{k}{M}\dot{x}_1 = k\Delta x_2 - \mu mg \approx 0 \quad \Delta x_2 = \frac{\mu mg}{k}$
- 2) Найдите ускорение доски сразу после начала движения.
- 3) Найдите скорость доски в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2. В сосуде постоянного объема находятся в равновесии влажный воздух при температуре $t_0 = 27$ °С и жидкость вода. Масса жидкости в 7 раз больше массы пара. Содержимое сосуда постепенно нагревают до температуры $t = 90$ °С. В результате вся вода превращается в пар. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти отношение масс пара в конце и в начале нагревания.
- 2) Найти температуру t^* , при которой прекратится испарение воды.
- 3) Найти относительную влажность ϕ в конце нагревания.

Объёмом жидкости и по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.

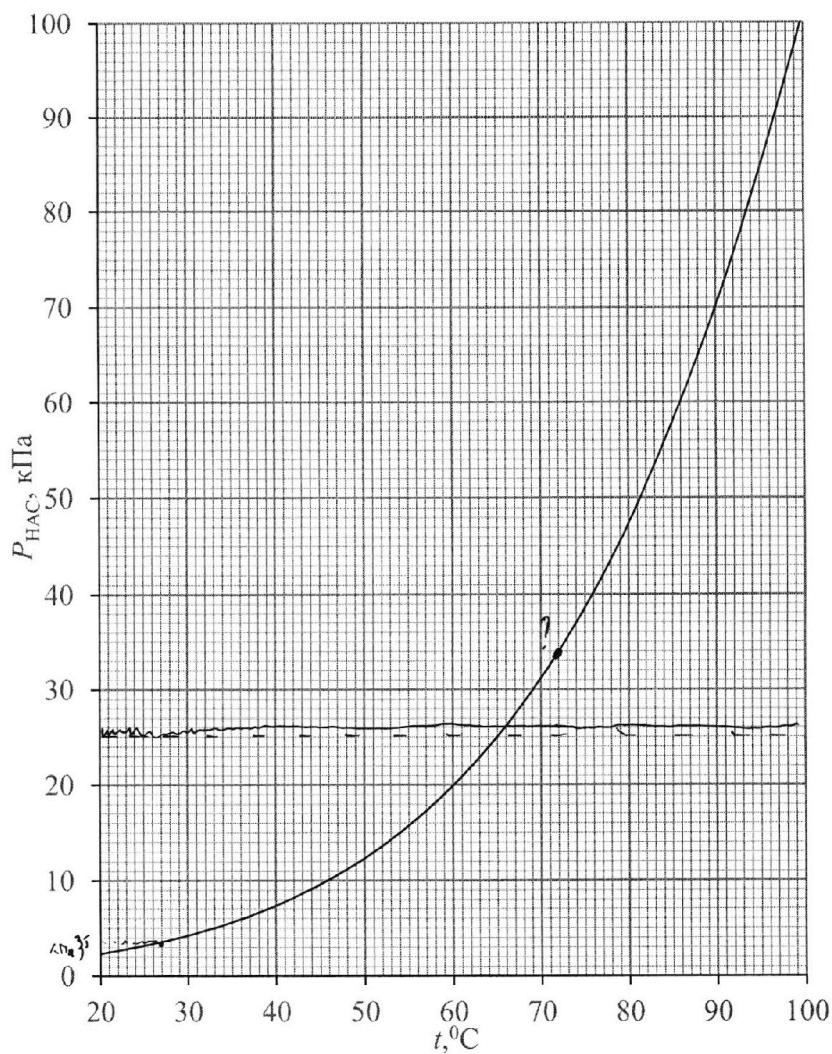
$$\left(\begin{array}{l} \text{жидк} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{воздух} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right)$$

