



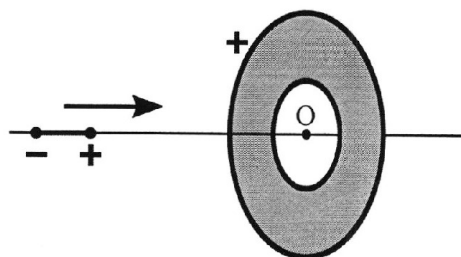
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

## Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.



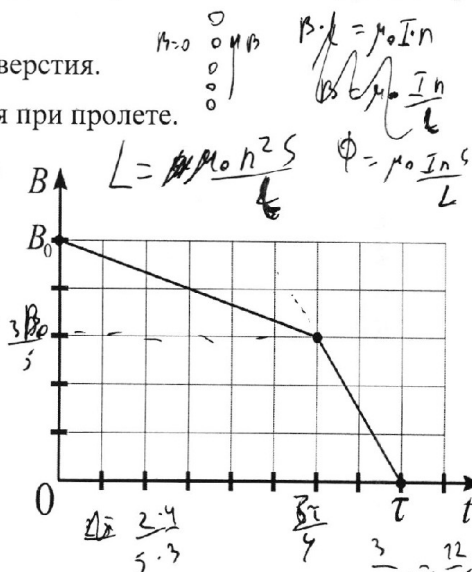
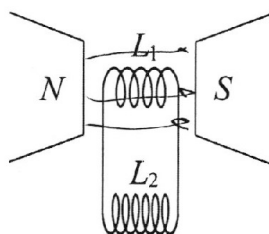
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке  $O$ . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна  $V_0$ . Заряды диполя уменьшают по модулю в 3 раза и сообщают диполью начальную скорость  $V_0$ .



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

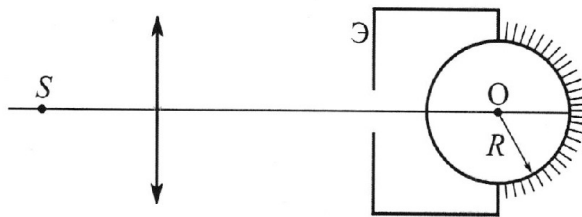
4. Катушка индуктивностью  $L_1 = 5L$  с числом витков  $n$  и площадью каждого витка  $S_1$  находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией  $B_0$ . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью  $L_2 = 8L$  находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени  $\tau$ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток  $I_0$  через катушку  $L_2$  в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку  $L_2$  за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы расположены центр  $O$  прозрачного шара радиуса  $R$  и точечный источник  $S$ , удаленный от линзы на расстояние  $a = 4,5R$  (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран  $\mathcal{E}$  с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно  $b = 8R$ , то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти фокусное расстояние линзы  $F$ .

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы уменьшилось на  $\Delta = 3R$ , изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран  $\mathcal{E}$  обеспечивает малость углов  $\alpha$  лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения  $\sin \alpha \approx \alpha$ .



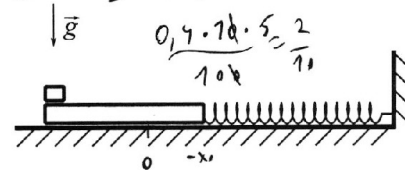
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

$$\frac{kx_1^2}{2} = \frac{M\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - A_{\text{сп}}$$



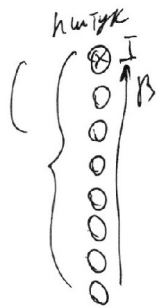
1. Длинную доску массой  $M = 4$  кг удерживают на горизонтальной гладкой поверхности. На одном конце доски лежит небольшой брусок массой  $m = 1$  кг, а в другой конец упирается легкая сжатая пружина жёсткостью  $k = 100$  Н/м, прикрепленная к стенке. Коэффициент трения скольжения бруска по доске  $\mu = 0,4$ . Доску отпускают, она начинает движение, а брусок начинает двигаться относительно доски. Начальное сжатие пружины подобрано так, что в момент, когда ускорение доски почти достигает нуля первый раз, относительное движение бруска по доске прекращается. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Число «пи» в расчётах можете считать равным  $\pi \approx 3$ . Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найдите сжатие пружины в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.  $\dot{x} = \left( \frac{k\Delta x_0}{M} - \frac{\mu mg}{M} \right) - \frac{kx}{M} = 0 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{\mu mg}{k}$
- 2) Найдите ускорение доски сразу после начала движения.
- 3) Найдите скорость доски в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2. В сосуде постоянного объема находятся в равновесии влажный воздух при температуре  $t_0 = 27$  °С и жидкая вода. Масса жидкой воды в 7 раз больше массы пара. Содержимое сосуда постепенно нагревают до температуры  $t = 90$  °С. В результате вся вода превращается в пар. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти отношение масс пара в конце и в начале нагревания.
- 2) Найти температуру  $t^*$ , при которой прекратится испарение воды.
- 3) Найти относительную влажность  $\phi$  в конце нагревания.

