



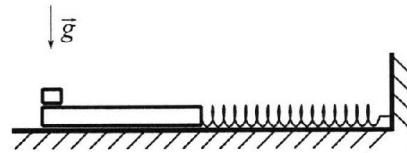
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Длинную доску массой $M = 4$ кг удерживают на горизонтальной гладкой поверхности. На одном конце доски лежит небольшой брускок массой $m = 1$ кг, а в другой конец упирается легкая сжатая пружина жесткостью $k = 100$ Н/м, прикрепленная к стенке. Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,4$. Доску отпускают, она начинает движение, а брускок начинает двигаться относительно доски. Начальное сжатие пружины подобрано так, что в момент, когда ускорение доски почти достигает нуля первый раз, относительное движение бруска по доске прекращается. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

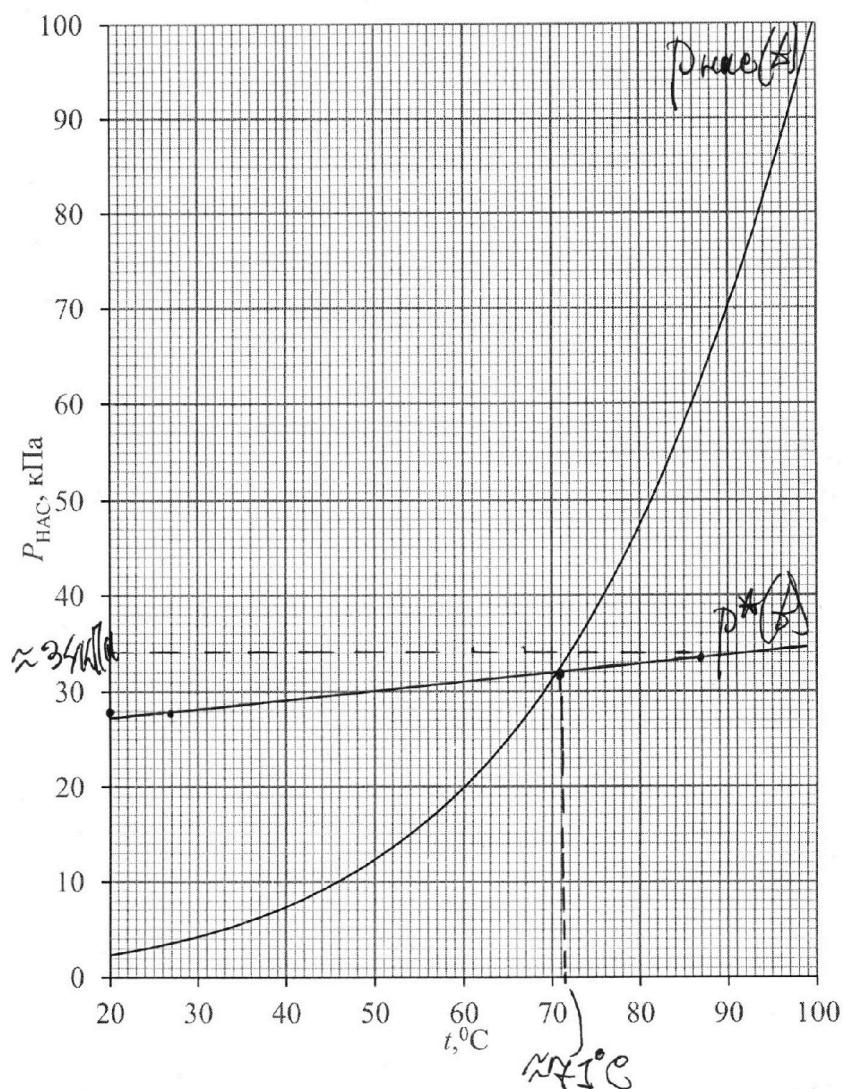


- ① Найдите сжатие пружины в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.
- ② Найдите ускорение доски сразу после начала движения.
- ③ Найдите скорость доски в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2. В сосуде постоянного объема находятся в равновесии влажный воздух при температуре $t_0 = 27$ °С и жидкую воду. Масса жидкой воды в 7 раз больше массы пара. Содержимое сосуда постепенно нагревают до температуры $t = 90$ °С. В результате вся вода превращается в пар. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- ① Найти отношение масс пара в конце и в начале нагревания.
- ② Найти температуру t^* , при которой прекратится испарение воды.
- ③ Найти относительную влажность ϕ в конце нагревания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.