$$\phi \bar{I}_n = \mu_0 I_n$$

$$\beta \cdot l = \mu_0 I \cdot n$$

$$\beta = \mu_0 \frac{I_n}{I}$$

$$\phi = \mu_0 \frac{I_n \xi}{l} \quad l = \mu_0 \frac{I_n S}{l}$$





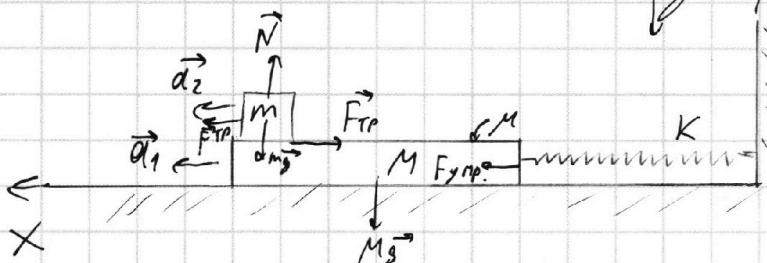
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1



$$g = 10 \text{ м/с}^2, \pi \approx 3 \quad K = 100 \text{ Н/м}$$

$$M = 4 \text{ кг} \quad m = 1 \text{ кг} \quad \mu = 0,4$$

Рис. 1 - Ускорение доски
a₂ - уск. бруска (m)

Рис. 2 - x - деформация
пружины в какой-либо момент.

2-й 3-й линии доски и бруска по оси x:

$$\begin{cases} Ma_1 = Kx - F_{Tp} & \text{рассмотрим промежуток времени от} \\ Ma_2 = F_{Tp} & \text{начала до того момента, когда от} \\ & \text{того момента движение бруска по доске прекра-} \\ & \text{щается. } F_{Tp} = \mu N = \mu mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ma_1 = Kx - \mu mg \\ Ma_2 = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ma_1 = Kx - Ma_2 \\ Ma_2 = \mu mg \end{cases}$$

1) Рис. 1 x₁ - сдвиг пружины в момент, когда отсеется бруска и доски становят первые равны 0. В этот момент a₁ = a₂ \Rightarrow

$$\Rightarrow \begin{cases} Ma_1 = Kx_1 - F_{Tp} & \Rightarrow Kx_1 = (M+m)a_1 \\ Ma_2 = F_{Tp} = ma_1 & \text{т.к. отс-е движение бруска не может еще отсеять,} \end{cases}$$

$$Kx_1 = \mu g(M+m) \Rightarrow x_1 = \frac{\mu g(M+m)}{K} = \frac{4}{10} \cdot \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ кг}}{100 \text{ Н/м}} = [0,2 \text{ м}]$$

$$\text{II) } a_1 = \frac{Kx}{M} - \frac{\mu mg}{M} \quad a_1 - a_2 = \frac{Kx}{M} - \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right) = a_{\text{отн}}$$

a₂ = μg Рис. 2 видно ось x наклоняется в тоже самое
~~направление~~ пружина и доска по направлению
изменяют, тогда a₁ = x̄, Mx̄ = K(x₀ - x) - μmg, т.е.
стремительна, пока брусков скользят по земле, x₀ - начальное сдвиг



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\ddot{x} = \left(\frac{k_1 x_0 - \frac{\mu m g}{M}}{M} \right) - \frac{k}{M} x \quad \lambda_1 = i \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \lambda_2 = -i \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \text{- корни характеристического ур-я.}$$

$$x(t) = C_1 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + C_2 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \frac{M}{k} \left(\frac{k_1 x_0 - \frac{\mu m g}{M}}{M} \right) = \\ = C_1 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + C_2 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \left(x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right)$$

находим C_1 и C_2 : в момент $t=0$ $x=0$, $\dot{x}=0$

$$x(0) = C_2 + x_0 - \frac{\mu m g}{k} \quad \dot{x}(t) = \sqrt{\frac{k}{M}} (C_1 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) - C_2 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t))$$

$$\dot{x}(0) = \sqrt{\frac{k}{M}} C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$x(t) = \left(\frac{\mu m g}{k} - x_0 \right) \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \left(x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \left(1 - \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \right)$$

$$\dot{x}(t) = \left(x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad \ddot{x}(t) = \left(x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$$