Объёмом жидкост и по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.

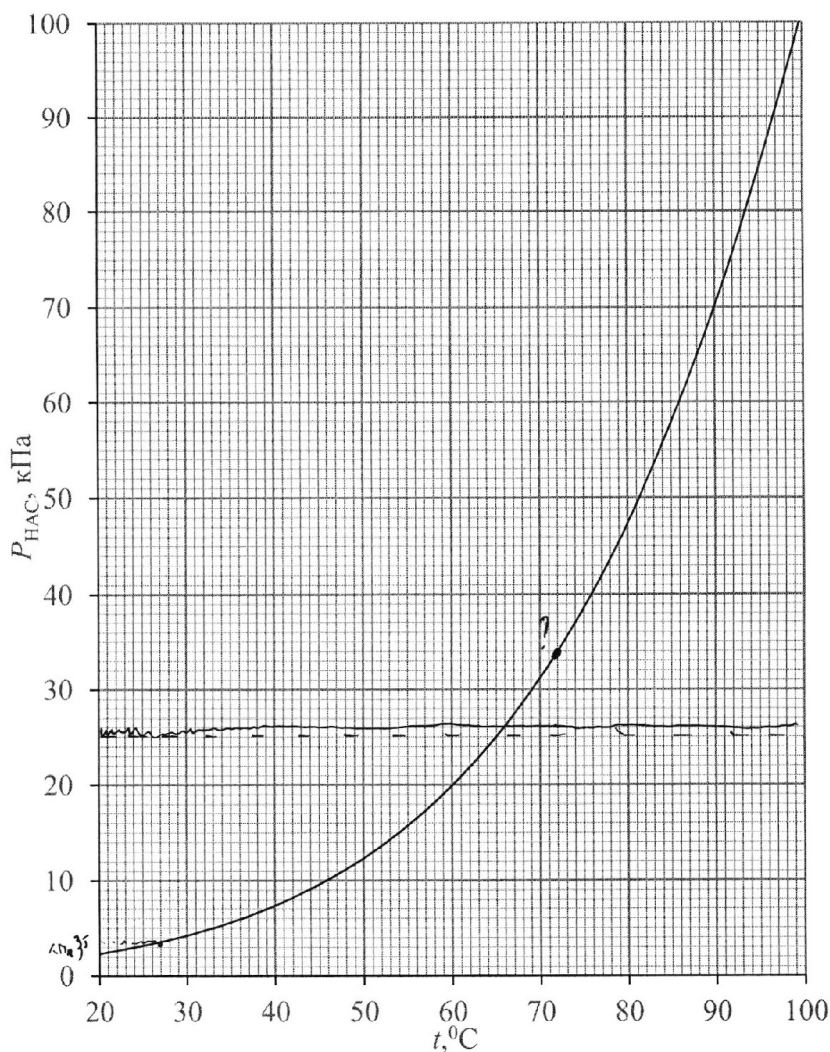


$$\phi \vec{B}_{\text{ид}} \vec{l} = \mu_0 \vec{I}_{\text{ин}}$$

$$B \cdot l = \mu_0 I \cdot n$$

$$B = \frac{\mu_0 I n}{l}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I n S}{l} \quad l = \frac{\mu_0 I n S}{l}$$