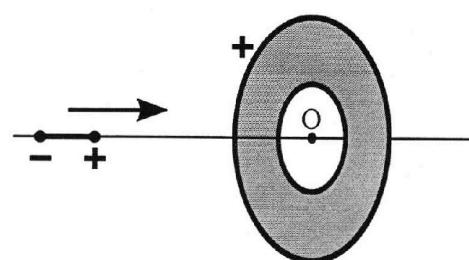
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025



Вариант 11-04

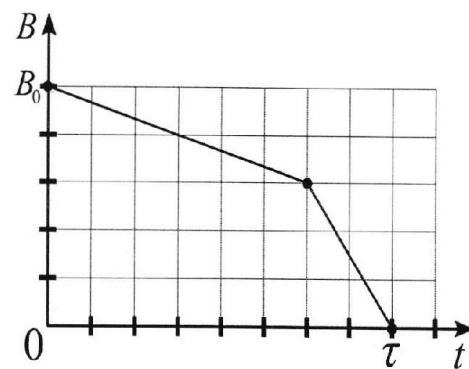
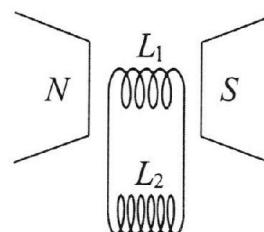
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Заряды диполя уменьшают по модулю в 3 раза и сообщают диполю начальную скорость V_0 .

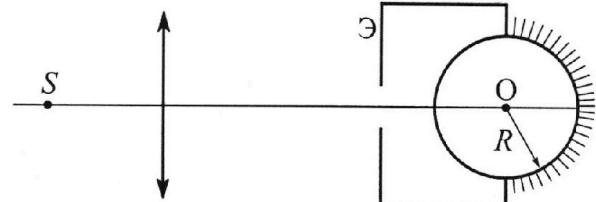


- ① Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- ② Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = 5L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 8L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- ① Найти ток I_0 через катушку L_2 в конце выключения внешнего поля.
 - ② Найти заряд, протекший через катушку L_2 за время выключения внешнего поля.
5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы расположены центр O прозрачного шара радиуса R и точечный источник S , удалённый от линзы на расстояние $a = 4,5R$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран \mathcal{E} с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8R$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- ① Найти фокусное расстояние линзы F .

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы уменьшилось на $\Delta = 3R$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- ② Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от н аружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран \mathcal{E} обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

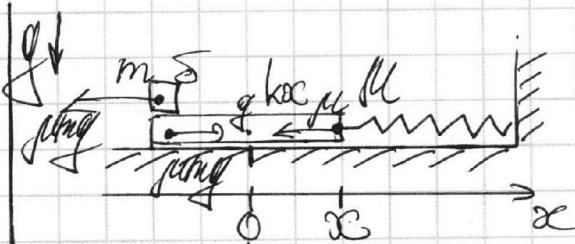
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{aligned} M &= 4 \text{ кг} \\ m &= 5 \text{ кг} \\ k &= 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ \mu &= 0,4 \\ g &= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \end{aligned}$$

- 1) $x_0 = ?$
 $\dot{x}_0 = 0$
2) $\ddot{x}_0 = ?$
3) $x_0 = ?$
 $\dot{x}_0 = 0$



$$M\ddot{x} = -kx + \mu mg$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}x + \frac{\mu mg}{M} = 0$$

$$y = \bar{x} + \frac{\mu mg}{k}$$

$$\ddot{y} = \ddot{x} + \frac{\mu mg}{k}$$

$$\ddot{y} + \frac{k}{M}y = 0$$

$$w^2 = \frac{k}{M}$$

$$y = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$y(0) = A \cos(\omega t_0 + \phi_0) = 0 \Rightarrow \phi_0 = 0$$