в момент когда $\ddot{x}(t) \rightarrow 0^+$, $t = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{\pi}{2}$

$$d_{OTM} = \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) - \mu g t \rightarrow V_{OTM} = \int_0^{\sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{\pi}{2}} \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) -$$

$$-\mu g t = \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \sqrt{\frac{M}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) - \mu g t + A, \text{ где } A=0, \text{ т.к. } d_{OTM}(t=0)=0$$

$$x_{OTM} = - \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) - \frac{\mu g t^2}{2} + \beta$$

$$x_{OTM}(t=0) = \beta - x_0 + \frac{\mu m g}{K} = 0 \Rightarrow \beta = x_0 - \frac{\mu m g}{K}$$

$$x_{OTM} = x_0 - \frac{\mu m g}{K} - \frac{\mu g t^2}{2} - \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right)$$

По дан. когда $\ddot{x}=0$, $V_{OTM}=0 \Rightarrow V_{OTM}(t=\sqrt{\frac{M}{k}} \frac{\pi}{2})=0 =$

$$= \left(\frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot 1 - \mu g \sqrt{\frac{M}{k}} \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k_1 x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} = \mu g \frac{\pi}{2} \quad \cancel{x_0 = \frac{\mu m g}{K} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)} = \frac{0.4 \cdot 1.1 \cdot 10}{700} \left(1 + \frac{3}{2} \right) =$$

$$= \frac{42.5}{400} = 0.105 \quad \cancel{x_0 = \frac{M \cdot \mu g \cdot \frac{\pi}{2}}{K} + \frac{\mu m g}{K} = \frac{42.5}{100} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{100} = \frac{34}{100} (m)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) a_0 - ук - ^{ср аэро} после начала движения.

$$a_0 = \ddot{x}_{(0)} = \left(1x_0 - \frac{\mu mg}{K}\right) \cdot \frac{K}{M} = \left(0,7 - \frac{0,4 \cdot 10}{100}\right) \cdot \frac{100}{5} = \\ = \left(\frac{10-4}{10}\right) \cdot \frac{100}{5} = \boxed{12 \text{ м/с}^2} \quad a_0 = \left(0,34 - \frac{4}{100}\right) \cdot \frac{100}{5} =$$

$$3) a_{0Tn}(t_3) = 0 = \left(\frac{KAx_0}{M} - \frac{\mu mg}{M}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g = \frac{3}{5} \cdot \frac{10^2}{5} = \boxed{6 \text{ м/с}^2}$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{4}{7,2} = \frac{4}{7,2} = \frac{4}{7,2}$$

$$a_{0Tn}(t_3) = \left(\frac{KAx_0}{M} - \frac{\mu mg}{M}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{4}{\frac{0,34 \cdot 100}{5} - \frac{4}{5}} = \frac{4 \cdot 5}{306} = \frac{2}{3}$$

$$t_3 = \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3} \quad \dot{x}(t_3) = \left(1x_0 - \frac{\mu mg}{K}\right) \sqrt{\frac{K}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) =$$

$$= \left(0,34 - \frac{4}{100}\right) \cdot \sqrt{\frac{100}{5}} =$$

$$1x_0 = \frac{\mu M g}{K} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\mu mg}{K} = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot \frac{\pi}{2}}{100} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{100} = \frac{28}{100} = 0,28 \text{ м}$$

$$a_0 = \ddot{x}_{(0)} = \left(1x_0 - \frac{\mu mg}{K}\right) \frac{K}{M} = \left(0,28 - 0,04\right) \cdot \frac{100}{4} - \frac{24}{100} \cdot \frac{100}{4} = \boxed{6 \text{ м/с}^2}$$

$$3) a_{0Tn}(t_3) = 0 = \left(\frac{KAx_0}{M} - \frac{\mu mg}{M}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g =$$