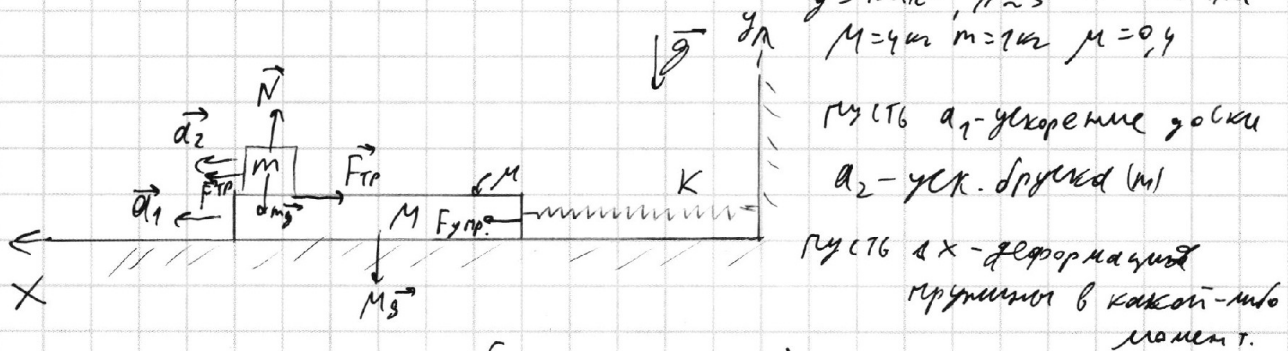
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1



2-й 3-й з.м для доски и бруска по оси  $x$ :

$$\begin{cases} Ma_1 = K\Delta x - F_{tr} \\ ma_2 = F_{tr} \end{cases}$$

рассмотрим промежуток времени от начала до того момента, когда отн-е ускорения бруска по доске прекращается.  $F_{tr} = \mu N = \mu mg$

$$\begin{cases} Ma_1 = K\Delta x - \mu mg \\ ma_2 = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ma_1 = K\Delta x - ma_2 \\ ma_2 = \mu mg \end{cases}$$

1) Пусть  $\Delta x_1$  - статическая деформация в момент, когда отн-е ускорения бруска и доски станут впервые равно 0. В этот момент  $a_1 = a_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} Ma_1 = K\Delta x_1 - F_{tr} \\ ma_2 = F_{tr} = ma_1 \end{cases} \Rightarrow K\Delta x_1 = (M+m)a_1$$

т.к. отн-е движения бруска по доске ещё остаётся,

$$K\Delta x_1 = \mu g(M+m) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{\mu g(M+m)}{K} = \frac{4^2}{10} \cdot \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ кг}}{700 \text{ Н/м}} = \boxed{0,2 \text{ м}}$$

$$a_1 = \frac{K\Delta x}{M} - \frac{\mu mg}{M} \quad a_1 - a_2 = \frac{K\Delta x}{M} - \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right) = a_{отн}$$

Пусть начало оси  $x$  находится в точке соединения недеформированной пружины и доски до начала движения, тогда  $a_1 = \ddot{x}$ ,  $M\ddot{x} = K(\Delta x_0 - x) - \mu mg$ , ур-е свободных колебаний бруска относительно доски,  $\Delta x_0$  - начальное статическое удлинение.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ddot{x} = \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) - \frac{k}{M} x \quad \lambda_1 = i \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \lambda_2 = -i \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \text{— корни характеристического уравнения.}$$

$$x(t) = C_1 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + C_2 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \frac{M}{k} \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) =$$

$$= C_1 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + C_2 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right)$$

найдем  $C_1$  и  $C_2$ : в момент  $t=0$   $x=0$ ,  $\dot{x}=0$

$$x(0) = C_2 + \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \quad \dot{x}(t) = \sqrt{\frac{k}{M}} (C_1 \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) - \sqrt{\frac{k}{M}} C_2 \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t))$$

$$\dot{x}(0) = \sqrt{\frac{k}{M}} (C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0)$$

$$x(t) = \left( \frac{\mu m g}{k} - \Delta x_0 \right) \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) + \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \left( 1 - \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \right)$$

$$\dot{x}(t) = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad \ddot{x}(t) = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} \right) \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$$

в момент когда  $\dot{x}(t) \rightarrow 0$ ,  $t = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{\pi}{2}$

$$a_{отн} = \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) - \mu g \rightarrow V_{отн} = \int_0^t \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} \tau) - \mu g \tau$$

$$- \mu g t = \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) - \mu g t + A, \text{ где } A=0, \text{ т.к. } a_{отн}(t=0)=0$$

$$x_{отн} = - \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) - \frac{\mu g t^2}{2} + B$$

$$x_{отн}(t=0) = B - \Delta x_0 + \frac{\mu m g}{k} = 0 \Rightarrow B = \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k}$$

$$x_{отн} = \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{k} - \frac{\mu g t^2}{2} - \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$$