$$y(0) = A \cos 0 = A = x_0$$

$$y = x_0 \cos(\omega t)$$

$$d) \alpha_0 = \ddot{x}_0 = \ddot{y}_0 = -\frac{kx_0}{M} - \mu mg \Rightarrow$$

Индекс 1: $\dot{x}_0 = 0$

$$\dot{x}_0 = 0 \Leftrightarrow \dot{x}_0 = \dot{y}_0$$

$$\alpha_0 x = -\frac{\mu mg}{M} = -\mu g = \alpha_0 x = -\frac{kx_0 + \mu mg}{M}$$

$$kx_0 = \mu g (M+m) \Rightarrow x_0 = \frac{\mu g (M+m)}{k}$$

$$x_0 = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot (4+5)}{100} = \frac{4 \cdot 5}{100} = 0,2 \text{ м}$$

$$2) \alpha_0 x = -kx_0 + \mu mg = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{\mu mg}{k}$$

Индекс 2: $\dot{x}_0 = 0$

$$3) \ddot{x}_0 = \frac{kx_0^2}{2} - \mu mg \cos \theta_0 = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{(m\omega^2)(x_0)^2}{2}$$

$$3) \text{л.ч. } (m\omega^2)x_0^2 = \int kx_0 dx$$

Линейно-однородное уравнение

$$x(t) = (x_0 - \frac{\mu mg}{k}) \cos(\omega t + \phi) + \frac{\mu mg}{k}$$

$$\alpha_0 = 0 \text{ через } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\omega}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{Kx_0^2}{2} -$$

$$C_{00} = \frac{\mu g (x_0 + w)^2}{2} - (x_0 - x_0 \cos \frac{\pi}{2}) = \frac{\mu g w^2}{2} - \\ - (x_0 - x_0 \cos \frac{\pi}{2}) \cos \frac{\pi}{2} + - \frac{\mu g w^2}{2} = \\ = \frac{\mu g \pi^2}{8} - x_0 + \frac{\mu g w^2}{2}$$

$$V_2 = \frac{\mu g \pi}{2w} = WA \sin(\omega t) = WA \sin \frac{\pi}{2} = AW = \\ = W(x_0 - \frac{\mu g w^2}{2})$$

$$\frac{\mu g \pi}{2w} = x_0 - \frac{\mu g w^2}{2} \rightarrow x_0 = \mu g \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2w} \right) = \\ = \mu g \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$x_0 = \frac{\mu g}{2} \left(\pi + \frac{\pi}{2} \cdot \pi \right) \quad x_0 = \frac{0.4 \cdot 10}{100} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot 4 \right) = \\ = \frac{4}{100} \left(1 + 6 \right) = \frac{4 \cdot 7}{100} = 0.28 \text{ м} \quad 0.28 \text{ м}$$

$$3) x(t) = (x_0 - \frac{\mu g w^2}{2}) \cos(\omega t) + \frac{\mu g w^2}{2} = \\ = \frac{\mu g w^2}{2} \cos(\omega t) + \frac{\mu g w^2}{2} = x_2 = \frac{\mu g w^2}{2} \cos(\omega t)$$

$$\cos(\omega t) = \frac{2}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin(\omega t) = \sqrt{1 - \cos^2(\omega t)} =$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{10}} \right)^2} = \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}} \quad V_2 = \frac{2}{\sqrt{10}} \text{ м/с}$$

$$V_2 = \dot{x}(t) = WA \sin(\omega t) = WA \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}} =$$

$$= W \cdot \frac{\mu g w^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}} = \frac{\mu g w^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}}$$

$$V_2 = \frac{\mu g}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}} \quad V_2 = \frac{0.4 \cdot 10}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10^2 - 4}}{\sqrt{10}} = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{5} = \frac{20}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} \text{ м/с}$$

$$V_2 = (2/\sqrt{10}) \text{ м/с} = 0.63 \text{ м/с}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