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{4}{\frac{0,28 \cdot 100}{4} - \frac{0,4 \cdot 10}{4}} = \frac{4}{7,2} = \frac{2}{3} \quad t_3 = \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3}$$

$$V(t_3) = \dot{x}(t_3) = \left(0,28 - 0,04\right) \sqrt{\frac{100}{4}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3}\right) =$$

$$= 0,24 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{5\sqrt{5} \cdot 24}{100 \cdot 2} = \boxed{\frac{4\sqrt{5}}{10} \text{ м/с}}$$

(1) $\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 (2) $\frac{4\sqrt{5}}{10} \text{ м/с} = 0,24 \text{ м/с}$

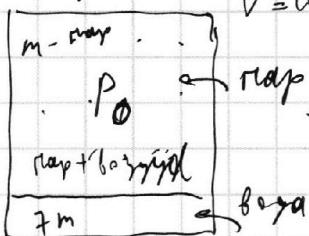
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

до нагрева:

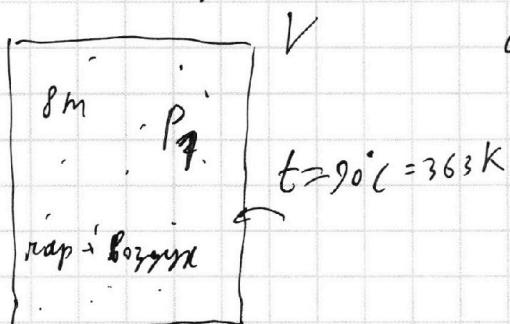


Задача № 2

$$\begin{aligned} &+ \frac{273}{27} \\ &\frac{30}{3} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ну (T6) m - масса} \\ \text{пара} \\ \text{7m - масса воды} \\ \text{до нагрева.} \end{array} \right.$$

1) до нагревания масса пара = m

после нагревания:



после нагревания вся вода испарилась \Rightarrow масса пара = $8m$

$$\frac{8m}{m} = 8$$

2) ну (T6) V_1 - кол-во воздуха.

V_M - кол-во пара, массой m ($V_M = \frac{m}{\mu_{H_2O}}$)

до нагревания в сосуде находился в равновесии водяной пар \Rightarrow

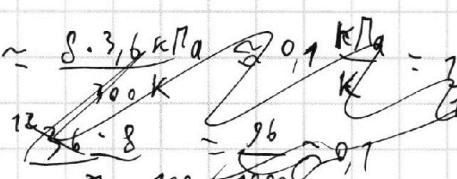
\Rightarrow пар идеальный, $P_{M,1} = 3,5\text{kPa}$ (из графика)

температура t^* , при которой прекращается сжигание всей воды является температурой, когда пар кал. вм δV_M на-

$\{P_{M,2} V = \delta V_M R T^* \quad T^* \Rightarrow t^*, \text{ но в цельвинах}$ - смыл.

$P_{M,2}$ - ~~так~~ дав-е наст-пара при t^*

$\{P_{M,1} \cdot V = V_M R T_0 \Rightarrow P_{M,2} = \frac{\delta T^*}{T_0} \quad P_{M,2} = \frac{8 \cdot 3,5\text{kPa}}{300\text{K}} \approx$



$$\begin{aligned} \frac{P_{M,2}}{P_{M,1}} &= \frac{8(T_0 + \Delta t)}{T_0} = 8 + \frac{8 \Delta t}{300\text{K}} = 8 + \frac{8(t^* - t_0)}{300\text{K}} = \\ &= 8 + \frac{8t^*}{300\text{K}} - 8 \cdot \frac{273}{300 \cdot 100} = 8(1 - 0,09) + \frac{8t^*}{300\text{K}} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{P_{n.p.2}}{P_{n.p.1}} = 7,28 + \frac{8t^*}{300^\circ C}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 7,28 \\ \hline 143168 \\ + 184 \\ \hline 26208 \end{array}$$

$$P_{n.p.2} = 26,208 \text{ kPa} + \frac{9,6 \text{ kPa}}{100^\circ C} t^*$$

$$\approx 26 \text{ kPa} + \frac{0,17 \text{ kPa}}{1^\circ C} t^*$$

из графика $t^* \approx 72^\circ C$

3) После дальнейшего нагрева парциальное давление пара остается равным $P_{n.p.2} \approx 34 \text{ kPa}$