По ум. когда  $\dot{x}=0$ ,  $V_{отн}=0 \Rightarrow V_{отн}(t=\sqrt{\frac{M}{k}} \frac{\pi}{2}) = 0 =$

$$= \left( \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \frac{M}{k} \cdot 1 - \mu g \sqrt{\frac{M}{k}} \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} = \mu g \frac{\pi}{2} \quad \Delta x_0 = \frac{\mu m g}{k} \left( 1 + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{0,4 \cdot 7,18}{100} \left( 1 + \frac{3}{2} \right) =$$

$$= \frac{42,5}{100} = 0,425 \quad \Delta x_0 = \frac{\mu m g}{k} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\mu m g}{k} = \frac{4,5}{100} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{100} = \frac{39}{100} (м)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)  $a_0$  - ускорение <sup>сразу</sup> после начала движения.

$$a_0 = \ddot{x}_{(0)} = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{K} \right) \cdot \frac{K}{M} = \left( 0,7 - \frac{0,4 \cdot 70}{100} \right) \cdot \frac{100}{5} =$$

$$= \left( \frac{70 - 28}{100} \right) \cdot \frac{100}{5} = \frac{42}{5} = 8,4 \text{ м/с}^2$$

3)  $a_{отн}(t_3) = 0 = \left( \frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{\mu g}{\frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M}} = \frac{4}{\frac{0,7 \cdot 100}{5} - \frac{0,4 \cdot 70}{5}} = \frac{4}{28 - 28} = \frac{4}{0} = \frac{4}{1,2}$$

$$a_{отн}(t_3) = \left( \frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{\mu g}{\frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M}} = \frac{4 \cdot 5}{28 - 28} = \frac{2}{3}$$

$$t_3 = \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3} \quad \dot{x}_{(t_3)} = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{K} \right) \sqrt{\frac{K}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) =$$

$$= \left( 0,7 - \frac{0,4}{100} \right) \cdot \sqrt{\frac{100}{5}} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$\Delta x_0 = \frac{\mu M g}{K} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\mu m g}{K} = \frac{0,4 \cdot 70 \cdot \frac{\pi}{2}}{100} + \frac{4}{100} = \frac{28}{100} = 0,28 \text{ (м)}$$

$$a_0 = \ddot{x}_{(0)} = \left( \Delta x_0 - \frac{\mu m g}{K} \right) \frac{K}{M} = \left( 0,28 - 0,04 \right) \cdot \frac{100}{4} = \frac{24}{100} \cdot \frac{100}{4} = 6 \text{ м/с}^2$$

3)  $a_{отн}(t_3) = 0 = \left( \frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M} \right) \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) - \mu g \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}} t_3\right) = \frac{\mu g}{\frac{K \Delta x_0}{M} - \frac{\mu m g}{M}} = \frac{4}{\frac{100 \cdot 0,28}{4} - \frac{0,4 \cdot 70}{4}} = \frac{4}{7 - 7} = \frac{2}{3} \quad t_3 = \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3}$$

$$V(t_3) = \dot{x}_{(t_3)} = \left( 0,28 - 0,04 \right) \sqrt{\frac{100}{4}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \arccos \frac{2}{3}\right) =$$

$$= 0,24 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{5 \sqrt{5} \cdot 248}{100 \cdot 3} = \frac{4 \sqrt{5}}{10} \text{ м/с}$$

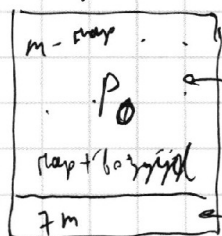
0-й тем: 1) 0,24  
2) 6 м/с<sup>2</sup>; 3)  $\frac{4 \sqrt{5}}{10}$  м/с

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

До нагрева:



$$V = \text{const}$$

$$\text{пар, } t_0 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$T_0 = 300\text{K}$$

вода

Задача №2

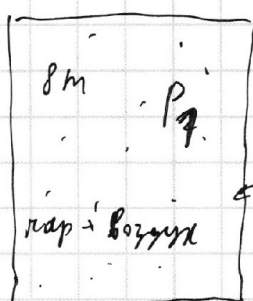
$$+ \frac{273}{300}$$

$$+ \frac{273}{300}$$

$$\frac{273}{300}$$

пусть m-масса пара  
7m-масса воды  
до нагрева.