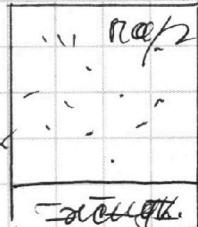
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= 218^\circ\text{C} \\ T_{жв} &= 7^\circ\text{C} \text{ (поглощено)} \\ \Delta &= 90^\circ\text{C} \\ \text{Графика} \\ \text{расc(t)} \\ \text{1) } m_{\text{жв}} = ? \end{aligned}$$

$$V = c \cdot \rho \cdot s \cdot t$$



$$m_{\text{жв}}$$

$$2) \Delta = ?$$

$$3) \rho = ?$$

$$\mu = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$4) \text{Графика расc(t)}$$

$$p_0 = \frac{\rho_0 R T_0}{V} = \frac{1000 \cdot 8314 \cdot 273}{1000} = 218 \text{ кПа}$$

$$p^* = \frac{8 \cdot m_{\text{жв}} R T^*}{100 V} = p_{\text{жв}}(T^*) = 8 p_0 \frac{T^*}{T_0}$$

$$\text{Строим поверх графика расc(t*)} \quad \text{затем}$$

$$p^*(T^*) = \frac{8 p_0}{T_0} T^*$$

$$\begin{aligned} p^*(T^*) &= \frac{8 p_0}{218 + 90} (273 + 7) = \frac{8 \cdot 3,5 \text{ кПа}}{273 + 90} (273 + 7) = \\ &= \frac{28 \text{ кПа}}{300^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) = \frac{28}{3} \cdot \frac{480 \text{ кПа}}{200^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) = \\ &= 9 \frac{1}{3} \cdot \frac{480 \text{ кПа}}{100^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) \end{aligned}$$

$$p^*(T^*) = 22^\circ\text{C} = 8 p_0 = 28 \text{ кПа}$$

$$\text{График, начиная с } 100^\circ\text{C} \text{ } p^* \text{ убывает до } 28 \text{ кПа}$$

$$p^*(T^* = 80^\circ\text{C}) = 28 \text{ кПа} + \frac{28 \cdot 60}{300} \text{ кПа} = 28 + \frac{28}{5} \text{ кПа} =$$

$$= (28 + 5,6) \text{ кПа} = (28 + 5,6) \text{ кПа} = 33,6 \text{ кПа} \approx 33,6 \text{ кПа}$$

$$p^*(T^*) \text{ пересекает график расc(t) при } T^* \approx 71^\circ\text{C}$$

$$T^* \approx 71^\circ\text{C} \leftarrow \text{Задача}$$

$$\begin{aligned} 3) P &= 8 p_0 \cdot \frac{273 + 7}{273 + 90} = 8 \cdot 3,5 \cdot \frac{273 + 90}{273 + 27} = 28 \cdot \frac{363}{300} = \\ &= 28 \cdot \frac{121}{100} = 28,32 \approx 28,32 = 28 \cdot \frac{6}{5} = 28 + \frac{18}{5} = \end{aligned}$$

N2

$$m_{\text{жв}} = m_{\text{жв}} = m_0$$

$$m_{\text{жв}} = m_{\text{жв}} = 8 \text{ кг} \text{ (поглощено)}$$

$$\frac{m_{\text{жв}}}{m_{\text{жв}}} = \frac{m_0}{8 m_0} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{m_{\text{жв}}}{m_{\text{жв}}} = \frac{1}{8} \leftarrow \text{Задача}$$

2) Р. Воздух горячий в рабочем

с заслонкой, то пар при 218°C

испаряется.

Чтобы графика расc(t) $p_0 = p_{\text{жв}}(T_0) = 3,5 \text{ кПа}$

$p_0 = \frac{\rho_0 R T_0}{V} = \frac{1000 \cdot 8314 \cdot 273}{1000} = 218 \text{ кПа}$

$p^* = \frac{8 \cdot m_{\text{жв}} R T^*}{100 V} = p_{\text{жв}}(T^*) = 8 p_0 \frac{T^*}{T_0}$

Строим поверх графика расc(t*)