~~$$\varphi = \frac{P_{n.p.2}(t=90^\circ C)}{P_{n.p.2}} = \frac{70 \text{ kPa}}{34 \text{ kPa}} \approx 70 \quad \varphi = \frac{P_{n.p.2}}{P_{n.p.1}(t=90^\circ C)} = \frac{34 \text{ kPa}}{70 \text{ kPa}} \approx$$~~

$$\approx \frac{35}{70} \approx \frac{5}{10} = 50\%$$

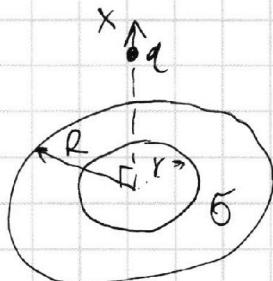
Ответ: 1) f 2) $\approx 72^\circ C$ 3) 50%

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3

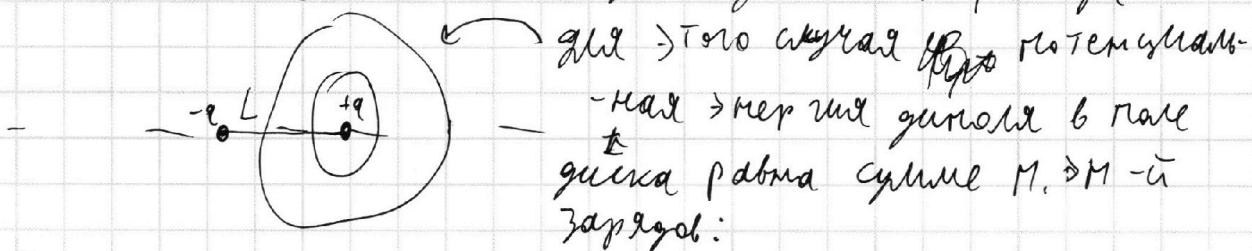
Пусть плотность заряда на диске σ , радиус диска R ,

радиус отверстия $= r$. Найдём потенциал заряда q на расстоянии x от центра диска по оси симметрии диска:

$$\begin{aligned}\varphi_{(x)} &= \int_0^R d\varphi \int \frac{k \sigma R ds}{\sqrt{x^2 + s^2}} = 2\pi k \sigma \int_r^R \frac{ds}{\sqrt{x^2 + s^2}} = \\ &= \pi k \sigma \int_r^R \frac{dx}{\sqrt{1 + \frac{s^2}{x^2}}} = \pi k \sigma x \left[\sqrt{1 + \frac{s^2}{x^2}} \right]_r^R = \\ &= 2\pi k \sigma x \left(\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{x^2}} \right) = \frac{6x}{2\pi\sigma} \left(\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{x^2}} \right) = \\ &= \frac{6}{2\pi\sigma} \left(\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2 + r^2} \right)\end{aligned}$$

Пусть масса диска M , заряд $+q$ и $-q$

чтобы диски грохотели диски, это ~~передний~~ заряд $+q$ должен долететь до центра диска, так как дальше по мере прохода дисков через поле диска, пока за диск не вылетят заряды $-q$, сила, действующая на диски, будет напр-а вдаль движущихся. Пусть длина диска $= L$, тогда



$$E_{n,+} = q \cdot \varphi_{(0)} = \frac{9\sigma}{2\pi\epsilon_0} (R-r), E_{n,-} = -q \cdot \varphi_{(L)} = \frac{-9\sigma}{2\pi\epsilon_0} \left(\sqrt{L^2 + R^2} - \sqrt{L^2 + r^2} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$E_{M_1} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(R - r - \sqrt{L^2 + R^2} + \sqrt{L^2 + r^2} \right)$$