После нагрева:



$$t = 90^\circ\text{C} = 363\text{K}$$

1) до нагревания масса пара = m

после нагревания вся вода массой 7m

испарилось  $\Rightarrow$  масса пара = 8m

$$\frac{8m}{m} = 8$$

2) пусть  $V_g$  - кол-во воздуха.

$V_n$  - кол-во пара, массой m ( $V_n = \frac{m}{\rho_{H_2O}}$ )

до нагревания в сосуде находится в равновесии влажный воздух  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  пар насыщен,  $P_{n,1} = 3,5 \text{ кПа}$  (из графика)

Температура  $t^*$ , при которой прекращается испарение  
всей воды является температурой, когда пар кол-вом  $8V_n$  на-  
сыщен.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{n,2} V = 8V_n R T^* \\ P_{n,1} V = V_n R T_0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{P_{n,2}}{P_{n,1}} = \frac{8 T^*}{T_0}$$

$$\approx \frac{8 \cdot 3,5 \text{ кПа}}{300 \text{ K}} = 0,1 \text{ кПа} = 1 \text{ кПа}$$

$$\frac{12 \cdot 3,5 \cdot 8}{10 \cdot 300} = \frac{96}{1000} = 0,1$$

$$\frac{8 \cdot 3,5}{300} = \frac{8 \cdot 1,2}{100} = \frac{2,6}{100}$$

$$\frac{8,8}{0,72} = 12,2$$

$$\frac{P_{n,2}}{P_{n,1}} = \frac{8(T_0 + \Delta t)}{T_0} = 8 + \frac{8\Delta t}{300\text{K}} = 8 + \frac{8(t^* - t_0)}{300\text{K}} =$$

$$= 8 + \frac{8t^*}{300\text{K}} - 8 \cdot \frac{27^\circ}{300 \cdot 100} = 8(1 - 0,09) + \frac{8t^*}{300\text{K}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{p_{н.п.2}}{p_{н.п.1}} = 7,28 + \frac{8t^*}{300^\circ\text{C}}$$

$$\begin{array}{r} 7,28 \\ \times 1,36 \\ \hline 143168 \\ 7184 \\ \hline 26208 \end{array}$$

$$p_{н.п.2} = 26,208 \text{ кПа} + \frac{2,6 \text{ кПа}}{100^\circ\text{C}} t^*$$

$$\approx 26 \text{ кПа} + \frac{0,17 \text{ кПа}}{1^\circ\text{C}} t^*$$

$$\text{из графика } t^* \approx 72^\circ\text{C}$$

3) После дальнейшего нагрева парциальные давления пара остаётся равным  $p_{н.п.2} \approx 34 \text{ кПа}$

$$\varphi = \frac{p_{н.п.}(t=90^\circ\text{C})}{p_{н.п.2}} = \frac{70 \text{ кПа}}{34 \text{ кПа}} \approx 70 \quad \varphi = \frac{p_{н.п.2}}{p_{н.п.}(t=90^\circ\text{C})} = \frac{34 \text{ кПа}}{70 \text{ кПа}} \approx$$

$$\approx \frac{34}{70} \approx \frac{5}{10} = 50\%$$

Отв. 1) 8      2)  $\approx 72^\circ\text{C}$       3) 50%

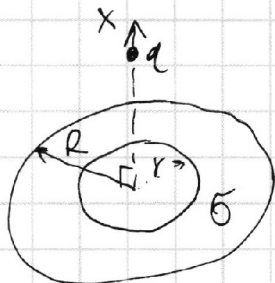
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



### Задача №3

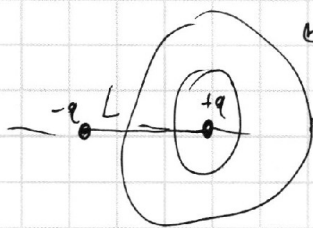


Пусть плотность заряда на диске  $\sigma$ , радиус диска  $R$ , радиус отверстия  $= r$ . Найдём потенциал  $\varphi$  в точке заряда  $+q$  на расстоянии  $x$  от центра диска по оси симметрии диска:

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= \int_0^{2\pi} \int_r^R \frac{k\sigma R ds d\varphi}{\sqrt{x^2 + s^2}} = 2\pi k\sigma \int_r^R \frac{s ds}{\sqrt{x^2 + s^2}} = \\ &= \pi k\sigma \int_r^R \frac{ds^2}{x \sqrt{1 + \frac{s^2}{x^2}}} = \pi k\sigma x \int_r^R \frac{\frac{s^2}{x^2}}{\sqrt{1 + \frac{s^2}{x^2}}} = 2\pi k\sigma x \left[ \sqrt{1 + \frac{s^2}{x^2}} \right]_r^R = \\ &= 2\pi k\sigma x \left( \sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{x^2}} \right) = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{x^2}} \right) = \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2 + r^2} \right)\end{aligned}$$