$p^*(T^*) = \frac{8 p_0}{T_0} T^*$

$$\begin{aligned} p^*(T^*) &= \frac{8 p_0}{218 + 90} (273 + 7) = \frac{8 \cdot 3,5 \text{ кПа}}{273 + 90} (273 + 7) = \\ &= \frac{28 \text{ кПа}}{300^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) = \frac{28}{3} \cdot \frac{480 \text{ кПа}}{200^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) = \\ &= 9 \frac{1}{3} \cdot \frac{480 \text{ кПа}}{100^\circ\text{C}} (273^\circ\text{C} + 7) \end{aligned}$$

$$p^*(T^*) = 22^\circ\text{C} = 8 p_0 = 28 \text{ кПа}$$

$$\text{График, начиная с } 100^\circ\text{C} \text{ } p^* \text{ убывает до } 28 \text{ кПа}$$

$$p^*(T^* = 80^\circ\text{C}) = 28 \text{ кПа} + \frac{28 \cdot 60}{300} \text{ кПа} = 28 + \frac{28}{5} \text{ кПа} =$$

$$= (28 + 5,6) \text{ кПа} = (28 + 5,6) \text{ кПа} = 33,6 \text{ кПа} \approx 33,6 \text{ кПа}$$

$$p^*(T^*) \text{ пересекает график расc(t) при } T^* \approx 71^\circ\text{C}$$

$$T^* \approx 71^\circ\text{C} \leftarrow \text{Задача}$$

$$\begin{aligned} 3) P &= 8 p_0 \cdot \frac{273 + 7}{273 + 90} = 8 \cdot 3,5 \cdot \frac{273 + 90}{273 + 27} = 28 \cdot \frac{363}{300} = \\ &= 28 \cdot \frac{121}{100} = 28,32 \approx 28,32 = 28 \cdot \frac{6}{5} = 28 + \frac{18}{5} = \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$28 + 5 \frac{3}{5} = 28 + 5,6 = 33,6^{\circ}\text{C}$$

из графика $p(t=90\text{C}) \approx 34\%$
 $p(t=90\text{C}) \approx 70\%$
 $\frac{0,34}{0,70} = \frac{34}{70} \approx 0,5 = 50\%$

[Однако]
↑
Ошибки

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

1) $\rho_c = ?$
 2) $I_{max} = ?$
 $I_{min} = ?$

Diagram of a cylindrical conductor of radius R with a current density j entering from the left. The current I is distributed uniformly across the cross-section.

$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}}$

$dq = j dA \sin \alpha$

$dI = k \frac{dq}{x^2 + R^2} = k \frac{j dA \sin \alpha}{x^2 + R^2}$

$dE \cos \alpha = k \frac{j dA \sin \alpha}{x^2 + R^2}$

Or calculate $E(x)$:

$$E(x) = \int dE \cos \alpha = k \int \frac{j dA \sin \alpha}{x^2 + R^2} dx =$$

$$= k \int \frac{j dA \sin \alpha}{(x^2 + R^2)^{3/2}} dx = \frac{k}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{x^2 + R^2}$$

Or calculate R in terms of R_s and R_c :

$$E(x) = \frac{6 \alpha}{28} \int \frac{dA \sin \alpha}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{6 \alpha}{28} \frac{1}{(x^2 + R^2)^{1/2}} / R_s =$$

$$= \frac{6 \alpha}{28} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_s} \right)$$

or $\alpha = \frac{R_s - R_c}{R_s R_c}$

$E(x) = \frac{6 \alpha}{28} \frac{1}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$

$P(x) = q(E(x) - E(x)) = q E(x) R$

$dP = P(x) dx = - q E(x) dx$

$P = - \frac{q E(x)}{R_s} - \frac{1}{R_s} \int_{R_s}^{R_c} dx$

$P \approx 0$ на достаточно большом радиусе



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Задача: } \frac{mV_0^2}{2} + f = 0 / \frac{1}{3} \quad \text{решение}$$

$$\text{Задача: } \frac{mV_0^2}{2} + \frac{f}{3} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{mV_0^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{mV_0^2}{2}$$

$$V_c = \frac{2}{3} V_0 \quad \text{решение}$$

2) $F(x) > 0 \Rightarrow$ движение вправо задано
научась из $\Delta E = 0 \Rightarrow V_{max} = V_0$
 $V_{min} = V_c$

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_0}{V_c} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{решение}$$