диски загрустили из фокометрии со скоростью $V_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow M_0 \rightarrow : \frac{MV_0}{2} = E_{M_1}, \quad \frac{MV_0}{2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \underbrace{\Psi(L, R, r)}_{(R - r - \sqrt{L^2 + R^2} + \sqrt{L^2 + r^2})}$$

1) После уменьшения заряда диска в 3 раза, Кинетическая энергия хватит для пролёта диска через диск.

В этот момент, когда центр диска совпадает с центром отб-я, $E_{M_2} = q\Psi(\frac{L}{2}) - q\Psi(\frac{r}{2}) = 0 \Rightarrow$

\Rightarrow скорость диска такая же, какая была при запуске, т.е. V_0 .

2) Минимальная скорость диска достигается, когда заряд $\frac{q}{3}$ находится в центре диска, т.к. потенциальная

энергия поля в этом положении максимальна.

Максимальная же скорость достигается, когда поле заряда $-\frac{q}{3}$ оказывается в центре диска, в этом

случае потенциальная энергия равна по модулю противоположна по знаку (вдвое выше).

$$E_{M_2} = \frac{q}{6\pi\epsilon_0} \cdot \Psi(L, R, r) = E_{M_1} = \frac{MV_0}{3} \quad \Rightarrow \text{отн } V_{max} \text{ и } V_{min} :$$

$$\begin{cases} \frac{MV_0}{2} = \frac{MV_{min}}{2} + \frac{MV_0}{6} \\ \frac{MV_0}{2} = \frac{MV_{max}}{2} - \frac{MV_0}{6} \end{cases}$$

$$E_{M_2} = \frac{MV_0}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} V_o^2 = V_{min}^2 + \frac{V_o^2}{3} \\ V_o^2 = V_{max}^2 - \frac{V_o^2}{3} \end{cases} \quad V_{min}^2 = \frac{2V_o^2}{3} \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{8V_o^2}{3}} = \sqrt{2}$$

ОТВЕТ: 1) V_o 2) $\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

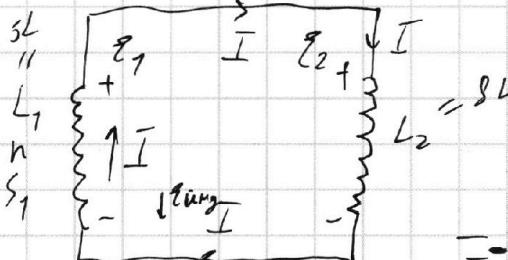
Задача №4

$$\beta(t) = \begin{cases} \beta_0 - \frac{8\beta_0}{15\tau}t, & t \leq \frac{3\tau}{4} \\ \frac{12\beta_0}{5} - \frac{12\beta_0}{5\tau}t, & \frac{3\tau}{4} < t \leq \tau \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 5L \\ I_2 &= 8L \\ \frac{3\beta_0}{5} &= k \cdot \frac{3\tau}{4} + b \\ 0 &= k\tau + b \\ -\frac{3\beta_0}{5} &= k \cdot \frac{\tau}{4} \quad k = -\frac{12\beta_0}{5\tau} \end{aligned}$$

$\dot{\beta}_1 = -\frac{8\beta_0}{15\tau}$ - скорость 1-й эд-ки индукции β в 1-й промежуток
 $0 \leq t \leq \frac{3\tau}{4}$

$\dot{\beta}_2 = -\frac{12\beta_0}{5\tau}$ - скорость 2-й эд-ки промежуток $\frac{3\tau}{4} \leq t \leq \tau$



$$\vec{B} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \Phi(\vec{E}, \vec{J}) = \iint (\vec{B} \times \vec{E}, dS)$$

$$= \iint \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, dS \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_1 = \dot{\beta}_1 \cdot S_1 \cdot n$$