Пусть масса ~~зарядов~~ диполя  $= M$ , заряды  $+q$  и  $-q$

Чтобы диполь пролетел диск, его ~~высвобождающий~~ заряд  $+q$  должен дойти до центра диска, так как далее по мере прохода диполя через плоскость диска, пока за диск не вылетит заряд  $-q$ , сила, действующая на диполь, будет направлена в сторону движения.



Пусть длина диполя  $= L$ , тогда для этого случая ~~для~~ потенциалная энергия диполя в поле диска равна сумме  $M \cdot \varphi_{M+}$  и зарядов:

$$E_{п,+} = q \cdot \varphi_{(0)} = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0} (R - r), \quad E_{п,-} = -q \varphi_{(L)} = -\frac{q\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{L^2 + R^2} - \sqrt{L^2 + r^2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$E_{п1} = \frac{q\epsilon}{2\epsilon_0} (R - r - \sqrt{L^2 + R^2} + \sqrt{L^2 + r^2})$$

Диполь запустим из бесконечности со скоростью  $V_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{По 3}(\Rightarrow): \frac{MV_0^2}{2} = E_{п1} \quad \frac{MV_0^2}{2} = \frac{q\epsilon}{2\epsilon_0} \cdot \psi(L, R, r)$$

$$\psi(L, R, r) = (R - r - \sqrt{L^2 + R^2} + \sqrt{L^2 + r^2})$$

1) После уменьшения заряда диполя в 3 раза кинетической энергии хватит для пролёта диполя через диск.

При этом момент, когда центр диполя совпадает с центром отб- $q$ ,  $E_{п2} = q\psi(\frac{L}{2}) - q\psi(\frac{L}{2}) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  скорость диполя такая же, какая была при запуске, т.е.  $V_0$ .

2) Минимальная скорость диполя достигается, когда заряд  $+\frac{q}{3}$  находится в центре диска, т.к. потенциальная энергия мая в этом положении максимальна.

Максимальная же скорость достигается, ~~тогда~~ когда где заряд  $-\frac{q}{3}$  оказывается в центре диска, в этом случае потенциальная энергия равна по модулю противоположна по знаку (в случае минимума).

$$E_{п2} = \frac{q\epsilon}{6\epsilon_0} \cdot \psi(L, R, r) = \frac{E_{п1}}{3} = \frac{MV_0^2}{6} \quad \text{З}(\Rightarrow \text{ для } V_{\max} \text{ и } V_{\min}:$$

$$E_{п2} = \frac{MV_0^2}{6}$$

$$\begin{cases} \frac{MV_0^2}{2} = \frac{MV_{\min}^2}{2} + \frac{MV_0^2}{6} \\ \frac{MV_0^2}{2} = \frac{MV_{\max}^2}{2} - \frac{MV_0^2}{6} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} V_0^2 = V_{\min}^2 + \frac{V_0^2}{3} \\ V_0^2 = V_{\max}^2 - \frac{V_0^2}{3} \end{cases} \quad \begin{aligned} V_{\min}^2 &= \frac{2V_0^2}{3} \\ V_{\max}^2 &= \frac{4V_0^2}{3} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \sqrt{\frac{4V_0^2/3}{2V_0^2/3}} = \sqrt{2}$$

Отвечая:  $V_0$ ;  $\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$B(t) = \begin{cases} B_0 - \frac{8B_0}{15\tau}t, & t \leq \frac{3\tau}{4} \\ \frac{12B_0}{5} - \frac{12B_0}{5\tau}t, & \frac{3\tau}{4} < t \leq \tau \end{cases}$$