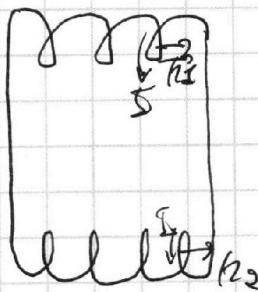
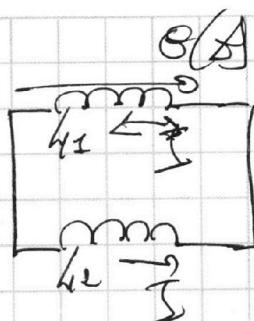
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} h_1 &= 5 \text{ м} \\ h_2 &= 8 \text{ м} \\ h_3 &= 84 \text{ м} \\ e &= ? \\ d_1 &= ? \\ d_2 &= ? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= n_1 S_1 E_1 + h_1 I \\ \dot{P}_2 &= h_2 I \end{aligned}$$

$$E_1 = -\dot{P}_1 = -n_1 S_1 E_1 - h_1 I$$

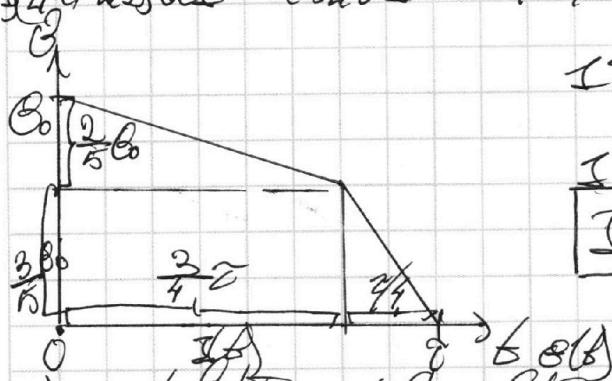
$$E_2 = -\dot{P}_2 = -h_2 I$$

$E_1 + E_2 = 0$ (средней линии катушки и проводов)

$$\dot{P}_1 + \dot{P}_2 = 0 \text{ Вт}$$

$$h_1 I + h_2 I + n_1 S_1 E_1 = 0 \text{ А.дт}$$

$$h_1 I + h_2 I = 0 \text{ А.дт} = -n_1 S_1 E_1$$



$$I_{13/4} = -n_1 S_1 \int_0^{13/4} dB$$

$$I_{13/4} I_0 = n_1 S_1 B_0$$

$$I_0 = \frac{n_1 S_1 B_0}{13/4} \quad \leftarrow \text{Обратите внимание}$$

$$2) I_{13/4} = -n_1 S_1 \int_0^{13/4} dB$$

$$\begin{aligned} I_{13/4} I(t) &= n_1 S_1 (B_0 - \int_0^t dB) / dt \\ I_{13/4} dB/dt &= n_1 S_1 (B_0 dt - \int_0^t dB dt) \end{aligned}$$

$$I_{13/4} Q_2 = n_1 S_1 (B_0 t - \int_0^t B dt) = n_1 S_1 B_0 t \left(1 - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{1}{B} dt\right)$$

Сумма графиком $\int \frac{1}{B} dt = \int dB/B =$

$$= \frac{3}{5} B_0 \cdot \frac{3}{4} \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} B_0 \cdot \frac{3}{4} \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} B_0 \cdot \frac{\pi}{4} =$$

$$= B_0 \pi \left(\frac{9}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{40} \right) = B_0 \pi \frac{18 + 6 + 3}{40} = \frac{27}{40} B_0 \pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$134 Q_2 = \mu s I \cdot \vartheta_0 \frac{13}{40} \Rightarrow Q_2 = \frac{\mu s I \cdot \vartheta_0}{\frac{13}{40}} \leftarrow \text{Обрез}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = 45^\circ$$