Так как в цепи нет активного сопротивления, $E_1 = |E_2| + E_{\text{наг}}$

$$|E_2| = -L_2 \frac{dI}{dt} \quad \text{Решение - это (индукции 2-й катушки в L1)}$$

$$|E_{\text{наг}}| = |L_1 \frac{dI}{dt}|$$

$$|\dot{\beta}| S_1 n = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$dI = \frac{|\dot{\beta}| S_1 n}{L_1 + L_2} dt$$

$$1) I_0 = \int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{|\dot{\beta}_1| S_1 n}{L_1 + L_2} dt + \int_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} \frac{|\dot{\beta}_2| S_1 n}{L_1 + L_2} dt = \frac{S_1 n}{L_1 + L_2} \left(\int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{8\beta_0}{15\tau} dt + \int_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} \frac{12\beta_0}{5\tau} dt \right) =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{S_1 n}{13L} \left(\frac{8B_0}{75\tau} \cdot \cancel{\frac{3\tau}{4}} + \frac{72B_0}{5\tau} \cdot \cancel{\frac{\tau}{4}} \right) = \frac{S_1 n B_0}{13L} \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) = \boxed{\frac{S_1 n B_0}{13L}}$$

$$2) I = \frac{dq}{dt} \quad q = \int I(t) dt \quad Q = \int_0^{\tau} I(t) dt$$

$$\text{т. } I(t) = \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{75\tau} t, \quad t \leq \frac{3\tau}{4}$$

$$I\left(\frac{3\tau}{4}\right) = \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{75\tau} \cdot \cancel{\frac{3\tau}{4}} = \frac{2S_1 n B_0}{65L}$$

$$I_{(t)} \text{ при } \frac{3\tau}{4} \leq t \leq \tau : I_{(t)} = \frac{2S_1 n B_0}{65L} + \frac{2S_1 n \cdot 72B_0}{5\tau} t$$

$$Q_1 = \int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{75\tau} t dt = \frac{8S_1 n B_0}{13 \cdot 75 L \tau} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\frac{3\tau}{4}} = \frac{8S_1 n B_0}{13 \cdot 75 L} \cdot \tau \cdot \cancel{\frac{3\tau}{4}}^3 =$$

$$= \frac{3S_1 n B_0 \tau}{130L} \quad Q_2 = \frac{2S_1 n B_0}{65L} \cdot \frac{\tau}{4} + \frac{24S_1 n B_0}{13 \cdot 5 L \tau} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} =$$

$$= \frac{2S_1 n B_0 \tau}{4 \cdot 65L} + \frac{12S_1 n B_0 \tau}{65L} \left(1 - \frac{9}{16} \right) =$$

$$= \frac{S_1 n B_0 \tau}{65L} \left(\frac{7}{2} + \cancel{\frac{72}{76}} \cdot \cancel{\frac{7}{4}} \right) = \frac{23S_1 n B_0 \tau}{4 \cdot 65L}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{S_1 n B_0 \tau}{65L} \left(\frac{23}{4} + \frac{3}{2} \right) = \frac{S_1 n B_0 \tau}{L} \cdot \frac{29}{65 \cdot 4} =$$

$$= \frac{29}{260} \frac{S_1 n B_0 \tau}{L}$$

$$\underline{Q \text{ then: 1) } \frac{S_1 n B_0}{13L}; \frac{29}{260} \frac{S_1 n B_0 \tau}{L}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