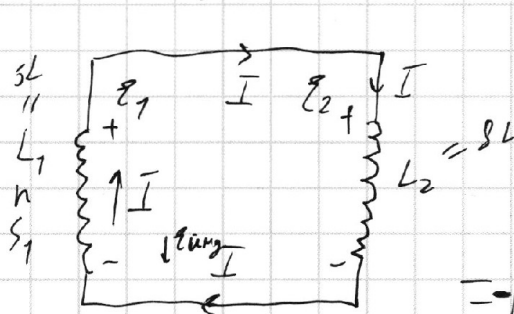
$$B(t) = kt + b \quad \begin{cases} L_1 = 5L \\ L_2 = 8L \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3B_0}{5} = k \cdot \frac{3\tau}{4} + b \\ 0 = k\tau + b \end{cases} \quad | -$$

$$-\frac{3B_0}{5} = \frac{k\tau}{4} \quad k = -\frac{12B_0}{5\tau}$$

$$\dot{B}_1 = -\frac{8B_0}{15\tau} \quad \text{— скорость изм. магнитного поля в 1-й промежуток} \quad 0 \leq t \leq \frac{3\tau}{4}$$

$$\dot{B}_2 = -\frac{12B_0}{5\tau} \quad \text{— в 2-й промежуток} \quad \frac{3\tau}{4} \leq t \leq \tau$$



$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \oint (\vec{E}, d\vec{l}) = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}, d\vec{S}) = -\int_S \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} = |\dot{B}| \cdot S \cdot n$$

Так как в цепи нет активного сопротивления,  $E_1 = |E_2| + E_{\text{инд}1}$

$$|E_2| = \left| L_2 \frac{dI}{dt} \right|$$

$E_{\text{инд}1} = \partial \Phi / \partial t$  (индукция 1-й катушки ( $L_1$ ))

$$E_{\text{инд}2} = \left| L_1 \frac{dI}{dt} \right|$$

$$|\dot{B}| S_1 n = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$dI = \frac{|\dot{B}| S_1 n}{L_1 + L_2}$$

$$1) I_0 = \int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{|\dot{B}_1| S_1 n}{13L} dt + \int_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} \frac{|\dot{B}_2| S_1 n}{13L} dt = \frac{S_1 n}{13L} \left( \int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{8B_0}{15\tau} dt + \int_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} \frac{12B_0}{5\tau} dt \right) =$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{S_1 n}{13L} \left( \frac{8B_0}{15\tau} \cdot \frac{\tau}{4} + \frac{12B_0}{5\tau} \cdot \frac{\tau}{4} \right) = \frac{S_1 n B_0}{13L} \left( \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) = \frac{S_1 n B_0}{13L}$$

$$2) I = \frac{dq}{dt} \quad \ddot{q} = \ddot{I} \quad Q = \int_0^{\tau} \ddot{I}(t) dt$$

$$\ddot{I}(t) = \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{15\tau} t, \quad t \leq \frac{3\tau}{4}$$

$$\ddot{I}\left(\frac{3\tau}{4}\right) = \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{15\tau} \cdot \frac{3\tau}{4} = \frac{2S_1 n B_0}{65L}$$

$$\ddot{I}(t) \text{ при } \frac{3\tau}{4} \leq t \leq \tau: \ddot{I}(t) = \frac{2S_1 n B_0}{65L} + \frac{2S_1 n \cdot 12B_0}{13L \cdot 5\tau} t$$

$$Q_1 = \int_0^{\frac{3\tau}{4}} \frac{S_1 n}{13L} \cdot \frac{8B_0}{15\tau} t dt = \frac{8S_1 n B_0}{13 \cdot 15L\tau} \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\frac{3\tau}{4}} = \frac{2S_1 n B_0}{13 \cdot 15L} \cdot \frac{\tau \cdot 2^3}{4^2} =$$

$$= \frac{3S_1 n B_0 \tau}{130L} \quad Q_2 = \frac{2S_1 n B_0 \cdot \tau}{65L} + \frac{24S_1 n B_0}{13 \cdot 5L\tau} \cdot \frac{1}{2} t^2 \Big|_{\frac{3\tau}{4}}^{\tau} =$$

$$= \frac{2S_1 n B_0 \tau}{4 \cdot 65L} + \frac{12S_1 n B_0 \tau}{65L} \left( 1 - \frac{9}{16} \right) =$$

$$= \frac{S_1 n B_0 \tau}{65L} \left( \frac{1}{2} + \frac{12 \cdot 7}{16 \cdot 4} \right) = \frac{23S_1 n B_0 \tau}{4 \cdot 65L}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{S_1 n B_0 \tau}{65L} \left( \frac{23}{4} + \frac{3}{2} \right) = \frac{S_1 n B_0 \tau}{L} \cdot \frac{29}{65 \cdot 4} =$$

$$= \frac{29}{260} \frac{S_1 n B_0 \tau}{L}$$

Ответ: 1)  $\frac{S_1 n B_0}{13L}$ ;  $\frac{29}{260} \frac{S_1 n B_0 \tau}{L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