$$AB$$

$$BC = 8R$$

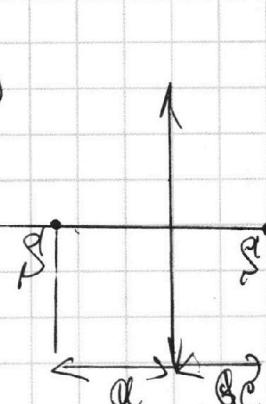
$$AC$$

$$AF = ?$$

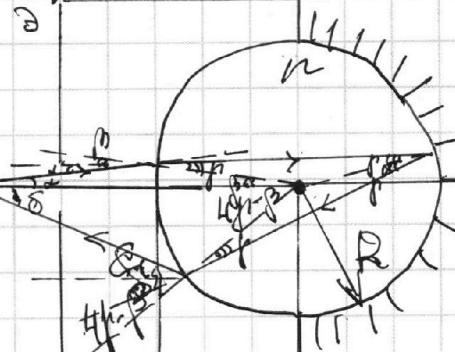
$$\Delta AB = 3R$$

$$r = ?$$

д)



№



S^1 - В линии

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{F}$$

известно S^1 - В линии, известно $\gamma = \delta$, нужно, чтобы доказать, что $\alpha + \beta = \gamma + \delta$. Проведение симметрии относительно SC

$$\alpha B = \beta R$$

$$(x+\beta) = \alpha h = 4h + \beta AF$$

$$\delta C = (4h + \beta) / R$$

$$\alpha(B-C) = \beta R \Rightarrow \beta = \alpha \frac{B-C}{R}$$

$$(x+\beta) - \beta p = 4h - \beta + \delta \Rightarrow p = \frac{\alpha + \beta}{R} = \frac{\alpha + \gamma}{R} = \frac{R(B-C)}{R} = \frac{B-C}{R}$$

$$\Rightarrow \delta = \alpha + \beta - 4h = \alpha + \gamma - 4 \frac{B-C}{R} = \frac{B+C}{R}$$

$$(x+2 \frac{B-C}{R} - 4 \frac{B+C}{R}) + \alpha \cdot (B-C) = \frac{4(R+B-C)}{R} - \frac{B-C}{R}$$

то это зависит от $R \Leftrightarrow R(B-C) = \alpha C = R(C)$

$$F = \frac{\alpha c}{\alpha c} = \frac{\alpha (B+C)}{\alpha (B+C)}$$

$$F = \frac{\alpha R + \delta}{\alpha R + \delta}$$

$$F = \frac{45R(6R+8R)}{45R+8R+R} = \frac{45 \cdot 9R}{9+45} = \frac{45 \cdot 9}{54} R =$$

$$= \frac{9 \cdot 9}{27} R = 3R$$

$$F = 3R \Leftrightarrow \text{дано}$$

Дано не дает смысла, только $B = 8R - 3R = 5R$

$$C = \frac{\alpha F}{\alpha - F} = \frac{45R \cdot 3R}{45R - 3R} = \frac{45R \cdot 3}{42R} = 9R$$

$$\left(1+2 \frac{5R-9R}{R} - 4 \frac{R+5R-9R}{R}\right) (5R-9R) = \frac{(4R+5R-9R)(5R-9R)}{R} = \frac{-5R^2}{R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(1+2 \cdot (-4) + 4 \cdot \frac{3}{n}) \cdot (-4) = 4 \cdot \frac{3}{n} - (-4) : (-4)$$

$$1 - 8 + \frac{12}{n} = \frac{3}{n} - 1$$

$$\frac{9}{n} = 8 - 1 - 1 = 6 \Rightarrow n = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

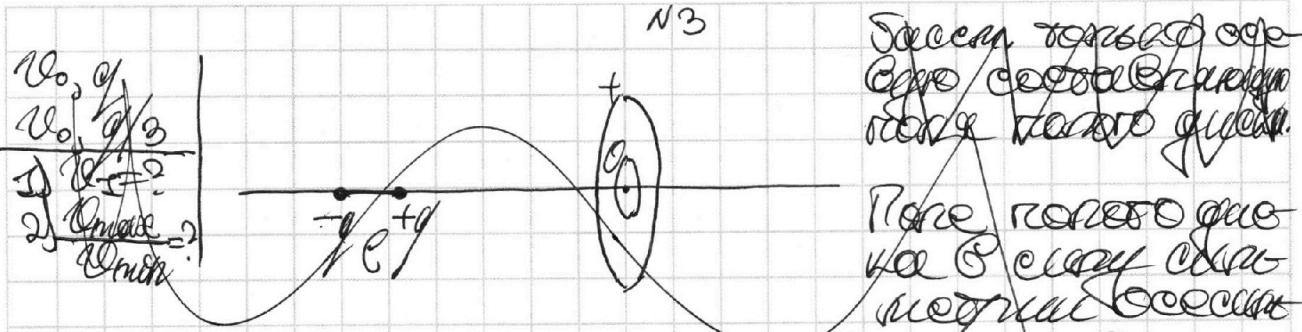
$$n = \frac{3}{2} \leftarrow \text{Ошиб}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \alpha = \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