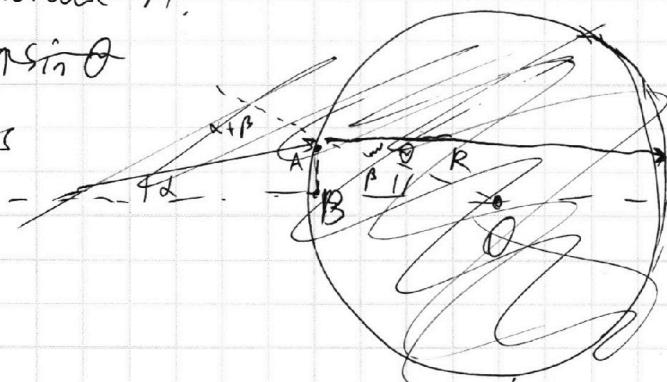
Задача №5

(под малым углом)

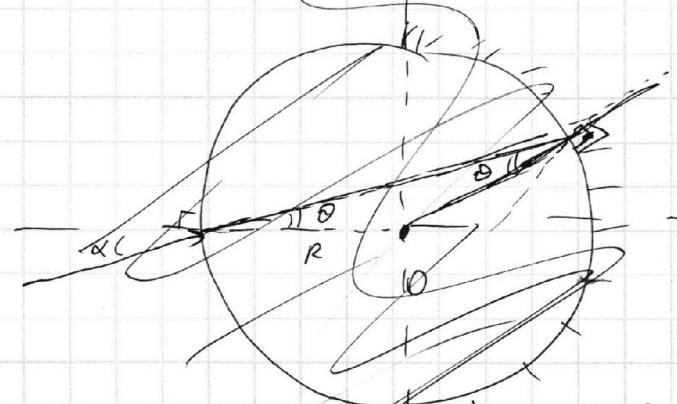
Рассмотрим ход луча внутри шара с показателем преломления n .

$$n \sin(\alpha + \beta) = n \sin \alpha$$

$$\angle AOB = \angle RSB$$



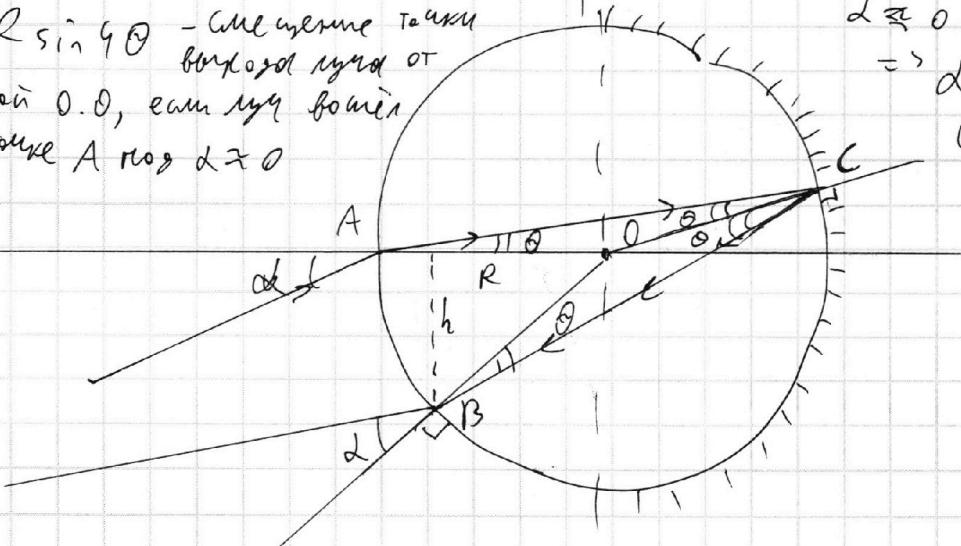
$$\overarc{AB} = \angle AOB$$



$$\begin{aligned} \overarc{AB} &= 2\angle AOB - \gamma \theta = 2\angle AOB - 2\theta \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= R \sin \gamma \theta - \text{смещение точки выхода луча от} \\ &\text{шаблон 0.0, если луч вышел} \\ &\text{в шар в точке A под } \alpha \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= n \sin \theta \\ \alpha &\approx 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha &\approx h \theta \\ \theta &= \frac{\alpha}{n} \end{aligned}$$

Го





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