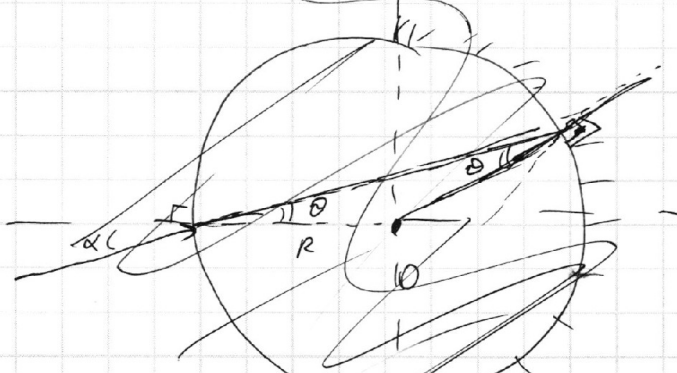
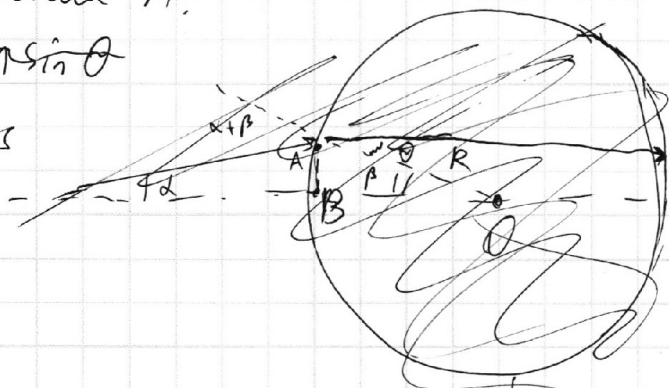
Задача №5

(по малому углу)

Рассмотрим ход луча внутри шара с показателем преломления  $n$ .

$$n \sin(\alpha + \beta) = n \sin \theta$$

$$\alpha + \beta = \theta$$



$$\widehat{AB} = \angle AOB$$

$$\widehat{AB} = 2\angle ACB = 4\theta = \angle AOB = 4\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = R \sin 4\theta - \text{смещение точки}$$

выхода луча от

главной о.о., если луч вошел

в шар в точке A под  $\alpha \neq 0$

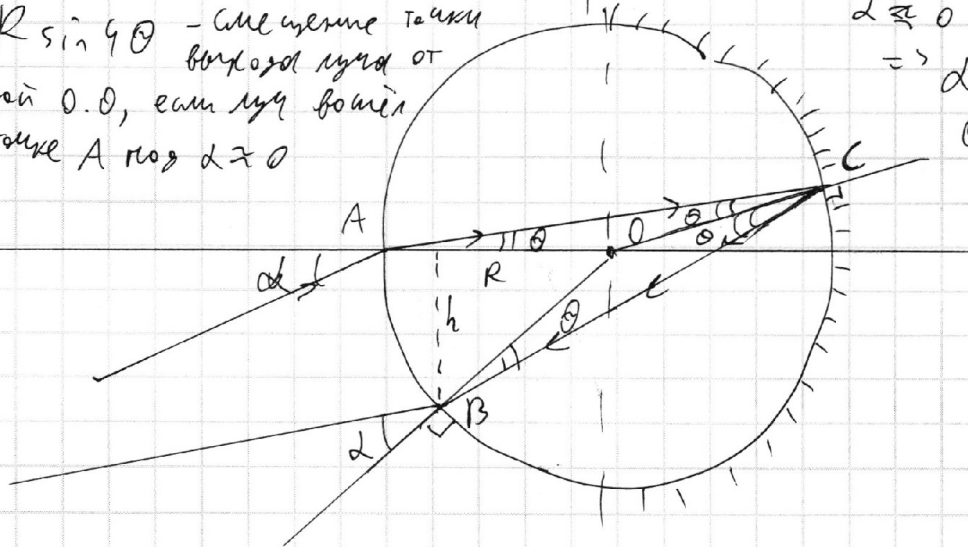
$$\sin \alpha = n \sin \theta$$

$$\alpha \approx 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \approx h \theta$$

$$\theta = \frac{\alpha}{n}$$

ГОО





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