$$d\alpha = \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}} dz$$

$$d\beta = k \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

$$dB \cos \alpha = k \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}} = k \frac{dx dz}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

Интегрируем по горизонтальной оси: $\int_{-R}^{R} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + z^2)$

$$B(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + z^2)$$

Интегрируем по вертикальной оси: $R = \sqrt{z^2}$

$$B(x) = \int_{-R}^{R} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + z^2) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4z^2)$$

Пусть $C = \text{диаметр диска}$.

$$F(x) = A(x) - B(x)C = \frac{1}{4} \ln(x^2 + C^2) - (x + C) \ln(\frac{x^2 + C^2}{x + C})$$

$$F'(x) = \frac{1}{4} \ln(x^2 + C^2) + \frac{1}{4} \ln(\frac{x^2 + C^2}{x + C}) + x \cdot \frac{2x}{x^2 + C^2}$$

$$\text{т.к. } e^{\ln x} = x \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{4} \ln(x^2 + C^2) + \frac{2x^2}{x^2 + C^2}$$

$$B(x) = \frac{6x}{4C} \ln\left(\frac{x^2 + R^2}{x^2 + R^2}\right)$$

$$F(x) = \frac{9x}{4C} \left(x \ln\left(\frac{x^2 + R^2}{x^2 + R^2}\right) \right) = \frac{9x}{4C} \left(\ln\left(\frac{x^2 + R^2}{x^2 + R^2}\right) - 2x \cdot \frac{x^2 + R^2}{x^2 + R^2} \cdot \frac{(x^2 + R^2)}{x^2 + R^2} \right)$$

$$dt = F(x) dx \Rightarrow f = \frac{9x}{4C} \left(x \ln\left(\frac{x^2 + R^2}{x^2 + R^2}\right) \right) dx \quad \square$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{qC}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(x_1 \ln \left(\frac{x^2 + R_1^2}{x^2 + R_2^2} \right) \right) / x_1 = \frac{qC}{4\pi\epsilon_0} \left(x_2 \ln \left(\frac{x^2 + R_2^2}{x^2 + R_1^2} \right) - x_2 \ln \left(\frac{x_2^2 + R_2^2}{x_1^2 + R_2^2} \right) \right)_{x_2=0} = -\frac{qC}{4\pi\epsilon_0} x_1 \ln \left(\frac{x_1^2 + R_2^2}{x_1^2 + R_1^2} \right)$$

$$f(x_1) = -\frac{qC}{4\pi\epsilon_0} x_1 \ln \left(\frac{x_1^2 + R_2^2}{x_1^2 + R_1^2} \right) \quad x_1 \rightarrow 0$$

При $x_1 \rightarrow 0$: $\frac{mV_0^2}{2} + f(x_1 \rightarrow 0) = 0 / \frac{1}{3}$ Отсюда $f(x_1 \rightarrow 0) = 0$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{qC}{4\pi\epsilon_0} x_1 \ln \left(\frac{x_1^2 + R_2^2}{x_1^2 + R_1^2} \right)$$

Задача 3: $\frac{mV_0^2}{2} + f(x_1 \rightarrow 0) = \frac{mV_1^2}{2}$ (3)

$$f(x_1) (2) - \frac{1}{3} (3): \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow V_1^2 = \frac{2}{3} V_0^2 \Rightarrow V_1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} V_0$$

2) $F(x) < 0 \Rightarrow V_1$ ветвь $\Rightarrow V_{\max} = V_0$
 $V_{\min} = V_1$

$$\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_0}{V_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$